علاقة المال بالزمن

مقدمة:

يعرف رأس المال بأنه مجموع الأموال والممتلكات المستخدمة في إنتاج المزيد من الثروة، وبما أن رأس المال يوظّف لمدة زمنية طويلة فمن الضروري أخذ تأثير الزمن بعين الاعتبار، مع العلم أن قيمة النقود المعنوية ثابتة مع مرور الزمن على عكس قيمتها المادية.

بالتالي فإذا كان لدي نقود وأستطيع أن أشتري بها كمية معينة من الحاجات الآن، فإنه وبسبب التضخم ستصبح هذه النقود غير قادرة على أن تشتري نفس الكمية بعد زمن.

سنتحدث في هذه المحاضرة عن:

- **الفائدة البسيطة.**
- **الفائدة المركبة.**
- **المخطط التدفقي النقدي.**
- **الدفعات المنتظمة المتساوية.**
- **الدفعات السنوية المؤجلة.**

الفائدة البسيطة: هي الفائدة المترتبة على رأس المال الأساسي فقط دون حصول فائدة على المبلغ المتراكم من الأرباح.

تمثل هذه العلاقة رياضياً $I = P * i * N$

ومنه يكون: $F = P\ (\ 1 + i * N\ )$

حيث:

I: الفائدة الكلية التي أحصل عليها في نهاية الفترات.

F: المبلغ المستقبلي (بعد المدة المعتبرة).

P: المبلغ الحالي (الأساسي).

i: معدل الفائدة.

N: عدد السنوات المراد حساب المبلغ المستقبلي بعد مضيها.

في المعاملات التجارية لا نستخدم الفائدة البسيطة وإنما تعاملنا يكون مع الفائدة المركبة.

الفائدة المركبة: هي الفائدة المترتبة على المبلغ الأساسي والأرباح المتراكمة خلال السنوات.

ويمكن حسابه بالعلاقة الحسابية الآتية: $F = P\ (\ 1 + i\ \ )^n$

تمرين (1):

لدينا مبلغ مالي وقدره $350,000\ SP$ كم يجب أن يصبح هذا المبلغ إذا علمت أن مدة الاستثمار 6 سنوات بفائدة 8% وذلك للحالتين:
- **حالة فائدة بسيطة.**
- **حالة فائدة مركبة.**

الحل:

المعطيات: $P = 350,000\ SP \quad , \quad i = 8\% \quad , \quad N = 6$

1- فائدة بسيطة:

$$F = P(1 + i * N) = 350,000\ (1 + 0.08 * 6) = 518,000\ SP$$

2- فائدة مركبة:

$$F = P(1 + i)^N = 350,000\ (1 + 0.08)^6 = 555,406\ SP$$

تمرين (2):

لدينا قطعة أرض قيمتها الحالية $150,000\ SP$ ونتيجة التطور العمراني ستصبح قيمتها $500,000\ SP$ وذلك خلال 6 سنوات والمطلوب ماهي الفائدة المتوقعة من هذا الاستثمار.

$$F = P(1 + i)^N \Rightarrow 500,000 = 150,000 * (1 + i)^6 \Rightarrow i = 22.2\%$$

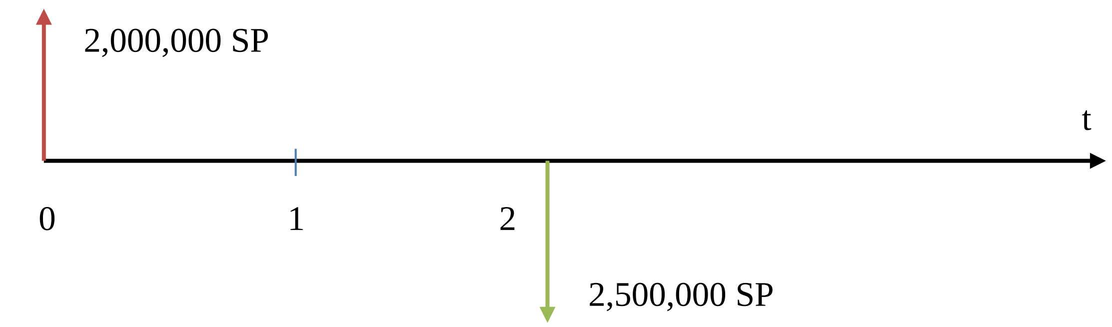
المخطط التدفقي النقدي:

