حساب الإجهادات في الخطوط الحديدية الناتجة عن الحمولات المحورية في حال تغير معامل البلاست

الدكتور المهندس محمد هاجم الوادي[١]

الملخص

تشكل الحمولات المحورية العنصر الرئيس من القوى الشاقولية وتنتقل إلى الطابق الترابـي عبر عناصر القسم العلوي حيث تتناقص الإجهادات تدريجياً بفعل زيادة المساحة المعرضـة للإجهادات.

تفترض طرائق حساب الإجهادات الشاقولية أن معامل البلاست متجانس على كامل الخط.

في هذه الورقة نأخذ الحالة التي يكون فيها معامل البلاست متغيراً وهذا يعبر عنه عملياً عند تقاطعات السكك الحديدية مع الطرق في مستو واحد، أو عند وجود الأعمال الصناعية حيث يصعب أحياناً تأمين سماكة واحدة للبلاست.

انطلقنا من المعادلة التفاضلية الأساسية للخط المرن لجائز مستمر مستند إلى وسط مـرن، وتم تحديد ثوابت الحل لهذه المعادلة مع تطبيق عددي. كما تم التأكد من الحالة الخاصة التي يكون فيها معامل البلاست ثابتاً على كامل الخط الحديدي.

[١] أستاذ مساعد- قسم النقل والمواصلات – كلية الهندسة المدنية – جامعة دمشق.

١- المقدمة:

يتعرض الخط الحديدي إلى قوى شاقولية وطولية وعرضية، تؤدي إلى نشوء إجهادات في عناصر القسم العلوي المكونة للخط.

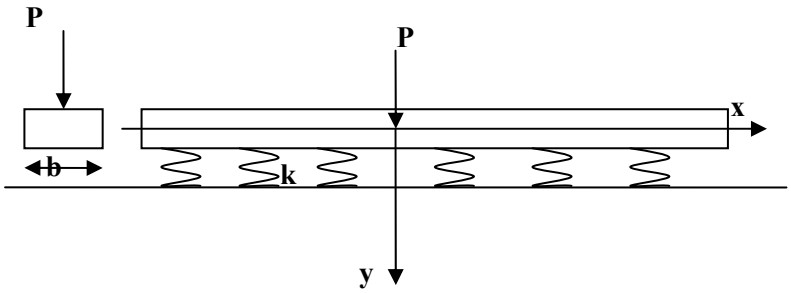
تنتقل القوى الشاقولية عبر عناصر القسم العلوي مروراً بالقضبان والعوارض وأدوات التثبيت والبلاست حيث تتناقص قيم الإجهادات تدريجياً وصولاً إلى الطابق الترابي.

تفترض طريقة حساب الإجهادات الناتجة عن القوى الشاقولية أن الخط الحديدي يستند إلى وسط مرن متجانس على كامل الطول، وله معامل ثابت.

في هذه الورقة نأخذ الحالة التي يكون فيها معامل الوسط المرن أي معامل البلاسـت متغيراً وهذا يعبر عنه عملياً عند تقاطعات السكك الحديدية مع الطرق في مستوٍ واحد أو عند وجود الأعمال الصناعية حيث يصعب أحياناً تأمين سماكة واحدة البلاست.

٢- الأساس النظري لحساب الإجهادات في الخط الحديدي [١,٢,٣,٤,٥]

تعتمد طريقة الحساب على اعتبار الخط الحديدي جائزاً مستمراً لا متناهياً في الطـول يستند إلى وسط مرن (الشكل ١).



الشكل ١ : جائز مستمر لا متناه في الطول يستند إلى وسط مرن

حيث يؤخذ نصف الخط بالاتجاه الطولي (أي قضيب حديدي ونصف عارضة تستند إلى البلاست) و نفترض أنه بعرض افتراضي b (الشكل ٢) . يحسب عرض الجائز الطولي الافتراضي في [١,٢] بالعلاقة

$$b = \frac{As}{2 * a} \qquad (١)$$

As مساحة سطح استناد العارضة

a التباعد بين العوارض

إن المعادلة التفاضلية لهذه الحالة هي حالة الجوائز المستمرة المستندة على وسط مرن [٣,٤,٥]

$$\frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{b*k*y}{EI} \qquad (٢)$$

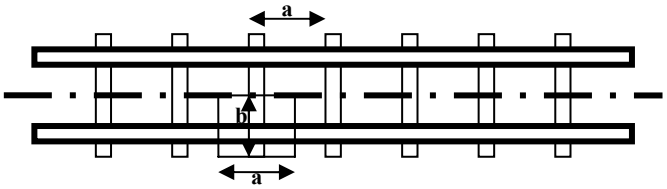
EI صلابة الجائز

y السهم

b عرض الجائز

k معامل البلاست وهو مقدار الضغط اللازم مقدرا بالكيلونيوتن/سم٢ لهبوط مقداره١ سم

P القوة الشاقولية



الشكل ٢ : حساب عرض الجائز الافتراضي

المعادلة (2) هي معادلة تفاضلية خطية من الدرجة الرابعة. للحصول على الحل العام لها نكاملها فنحصل على المعادلات الآتية:

المشتق الثالث

$$y''' = \beta^3[-e^{\beta x}A_1(\cos\ \beta x + \sin\ \beta x) + e^{-\beta x}A_2(\cos\ \beta x - \sin\ \beta x) + e^{\beta x}A_3(\cos\ \beta x - \sin\ \beta x) + e^{-\beta x}A_4(\cos\ \beta x + \sin\ \beta x)] \quad \textbf{(3)}$$

المشتق الثاني

$$y'' = \beta^2[-e^{\beta x}A_1 \sin\ \beta x + e^{-\beta x}A_2 \sin\ \beta x + e^{\beta x}A_3 \cos\ \beta x - e^{-\beta x}A_4 \cos\ \beta x] \quad \textbf{(4)}$$

المشتق الأول

$$y' = \frac{1}{2}\beta[e^{\beta x}A_1(\cos\ \beta x - \sin\ \beta x) - e^{-\beta x}A_2(\cos\ \beta x + \sin\ \beta x) + e^{\beta x}A_3(\cos\ \beta x + \sin\ \beta x) + e^{-\beta x}A_4(\cos\ \beta x - \sin\ \beta x)] \quad \textbf{(5)}$$

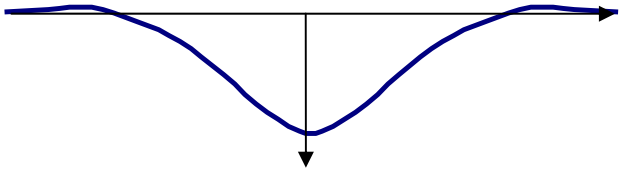
معادلة الخط المرن

$$y = \frac{1}{2}e^{\beta x}(A_1 \cos\ \beta x + A_3 \sin\ \beta x) + e^{-\beta x}(A_2 \cos\ \beta x + A_4 \sin\ \beta x) \quad \textbf{(6)}$$

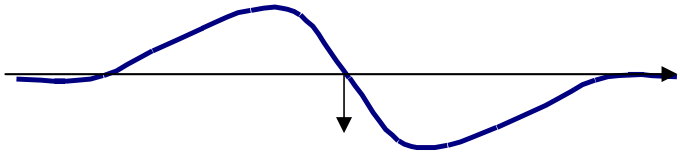
تمثل المعادلة (6) معادلة اهتزاز جيبي متخامد. وفي الشـكل (3) مخططـات الخـط المرن والميل والعزوم والقص.

إن المقدار β الوارد في المعادلات السابقة يمثل الخواص الهندسية للخط الحديـدي (EI تمثل الخواص الهندسية للقضبان، b تمثل الخواص الهندسية للعوارض، k تمثـل الخواص الهندسية للبلاست) ويساوي

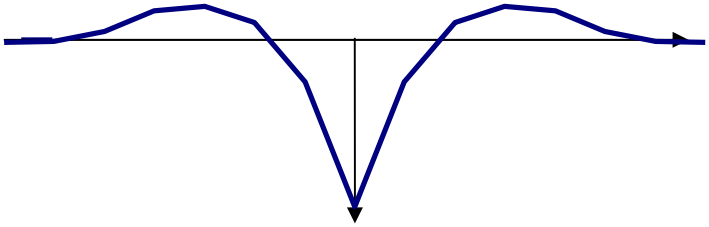
$$\beta = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}} \quad \textbf{(7)}$$



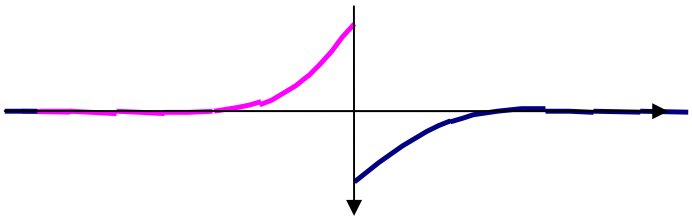
مخطط الخط المرن



مخطط الميل



مخطط العزوم



مخطط القص

الشكل ٣ : مخططات الجائز المستند إلى وسط مرن

للحصول على معادلات الخط المرن والميل والعزم والقص نعـود إلـى المعـادلات السابقة ونوجد الثوابت فيها من الشروط المحيطية فنحصل على المعادلات الآتية:

معادلة قوى القص

$$Q = \frac{P}{2} e^{-\beta x} \cos \beta x \qquad (٨)$$

معادلة العزوم

$$M = \frac{P}{4\beta} e^{-\beta x} [\cos \beta x - \sin \beta x] \qquad (٩)$$

معادلة الميل

$$y' = -\frac{P\beta^2}{kb} e^{-\beta x} \sin \beta x \qquad (١٠)$$

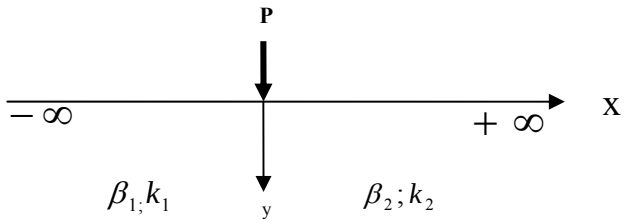
معادلة الخط المرن

$$y = \frac{P\beta}{2kb} e^{-\beta x} [\cos \beta x + \sin \beta x] \qquad (١١)$$

٣- استنتاج المعادلات في حالة معامل البلاست متغير

إن الحالة المدروسة سابقاً قد افترضت أن معامل البلاست ثابت على كامل الطول للجائز. ولكن في الواقع العملي نصادف حالات لا تتحقق فيها هذه الفرضية ولاسيما عند تقاطعات الخطوط الحديدية مع الطرق في مستوٍ واحد، أو عند وجود أعمال صناعية (جسور أو معابر ،...) يصعب فيها تأمين استمرارية سماكة البلاست المطلوبة.

لإيجاد الحل الرياضي نفترض وجود قوة شاقولية P ناتجة عن الحمل المحوري وأن معامل البلاست على يسارها هو k1 وعلى يمينها هو k2 (الشكل ٤)



الشكل ٤: حالة k متغيرة

للحصول على معادلات الخط المرن والميل والعزم والقص نعود إلى المعادلات الأساسية، فتصبح في **المجال على يسار المحور y :**

$$y_1''' = \beta_1^3[-e^{\beta_1 x}A_1(\cos\beta_1 x + \sin\beta_1 x) + e^{-\beta_1 x}A_2(\cos\beta_1 x - \sin\beta_1 x) + e^{\beta_1 x}A_3(\cos\beta_1 x - \sin\beta_1 x) + e^{-\beta_1 x}A_4(\cos\beta_1 x + \sin\beta_1 x)] \quad (١٢)$$

$$y_1'' = \beta_1^2[-e^{\beta_1 x}A_1 \sin\beta_1 x + e^{-\beta_1 x}A_2 \sin\beta_1 x + e^{\beta_1 x}A_3 \cos\beta_1 x - e^{-\beta_1 x}A_4 \cos\beta_1 x] \quad (١٣)$$

$$y'_1 = \frac{1}{2}\beta_1[e^{\beta_1 x}A_1(\cos\ \beta_1 x - \sin\ \beta_1 x)e^{-\beta_1 x}A_2(\cos\ \beta_1 x + \sin\ \beta_1 x) + e^{\beta_1 x}A_3(\cos\ \beta_1 x + \sin\ \beta_1 x) + e^{-\beta_1 x}A_4(\cos\ \beta_1 x - \sin\ \beta_1 x)] \quad (١٤)$$

$$y_1 = \frac{1}{2}[e^{\beta_1 x}(A_1\cos\beta_1 x + A_3\sin\beta_1 x) + e^{-\beta_1 x}(A_2\cos\beta_1 x + A_4\sin\beta_1 x)] \quad (١٥)$$

وتكون في المجال على يمين المحور y :

$$y_2''' = {\beta_2}^3[-e^{\beta_2 x}A_5(\cos\ \beta_2 x + \sin\ \beta_2 x) + e^{-\beta_2 x}A_6(\cos\ \beta_2 x - \sin\ \beta_2 x) + e^{\beta_2 x}A_7(\cos\ \beta_2 x - \sin\ \beta_2 x) + e^{-\beta_2 x}A_8(\cos\ \beta_2 x + \sin\ \beta_2 x)] \quad (١٦)$$

$$y_2'' = {\beta_2}^2[-e^{\beta_2 x}A_5\sin\ \beta_2 x + e^{-\beta_2 x}A_6\sin\ \beta_2 x + e^{\beta_2 x}A_7\cos\ \beta_2 x - e^{-\beta_2 x}A_8\cos\ \beta_2 x] \quad (١٧)$$

$$y'_2 = \frac{1}{2}\beta_2[e^{\beta_2 x}A_5(\cos\ \beta_2 x - \sin\ \beta_2 x) - e^{-\beta_2 x}A_6(\cos\ \beta_2 x + \sin\ \beta_2 x) + e^{\beta_2 x}A_7(\cos\ \beta_2 x + \sin\ \beta_2 x) + e^{-\beta_2 x}A_8(\cos\ \beta_2 x - \sin\ \beta_2 x)] \quad (١٨)$$

$$y_2 = \frac{1}{2}[e^{\beta_2 x}(A_5\cos\beta_2 x + A_7\sin\beta_2 x) + e^{-\beta_2 x}(A_6\cos\beta_2 x + A_8\sin\beta_2 x)] \quad (١٩)$$