هو عبارة عن محور أفقي مدرج بتدريجات تمثل الزمن (سنين، أشهر، أسابيع، ...) من اليسار إلى اليمين حصراً ويمثل كل رقم فيه نهاية الفترة الزمنية، كما يتم تمثيل التدفقات النقدية الواردة بسهم نحو الأعلى (موجب) والتدفقات النقدية الصادرة بسهم نحو الأسفل (سالب)، ويفضل أن يكون طول السهم متناسب مع القيمة لتسهل قراءة المخطط.

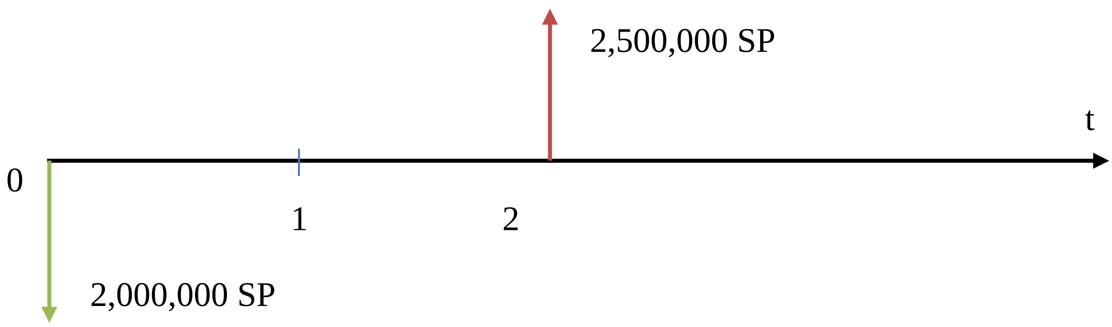
تمرين (3): اقترض شاب مبلغ وقدره $2,000,000\ S.P$ من البنك على أن يعيده بعد عامين، والمطلوب ارسم مخطط التدفق النقدي.

سنقوم برسم مخطط التدفق النقدي من وجهة نظر الشاب مرة ومن وجهة نظر البنك مرة أخرى، وسنلاحظ أن المخططين متشابهين تماماً إلا أنها متعاكسان.

مخطط التدفق من وجهة نظر الشاب



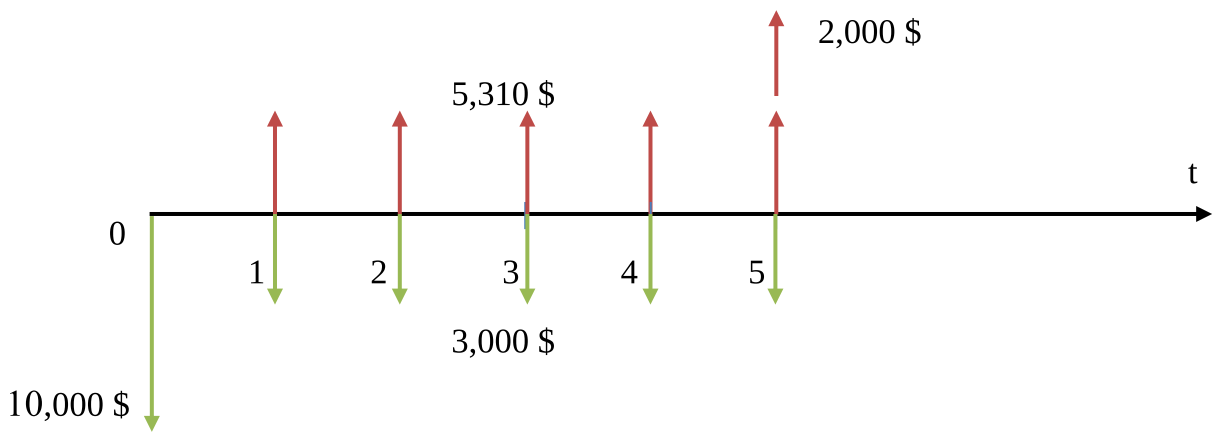
مخطط التدفق النقدي من وجهة نظر البنك



مسألة (1):

شركة لديها فرصة استثمار بقيمة $ 10,000 علماً أن هذا الاستثمار يحقق إيرادات سنوية بقيمة $ 5,310 لمدى 5 سنوات وبعد ذلك سوف تكون القيمة السوقية للاستثمار $ 2,000، وتقدر النفقات السنوية بنهاية كل سنة من السنوات الخمس بـ $ 3,000 والمطلوب:

- **ارسم مخطط التدفق النقدي من وجهة نظر الشركة.**



مسألة (2):

ليكن لدينا مبلغ مالي قدره $ $8,000$ كم يجب أن يكون هذا المبلغ إذا علمت أن مدة الاستثمار 4 سنوات بفائدة 9%

$$F = P(\ F/P\ ,9\%,4) \Longrightarrow F = 8{,}000 * 1.4116 = 11{,}292.8\ \$$$

مسألة (3):

لدى مستثمر فرصة لشراء قطعة أرض سوف تصل قيمتها للميلون بعد (6) سنوات علماً أن $i = 8\%$ والمطلوب ماهو المبلغ الذي سوف يدفعه المستثمر الآن؟

$$P = F(P/F, 8\%, 6) \Longrightarrow P = 1{,}000{,}000 * 0.6302 = 630{,}200\ \$$$

مسألة (4):

شركة لديها فرصة استثمار بمبلغ $ $35,000$ حيث سوف تنال بعد 8 سنوات مبلغ وقدره $\$100,000$ والمطلوب ماهو معدل الفائدة السنوي؟

$$F = P(\ F/P\ , i\%, 8) \Longrightarrow 100{,}000 = 35{,}000 * (\ F/P\ , i\%, 8) \Longrightarrow F/P = 2.8571$$

بالتالي i المطلوبة توافق $(n = 8\ , F/P = 2.8571)$ حيث يتم الحل بفرض قيمة لـ i والبحث عن قيمة F/P الموافقة لها من الجدول وبالاستقراء نوجد قيمة i المطلوبة.

$$\Longrightarrow i = 14\%$$

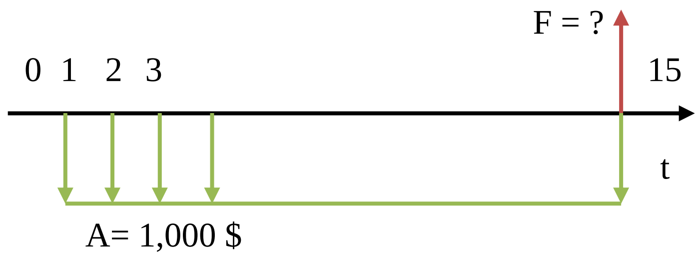
الدفعات المنتظمة المتساوية (A):

هي عبارة عن **مبالغ منتظمة** تدفع **بفترات متساوية** (سنوية، شهرية، أسبوعية،...) ويبدأ الدفع بعد **انتهاء الفترة الأولى** وتنتهي بنهاية الفترة (n).

مسألة (5):

بفرض إيداع (15) دفعة متساوية كل منها $\$1,000$ في حساب بنكي حيث يعطي هذا البنك فائدة سنوية بمعدل $i = 9\%$، يتم إيداع الدفعة الأولى بعد سنة من الآن والمطلوب: ماهو المبلغ الذي يمكن سحبه من هذا الإيداع بعد الدفعة 15 مباشرة؟