للحصول على الثوابت في المعادلات السابقة نجد من الشروط المحيطية:

من أجل النقاط البعيدة عن نقطة تطبيق القوة يكون السهم صغيراً جداً بحيث يمكن إهماله ويكون المماس له أفقياً أي

$$x \to -\infty$$
$$y_1 = 0 \quad (٢٠)$$
$$y'_1 = 0$$

ومنها:

$$A1 = 0 \ ; A3 = 0 \quad (٢١)$$

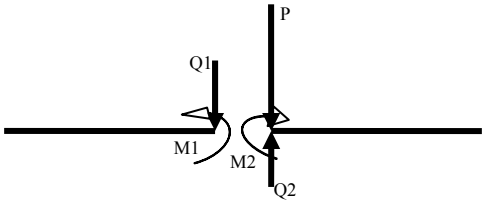
$$x \to +\infty$$
$$y_2 = 0 \qquad (٢٢)$$
$$y_2' = 0$$

ومنها

$$A5=0 \;; A7=0 \qquad (٢٣)$$

إذا قطعنا الجائز عند نقطة تطبيق القوة (الشكل ٥) نجد من شروط التوازن

$$x = 0$$
$$y_1 = y_2$$
$$y_1' = y_2' \qquad (٢٤)$$
$$y_1'' = y_2''$$
$$y_1''' - y_2''' = \frac{P}{EI}$$

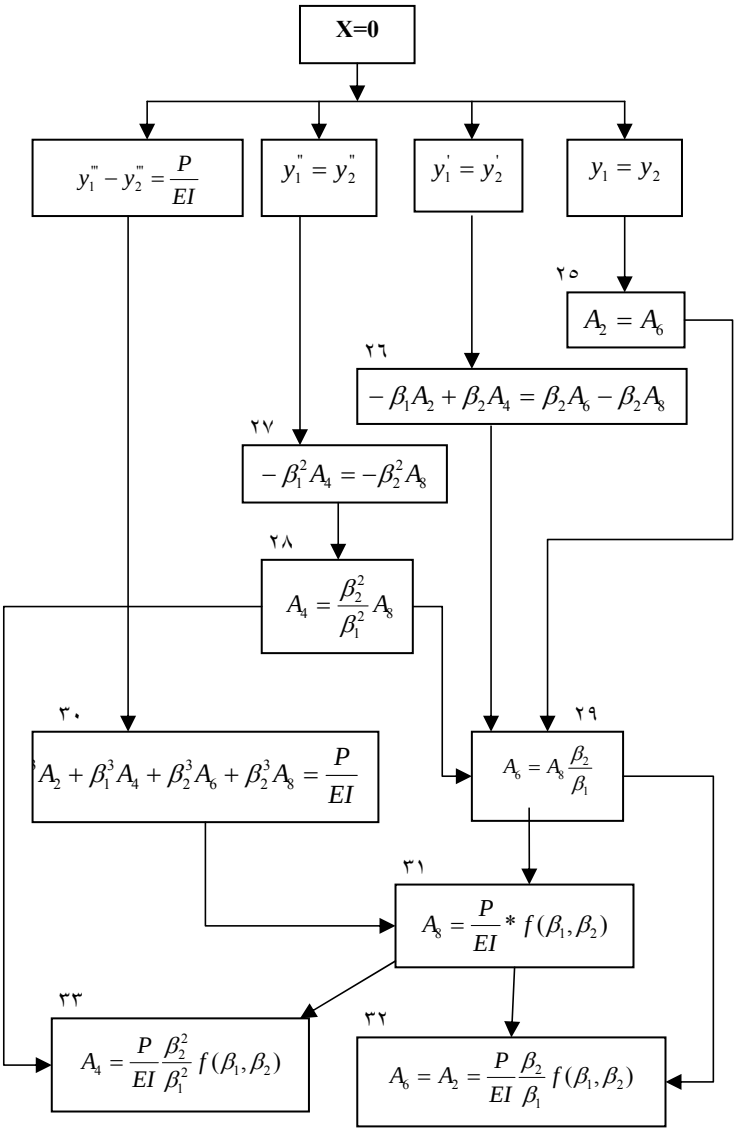


الشكل ٥ : شروط التوازن

والشكل (٦) يبين تسلسل استنتاج الثوابت A2,A4,A6,A8 مع أرقام المعادلات. مع الإشارة إلى إدخالنا التابع $f(\beta_1,\beta_2)$ أو اختصاراً f الوارد في المعادلـة (٣٤) لاختصار المعادلات الطويلة.