الحل:



$$F = A(F/A, i\%, n) = 1{,}000(F/A, 9\%, 15)$$

من الجدول نوجد قيمة المعامل F/A عند كل من

$i = 9\% \,, n = 15$

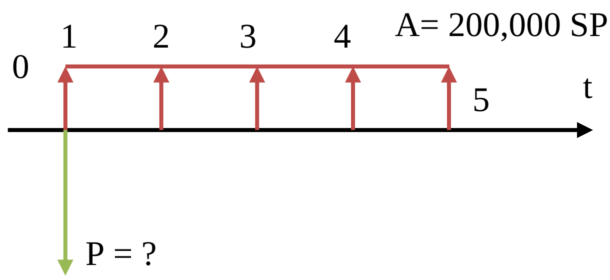
$$\Rightarrow (F/A, 9\%, 15) = 29.3609$$

$$\Rightarrow F = 1{,}000 * 29.3609 = 29{,}360.9\ \$$$

مسألة (6):

إذا تم إصلاح آلة اليوم فإن انتاجها سوف يزيد بمقدار 20% وهذا يعني زيادة الإيرادات $200{,}000\ SP$ لمدة خمس سنوات بمعدل فائدة $i = 15\%$ والمطلوب: ماهو المبلغ الذي يمكن تخصيصه لإصلاح هذه الآلة.

الحل:



$$P = A(P/A, i\%, n) = 200{,}000(P/A, 15\%, 5)$$

من الجدول نوجد قيمة المعامل P/A عند كل من

$i = 15\% \,, n = 5$

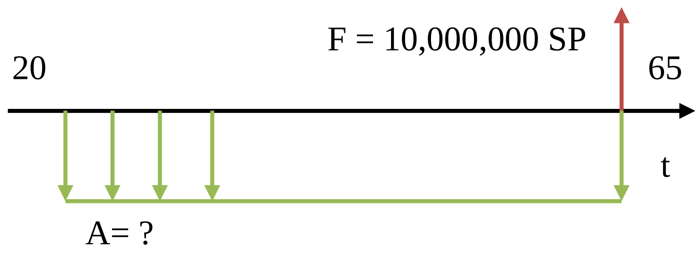
$$\Rightarrow (P/A, 15\%, 5) = 3.3522$$

$$\Rightarrow P = 200{,}000 * 3.3522 = 670{,}440\ SP$$

مسألة (7):

تخطط طالبة ليكون لديها مدخرات بقيمة 10 مليون عندما تتقاعد بعمر 65 سنة وتبلغ هذه الطالبة من العمر 20 عام فإذا كان معدل الفائدة السنوي $i = 7\%$ فالمطلوب: ما هو المبلغ الذي يجب أن تضعه في البنك كل سنة لتحصل على هذا المبلغ.

الحل:



$$A = F(A/F, i\%, n) = F(A/F, 7\%, 45)$$

من الجدول نوجد قيمة المعامل A/F عند كل من

$i = 7\% \,, n = 45$

$$\Rightarrow (A/F, 7\%, 45) = 0.0035$$

$$\Rightarrow A = 10{,}000{,}000 * 0.0035$$

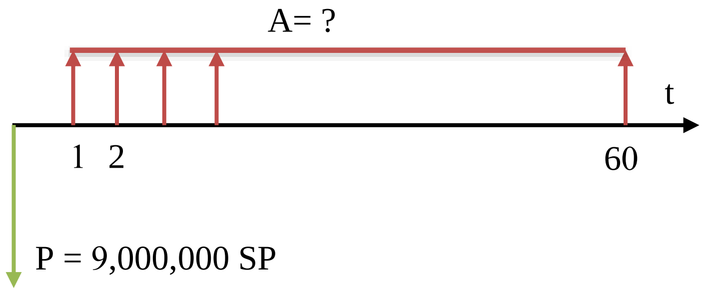
$$\Rightarrow A = 35{,}000\ SP$$

مسألة (8):

وجد مهندس سيارة بسعر جيد جداً $9,000,000\ SP$ بتقسيط شهري بمعدل فائدة $i = 1\%/month$ لمدة خمس سنوات والمطلوب ما القسط الشهري الذي يجب على المهندس دفعه؟

باعتبار المدة 5 سنوات والدفعات كل شهر نحول المدة معطاة إلى أشهر أي:

$$n = 5 * 12 = 60\ month$$



$$A = P(A/P, i\%, n) = P(A/P, 1\%, 60)$$

من الجدول نوجد قيمة المعامل A/P عند كل من

$$i = 1\%\ , n = 60$$
$$\Rightarrow (A/P, 1\%, 60) = 0.02224$$
$$\Rightarrow A = 9,000,000 * 0.02224$$
$$\Rightarrow A = 201,600\ SP$$

مسألة (9):

اقترض شاب مبلغ $ 1000 على أن يقوم برده على أقساط سنوية قيمة القسط $ 200 وبمعدل فائدة مقداره 12% احسب عدد الأشهر لسداد المبلغ. ثم أعد حل المسألة واحسب معدل الفائدة باعتبار عدد السنوات $n = 10$

- حساب n:

يوجد مجهول لا نستطيع الدخول الجدول $P = A\ (P/A, 12\%, n)$

$$P/A = 1000/200 = 5 \Rightarrow P = A\ (5{,}12\%, n)$$

من الجدول نوجد قيمة (n) الموافقة لـ $P/A = 5$ وذلك من خلال النسبة والتناسب.

$$n = 8 \Rightarrow P/A = 4.9676 \quad , \quad n = 9 \Rightarrow P/A = 5.3282$$

$$\Rightarrow n = 8.089\ year\ \approx 8\ year$$

- حساب (i):

$$P = A(\ P/A\ , i\%, 10) \Rightarrow 1{,}000 = 200 * (\ P/A\ , i\%, 10) \Rightarrow P/A = 5.0188$$

بالتالي i المطلوبة توافق $(n = 10\ , P/A = 5.0188)$ حيث يتم الحل بفرض قيمة لـ i والبحث عن قيمة P/A الموافقة لها من الجدول وبالاستقراء نوجد قيمة i المطلوبة.

$$\Rightarrow i = 15.11\%$$

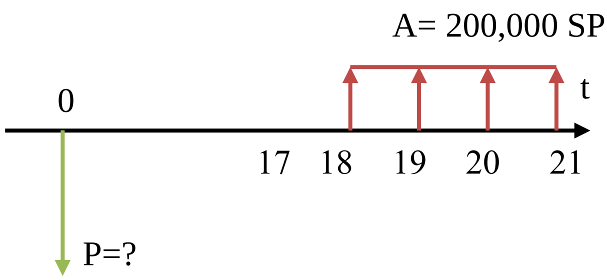
السلاسل السنوية المؤجلة

في حال لم تبدأ سلسلة الدفعات المتساوية من نهاية الفترة الأولى عندها نحن بحاجة لإجراء تحويلين كي نحصل على النتيجة المرجوة، سيتم توضيح ذلك من خلال المسألة الآتية:

مسألة (10):

يرغب أب أن يضع مبلغاً في حساب مصرفي يعطي فائدة سنوية 12% بتاريخ ولادة ابنه بحيث يمكنه سحب أربع دفعات سنوية متساوية كل منها $200,000\ SP$ وذلك في عيد ميلاد ابنه الـ (18 – 19 – 20 – 21). والمطلوب ما هي القيمة المكافئة الحالية الواجب على الأب وضعها في المصرف عند ولادة ابنه بحيث يتمكن من سحب الدفعات السابقة في الأوقات المحددة.

بفرض أن الابن لم يقم بسحب المبالغ في الوقت المحدد وذلك لكي يستطيع سحبها في عيد ميلاده الـ 24، ما هو المبلغ الذي يمكن للابن سحبه في ذلك التاريخ؟



$$P_{17} = A(P/A, i\%, n) = 200{,}000(P/A, 12\%, 4)$$

من الجدول نوجد قيمة المعامل P/A عند كل من

$$i = 12\%\ , n = 4$$

$$\Rightarrow (P/A, 12\%, 4) = 3.0373$$

$$\Rightarrow P_{17} = 200{,}000 * 3.0373 = 607{,}460\ SP$$

$$\Rightarrow P_0 = F_{17}\ (P/F, 12\%, 17) = 607{,}460 * 0.1456 = 88{,}446\ SP$$