يساهم هذا التابع في توضيح تأثير معامل البلاست المتغير k1,k2 على معادلات الخط المرن والعزوم والقص.

$$f(\beta_1,\beta_2) = \frac{\beta_1}{\beta_1^3\beta_2 + \beta_1\beta_2^3 + \beta_1^2\beta_2^2 + \beta_2^4} \qquad (٣٤)$$



الشكل ٦ : المخطط المنطقي لتحديد ثوابت التكامل

بالتعويض في المعادلات (١٢) وحتى (١٩) نحصل على معادلات الخط المرن والعزم والقص كما يأتي:

$$y_1 = e^{-\beta_1 x}\frac{P}{2EI} f\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\cos \beta_1 x + \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2}\sin \beta_1 x\right) \quad (٣٥)$$

$$y_2 = e^{-\beta_2 x}\frac{P}{2EI} f\left[\frac{\beta_2}{\beta_1}\cos \beta_2 x + \sin \beta_2 x\right] \quad (٣٦)$$

$$M_1 = -y_1'' EI$$
$$M_1 = -P * f * e^{-\beta_1 x} * \beta_1^2\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\sin \beta_1 x - \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2}\cos \beta_1 x\right) \quad (٣٧)$$

$$M_2 = -y_2'' EI$$
$$M_2 = -P * f * e^{-\beta_2 x} * \beta_2^2\left(\frac{\beta_2}{\beta_1}\sin \beta_2 x - \cos \beta_2 x\right) \quad (٣٨)$$

$$Q_1 = -y_1''' * EI$$
$$Q_1 = -P * f * e^{-\beta_1 x} * \beta_1^3\left[\frac{\beta_2}{\beta_1}(\cos\beta_1 x - \sin\beta_1 x) + \frac{\beta_2^2}{\beta_1^2}(\cos\beta_1 x + \sin\beta_1 x)\right] \quad (٣٩)$$

$$Q_2 = -y_2''' * EI$$
$$Q_2 = -P * f * e^{-\beta_1 x} * \beta_2^3\left[\frac{\beta_2}{\beta_1}(\cos \beta_2 x - \sin \beta_2 x) + (\cos \beta_2 x + \sin \beta_2 x)\right] \quad (٤٠)$$

بعد استنتاج المعادلات التي تعطي الخط المرن والميل والعزوم والقص في حالة وجود معامل بلاست متغير فإن حساب الإجهادات يتم كما يأتي:

-الإجهادات في القضبان الحديدية

$$\sigma = - \frac{M}{w_x} \qquad (٤١)$$

حيث Wx العزم المقاوم للقضيب الحديدي

- الإجهادات المنقولة من العوارض إلى البلاست

$$p = k * y \qquad (٤٢)$$

٤- حالة خاصة:

للتحقق من العلاقات السابقة سوف نأخذ الحالة الخاصة التي يكون فيها معامل البلاست ثابتا أي $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ ويصبح التابع f المبين في الشكل (٥) المعادلـة (٣٤) كما يأتي

$$f(\beta_1, \beta_2) = \frac{\beta}{4\beta^4} \qquad (٤٣)$$

وتصبح معادلة الخط المرن

$$y = e^{-\beta x} \frac{P}{2EI} \frac{\beta}{4\beta^4} (\cos \beta_1 x + \sin \beta_1 x)$$

$$y = e^{-\beta x} \frac{P\beta}{8EI\beta^4} [\cos \beta x + \sin \beta x]$$

$$y = e^{-\beta x} \frac{P\beta}{8EI \frac{kb}{4EI}} [\cos \beta x + \sin \beta x]$$

$$y = e^{-\beta x} \frac{P\beta}{2kb} [\cos \beta x + \sin \beta x]$$

هي ذاتها المعادلة (١١) للخط المرن.

٥- تطبيقات عددية:

المعطيات : نعتمد في هذه التطبيقات المواصفات المعتمدة في الدراسات لتحديث شبكة الخطوط الحديدية السورية [٦]، وهي :

- حمولة محورية ٢٥٠ كيلونيوتن، أي قوة شاقولية مقدارها ١٢٥ كيلونيوتن تتحرك على خط حديدي
- قضبان نوع UIC60 حيث العزم المقاوم Wx=335cm3 وعزم العطالة Ix=٣٠٥٥cm4
- العوارض بيتونية نوع B70 ،سطح استناد نصف العارضة ٣٠٠٠سم٢ والتباعد بين العوارضa=60 cm
- معامل البلاست متغير k1=100 N/cm3 وهو يوافق بلاست بسماكة ٣٠ إلى ٣٥ سم مع وسادة رملية بسماكة ١٠سم ،وهي طبقة البلاست المعتمدة في دراسات تحديث شبكة الخطوط الحديدية السورية.
- معامل الوسط المرن عند العمل الصناعي k2=150,200 N/cm3
- يؤخذ التأثير الديناميكي للحمولات بتصعيد الحمولات بالمعامل الديناميكي المعطى في [١] بالعلاقة $\eta = 1 + \frac{V^2}{30000} \le 1.6$

لحساب الإجهادات استخدمنا برنامج microsoft Exel 2003 حيث حسبت قيم الخط المرن والعزوم والقص من أجل ٧ عوارض على يمين محور تطبيق القوة المحورية و٧ عوارض على يسارها، حيث يتلاشى بعدها تأثير القوة ويمكن إهماله. كما حسبت الفروق النسبية بين العوارض المتناظرة بالنسبة لمحور تطبيق القوة المحورية.