طلب 2

$$F_{24} = F_{21}\ (F/P, 12\%, 3) \quad : F_{21} = 200{,}000(F/A, 12\%, 4)$$

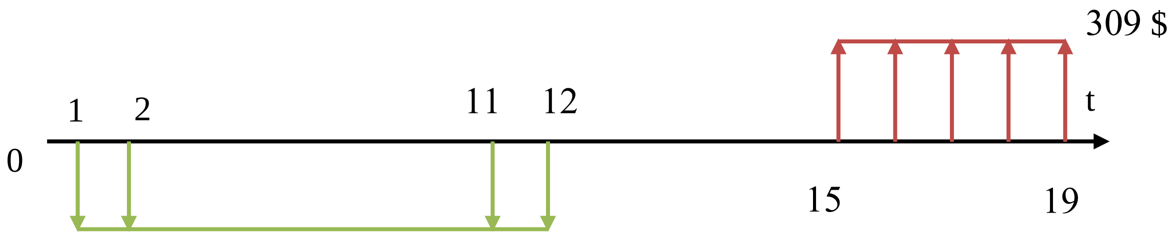
$$\Rightarrow F_{21} = 200{,}000 * 4.7793 = 955{,}860\ SP$$

$$\Rightarrow F_{24} = 955{,}860 * 1.4049 = 1{,}342{,}888\ SP$$

مسألة (11):

ما هو المبلغ الواجب ايداعه كل عام لمدة 12 عام إذا رغبنا في سحب 309$ سنوياً لمدة 5 أعوام بدءاً من العام الخامس عشر ولتكن الفائدة $i = 8\%$ سنوياً.

الحل:



طريقة (1):

نحسب المبلغ عند الفترة 14 بدلالة الدفعات المنتظمة $A = 309\$$

$$P_{14} = 309(P/A, 8\%, 5) = 309 * 3.9927 = 1{,}233.74\ \$$$

نحسب P_o عند الفترة 0 وذلك من خلال P_{14} والتي ستكون قيمة مستقبلية بالنسبة لـ P_o ومن ثم نحسب A المطلوبة بدلالة P_o

$$A = F_{14}(P/F, 8\%, 14)(A/P, 8\%, 12) = 1{,}233.74 * 0.3405 * 0.13270 = 55.7\$$$

طريقة (2):

نحسب المبلغ P_{14} بدلالة الدفعات المنتظمة $A = 309\$$ ومن ثم نحسب المبلغ P_{12} بدلالة P_{14} ومن ثم نحسب A المطلوبة بدلالة P_{12} والتي تمثل القيمة المستقبلية لأخر الدفعات.

$$P_{14} = A(P/A, 8\%, 5)$$

$$P_{12} = P_{14}(P/F, 8\%, 2) \quad : \; P_{14} = F_{14}$$

$$A = P_{12}(A/F, 8\%, 12) \quad : \; P_{12} = F_{12}$$

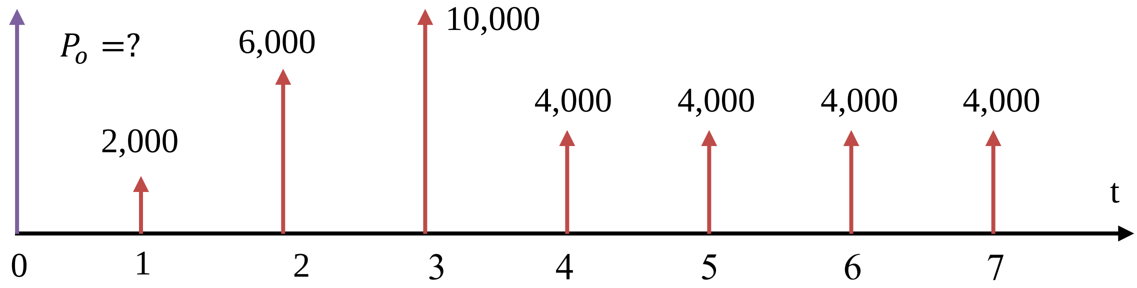
$$\Longrightarrow A = 309 * (P/A, 8\%, 5) * (P/F, 8\%, 2) * (A/F, 8\%, 12)$$

$$\Longrightarrow A = 309 * 3.9927 * 0.8537 * 0.05270 = 55.7\$$$

حساب المكافئات التي تنطوي على صيغ فائدة متعددة:

مسألة (12):

ليكن لدينا المخطط الآتي والمطلوب إيجاد قيمة P_o.