ووضعت النتائج من أجل k1=100,k2=150 في الأشكال ٧-١ وحتى ٧-٦.

ومن أجل k1=100,k2=200 فهي في الأشكال من ٨-١ وحتى ٨-٦ . وبطبيعة الحال فإنه يمكن الحصول على منحنيات مشابهة من أجل قيم جديدة للمتحولات السابقة.

والشكلان ٩و١٠ يبينان تأثير تغير تباعد العوارض في السهم الأعظمي وفـي العـزم الأعظمي تحت الحمولة المحورية. وكما هو واضح فإن زيادة التباعد بين العـوارض يؤدي إلى زيادة قيم السهم للخط المرن وإلى زيادة العزوم ومن ثَم زيادة الإجهـادات في القضبان .

٦- النتائج والتوصيات:

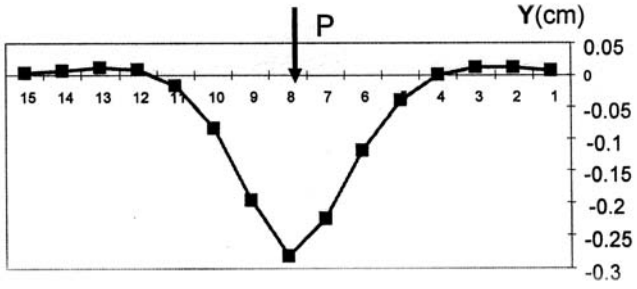
- إن تغير معامل البلاست بين مقطعين متجاورين كما هو الحـال عنـد تقاطعـات الخطوط الحديدية مع الطرق في مستوٍ واحد، أو عند وجود أعمال صناعية (جسور أو معابر) يصعب فيها تأمين استمرارية سماكة ثابتة ومستمرة للبلاست، فإن ذلك يـؤدي إلى تغير في الخط المرن للخط الحديدي ومنحني العزوم ومن ثَـم إلـى تغيـر فـي الإجهادات في القضبان والإجهادات المنقولة إلى طبقة البلاست.

- يبين الجدول الآتي الفروقات النسبية في السهوم بسبب اختلاف معامل البلاست.

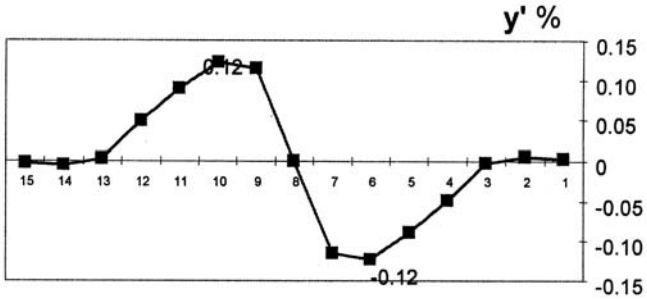
K1	K2	Y%	M%
١٠٠	١٢٠	5.7	5.3
١٠٠	١٥٠	12.5	11.8
١٠٠	٢٠٠	21.2	20.3

- في الحالات العملية فإن النقص المحتمل في سماكة البلاست عند المعابر الطرقية أو عند الجسور سيزيد من معامل البلاست قرابة ٥٠% وتصل الفروقات النسبية بسـبب اختلاف معامل البلاست إلى أكثر من ١٢% في السهوم وإلى قرابة ١٢% في العزوم.

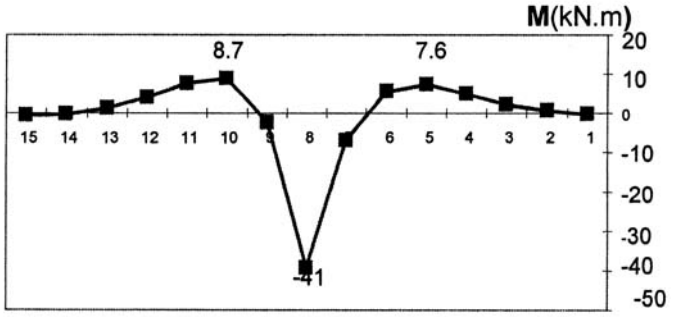
- من المفيد الأخذ بالحسبان الزيادة الناتجة عـن الإجهـادات بسـبب الحمـولات المحورية عند تصميم الأعمال الصناعية على مسارات الخطوط الحديدية.



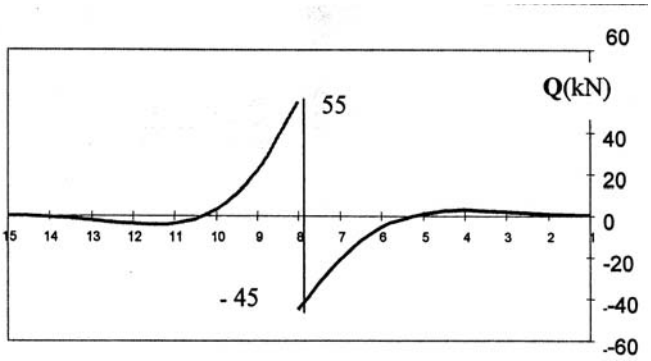
الشكل ٧-١ : الخط المرن (k1=100,k2=150)



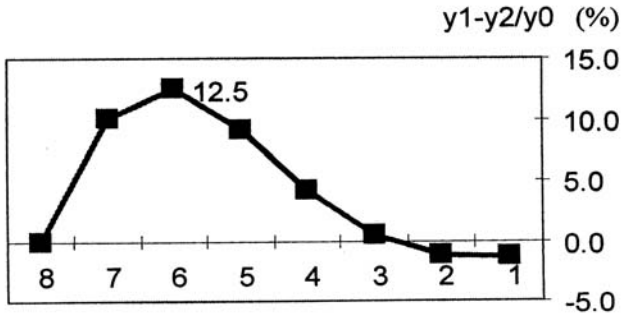
الشكل ٧-٢ : مخطط الميل (k1=100,k2=150)



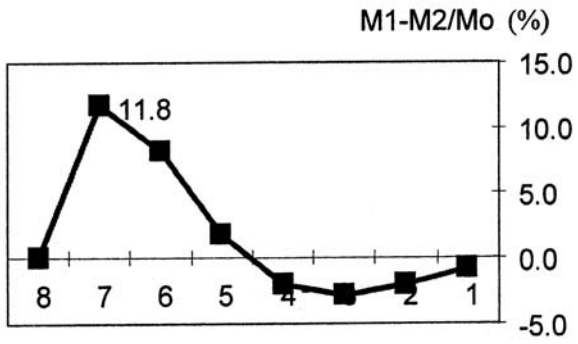
الشكل ٧-٣ : مخطط العزوم (k1=100,k2=150)



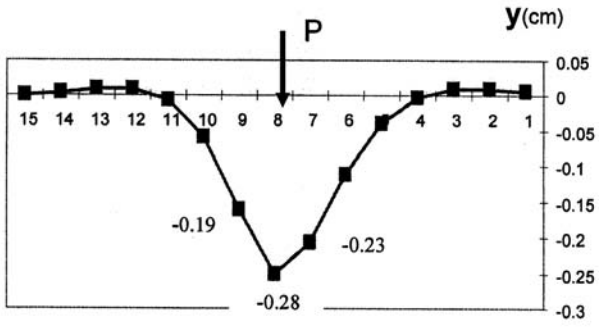
الشكل ٧-٤ :مخطط القص (k1=100,k2=150)



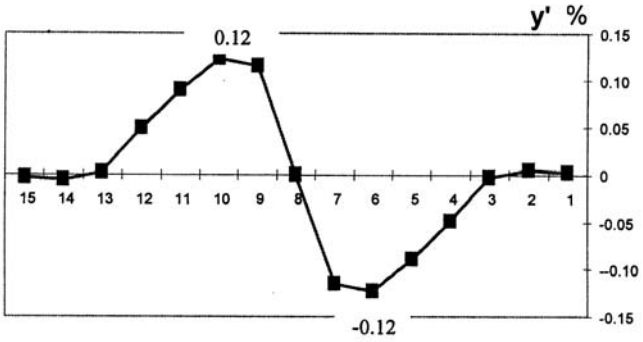
الشكل ٧-٥ :الفروقات النسبية في السهوم (k1=100,k2=150)



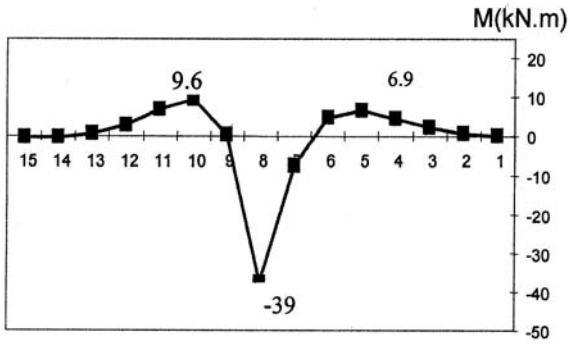
الشكل ٧-٦ : الفروقات النسبية في العزوم (k1=100,k2=150)



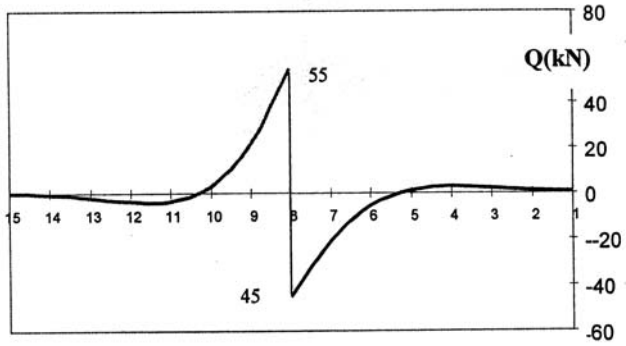
الشكل ٨-١ : الخط المرن (k1=100,k2=200)