الحل:

باعتبار الدفعات غير متساوية لذلك نحسب P_o باعتبار كل دفعة هي مبلغ مستقبلي عدا الدفعات المتكررة نعتبرها A

$$\Rightarrow P_o = 2{,}000(P/F, i\%, 1) + 6{,}000(P/F, i\%, 2) + 10{,}000(P/F, i\%, 3) + 4{,}000(P/A, i\%, 4) * (P/F, i\%, 3)$$

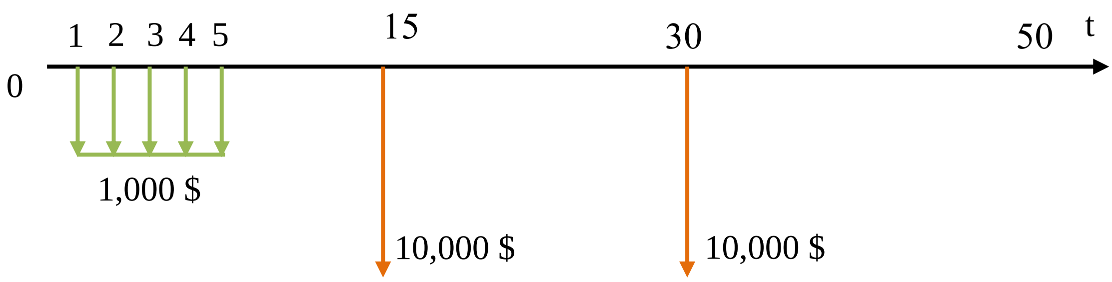
أو يمكن بالشكل الآتي:

$$P_o = 4{,}000(P/A, i\%, 7) - 2{,}000(P/F, i\%, 1) + 2{,}000(P/F, i\%, 2) + 6{,}000(P/F, i\%, 3)$$

مسألة (13):

تقدر كلفة صيانة جسر عمره التقديري (50) سنة بـ $1{,}000\$$ كل سنة خلال السنوات الخمس الأولى ويتبعها إنفاق $10{,}000\$$ في العام 15، $10{,}000\$$ في العام 30، إذا كانت $i = 10\%$ كم تبلغ التكلفة المكافئة المنتظمة السنوية طوال مدة 50 عام.

الحل:



أسرع طريقة للحل أن أرد جميع النفقات لـ P_o ثم احسب منها قيمة A_{new}

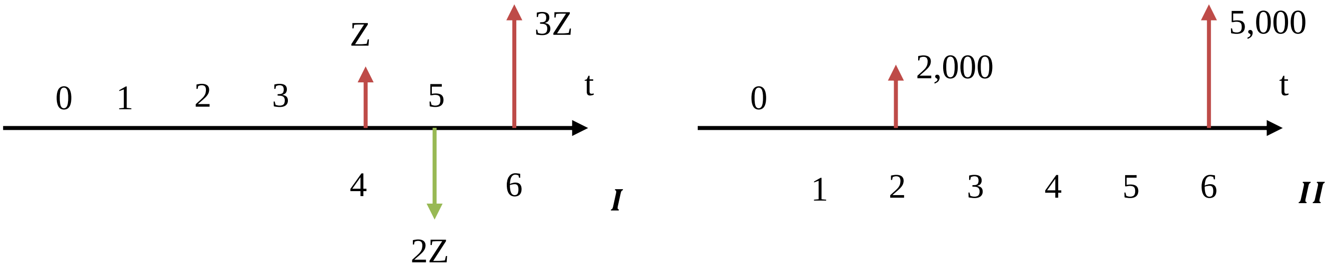
$$P_o = 1{,}000(P/A, 10\%, 5) + 10{,}000(P/F, 10\%, 15) + 10{,}000(P/F, 10\%, 30)$$

$$\Rightarrow P_o = 6{,}757.8 \ \$$$

$$\Rightarrow A_{new} = P_o\ (A/P, 10\%, 50) = 6{,}757.8 * 0.10086 = 681.86 \ \$$$

مسألة (14):

ليكن لدينا المخططين المبيّن، أوجد قيمة (Z) بحيث يكون المخطط الأول مكافئ للمخطط الثاني باعتبار $i = 8\%$.



الحل:

نحسب P للمخطط الأول عند النقطة (0):

$$P_{o-I} = Z(P/F, 8\%, 4) - 2Z(P/F, 8\%, 5) + 3Z(P/F, 8\%, 6)$$

$$\Rightarrow P_{o-I} = Z * 0.7350 - 2Z * 0.6806 + 3Z * 0.6302 = 1.2644\ Z$$

نحسب P للمخطط الثاني عند النقطة (0):

$$P_{o-II} = 2{,}000(P/F, 8\%, 2) + 5{,}000(P/F, 8\%, 6)$$

$$\Rightarrow P_{o-II} = 2{,}000 * 0.8573 + 5{,}000 * 0.6302 = 4{,}865\ \$$$

$$\Rightarrow P_{o-I} = P_{o-II} \Rightarrow 1.2644\ Z = 4{,}865$$

$$\Rightarrow Z = 3{,}847.67\ \$$$

نهاية المحاضرة

مسائل وظيفة

يطلب حل المسائل الآتية:

مسألة (1):

29.3 تدفع أقساط متساوية في نهاية كل عام تبلغ قيمة كل منها $263.80 وذلك لسداد قرض قيمته $1,000 بفائدة فعلية 10% في السنة. (6.3) و(9.3)

آ. كم عدد الدفعات المطلوبة لسداد كامل القرض؟

ب. مباشرة بعد الدفعة الثانية، ما هو المبلغ المحمل الذي يمكن أن يسدد القرض كلياً؟

مسألة (2):

37.3 توصلت امرأة إلى اتفاق تدفع بموجبه قرضاً مصرفياً مقداره $1,000 على 10 دفعات متساوية بمعدل فائدة سنوي فعلي مقداره 10%. ومباشرة بعد الدفعة الثالثة، اقترضت مبلغاً آخر قدره $500، بفائدة قدرها 10% في السنة أيضاً. وعندما اقترضت هذا المبلغ ($500)، طلبت من المصرفي أن يدعها تدفع ما تبقى عليها من دين من القرض الأول والمبلغ الكامل المترتب عليها من القرض الثاني على 12 دفعة سنوية متساوية. على أن تبدأ بسداد الدفعة الأولى منها بعد عام من استلامها القرض الثاني البالغ $500. احسب مقدار كل دفعة من هذه الدفعات الاثنتي عشرة.

مسألة (3):

38.3 يجب سداد قرض قيمته $10,000 خلال ثمانية أعوام. خلال السنوات الأربع الأولى، يجب سداد نصف رأس المال المقرض بالضبط (إضافة إلى الفائدة المركبة المتراكمة) وفق سلسلة منتظمة من الدفعات قيمتها A_1 دولار في السنة. النصف الثاني من رأس المال المقرض سيسدد على أربعة أعوام بفائدة متراكمة وفق سلسلة منتظمة من الدفعات قيمتها السنوية A_2 دولار في السنة. فإذا كانت $i = 9\%$ في السنة، كم تبلغ كل من A_1 وA_2؟ (12.3)

مسألة (4):

لدينا طريق نريد استثماره حسب عقد *BOT* فإذا علمت أن تكلفة الإنشاء هي 30 مليون وتكلفة الصيانة السنوية لمدة 50 عام هي 100,000 وهناك تكاليف صيانة طارئة في العام 25 تبلغ 10 مليون والعام 50 تبلغ 15 مليون. والمطلوب:

كم يجب أن تكون عائدات الطريق سنوياً ليصبح المشروع مجدي بفائدة (10%).