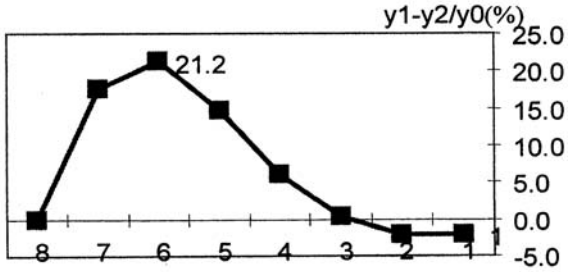
الشكل ٨-٢ : مخطط الميل (k1=100,k2=200)



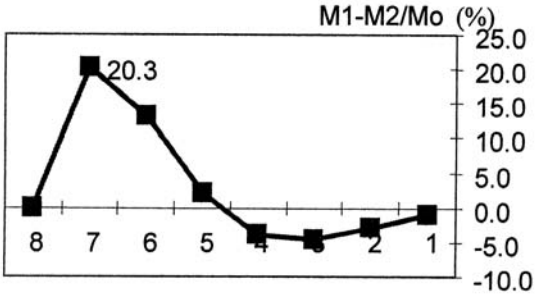
الشكل ٨-٣ : مخطط العزوم (k1=100,k2=200)



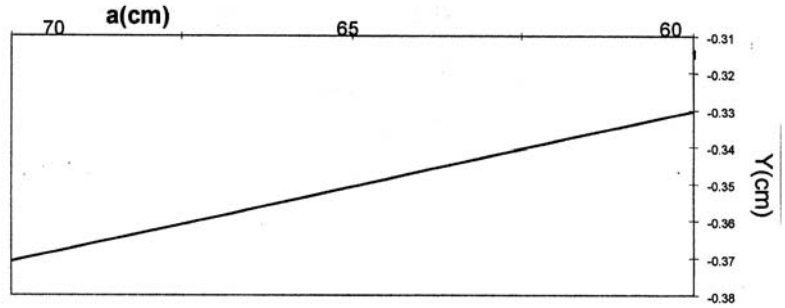
الشكل ٨-٤ :مخطط القص (k1=100,k2=200)



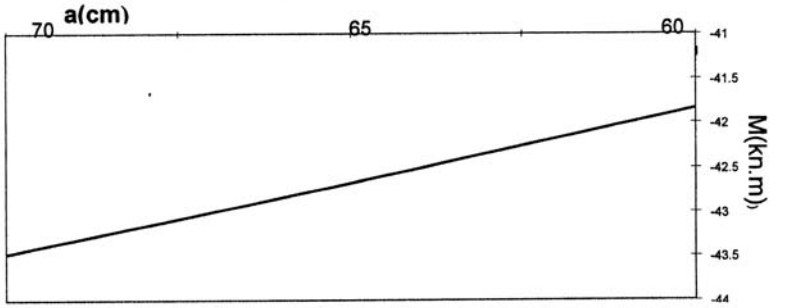
الشكل ٨-٥ :الفروقات النسبية في السهوم (k1=100,k2=200)



الشكل ٨-٦ : الفروقات النسبية في العزوم (k1=100,k2=200)



الشكل ٩ : تأثير تغير التباعد بين العوارض في السهم الأعظمي



الشكل ١٠ : تأثير تغير التباعد بين العوارض في العزم الأعظمي

المراجع

١- صيدناوي، جوزيف؛ الوادي ،محمد هاجم ١٩٩٥ كتاب هندسة السكك الحديديـة (١).الطبعة الثانية، منشورات جامعة دمشق،٣٣٤ صفحة.

2- FUHRER,G1978- Oberbauberechnung.verlag Verkehrswesen, Berlin,126p.

٣- هولا،إبراهيم ؛ مرشة،جميل ١٩٩٧-١٩٩٨ التحليل الإنشائي للمنشآت المسـتندة إلى وسط مرن . الطبعة الثالثة ، منشورات جامعة دمشق، ٣٠٠صفحة .

4- Elastic foundation ,chapter 4(website:www.me.hk)

5-Analysis of beams on elstic foundation ,Technical University of Iasi IS(e-mail: bteodoru@ce.tuiasi.ro)

٦- عدد من دفاتر الشروط الفنية الصادرة عن المؤسسة العامة للخطـوط الحديديـة السورية للأعوام ٢٠٠٥ -٢٠٠٧ على موقعها www.cfssyria.org

تاريخ ورود البحث إلى مجلة جامعة دمشق: ٢٠٠٧/١٠/٧.