8-10. وصل الأنابيب على التسلسل والتوازي

Series and Parallel Pipe System

من النادر في الحياة العملية أن يستخدم في المشاريع المائية أنبوب أو ناقل واحد ذو قطر معين. والحالة السائدة هي استخدام عدة أنابيب بأطوال وأقطار مختلفة، وعندها يتم وصل الأنابيب، إما على التوازي، أو على التسلسل.

8-10-1. ثابت مقاومة الأنبوب Pipe Coefficient

وجدنا في الفصل السابق، أنه يمكن التعبير عن فاقد الضاغط h_f الناتج عن الاحتكاك بدلالة الضاغط الحركي، باستخدام علاقة دارسي- فايسباخ، بالصيغة:

$$h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

كما وجدنا أنه، يمكن التعبير عن الفواقد المحلية بدلالة الضاغط الحركي أيضاً بالعلاقة:

$$h_m = k \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

فإذا أوجدنا قيمة السرعة الوسطية V بدلالة معادلة الاستمرار:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot D^2}$$

وعوضنا بها في علاقة دراسي-فايسباخ، نجد أن:

$$h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{16 \cdot Q^2}{2 \cdot g \cdot \pi^2 \cdot D^4} \qquad (95\text{-}8)$$

أو:

$$h_f = \frac{8}{\pi^2 \cdot g} \lambda \cdot \frac{L}{D^5} \cdot Q^2 \qquad (96\text{-}8)$$

وفي حال استخدام الواحدات الدولية، تصبح العلاقة السابقة من الشكل:

$$h_f = 0.0826 \cdot \lambda \cdot \frac{L}{D^5} \cdot Q^2 \qquad (97\text{-}8)$$

كما يمكن كتابة علاقة الفواقد المحلية على الشكل التالي:

$$h_m = 0.0826 \cdot \frac{\sum k}{D^4} \cdot Q^2$$

وبشكل عام، يمكن التعبير من أجل الأنابيب وملحقاتها عن فاقد الضاغط الكلي h_ℓ، الذي هو فاقد في الطاقة لواحدة الوزن من الســـائل نتيجة الاحتكاك والفواقد المحلية، على الشكل التالي:

$$h_\ell = K \cdot Q^2 \qquad (98\text{–}8)$$

حيث: K – ثابت مقامة الأنبوب، ويعطى من أجل الأنابيب بالعلاقة:

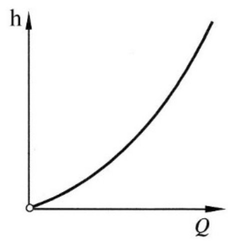
$$K = 0.0826 \cdot \left(\lambda \cdot \frac{L}{D^5} + \frac{\sum k}{D^4} \right) \qquad (99\text{–}8)$$

8–10–2. المنحني المميز للأنبوب Pipe Characteristic Curve

يعرف المنحني المميز للأنبوب، بأنه المنحني الذي يمثل ضـــياع الطاقة بدلالة غزارة الجريان. حيث يلاحظ من العلاقة:

$$h_\ell = K \cdot Q^2$$

أن المنحني المميز للأنبوب هو عبارة عن قطع مكافئ بوســـيط K غير ثابت، حيث $K = f(\lambda)$، وبدورها تكون λ تابعة لعدد رينولدز وخشـونة الأنبوب. لكننا نتعامل مع K في معظم المســـائل، على أنه ثابت على الرغم من تأثره بقيمة عدد رينولدز. ويبين الشكل (8–21) المنحني المميز للأنبوب.



الشكل (8–21). المنحني المميز لأنبوب

8–10–3. الأنابيب المكافئة Equivalent Pipes

يســمى أنبوباً مكافئاً لأنبوب أو لمجموعة من أنابيب أو لمجموعة فواقد محلية،

الأنبوب الذي تجري فيه الغزارة نفسها من السائل المدروس، وتضيع فيه الطاقة نفسها.

إن الأنبوب المكافئ لمجموعة فواقد محلية، هو الأنبوب الذي طوله L_e، وقطره D، وخشونته تساوي خشونة الأنبوب الذي تحصل فيه هذه الفواقد المحلية، والغزارة التي تجري فيه تساوي الغزارة المقابلة لهذه الفواقد، والفاقد بالاحتكاك فيه يساوي مجموع الفواقد المحلية. أي أن:

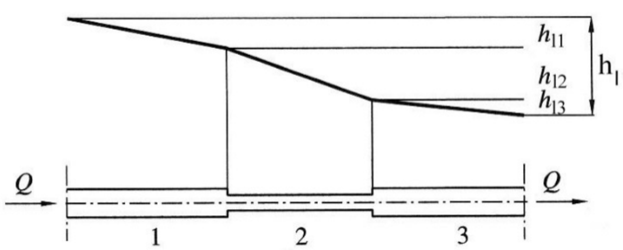
$$\lambda \cdot \frac{L_e}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} = \sum k \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

ومنه:

$$L_e = \sum k \cdot \frac{D}{\lambda} \qquad (100\text{-}8)$$

8-10-4. الأنبوب المكافئ لمجموعة من الأنابيب الموصولة على التسلسل

إذا كان لدينا مجموعة من الأنابيب الموصولة على التسلسل، كما الشكل (8-22). فإن الأنبوب المكافئ لهذه المجموعة من الأنابيب هو الأنبوب الذي يبلغ طوله L_e وقطره D_e، وتجري فيه الغزارة نفسها Q من السائل، ويكون فيه الفاقد h_ℓ مساوياً مجموع الفواقد في الأنابيب، أي أن:



الشكل (8-22). وصل الأنابيب على التسلسل [5]

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 \qquad (101\text{-}8)$$

و:

$$h_\ell = h_{\ell_1} + h_{\ell_2} + h_{\ell_2} \qquad (102\text{-}8)$$

إن المنحني المميز للأنبوب المكافئ يساوي مجموع المنحنيات المميزة للأنابيب الموصولة على التسلسل. فإذا كانت لدينا ثلاثة أنابيب موصولة على التسلسل

منحنياتها المميزة هي 1 و 2 و 3، كما في الشـــكل (8-23)، فإن المنحني المميز للأنبوب المكافئ هو المنحني C، الذي يتم الحصـــول عليه بجمع تراتيب المنحنيات الثلاثة.

ويمكن حساب ثابت الأنبوب المكافئ، كما يلي:

$$h_\ell = h_{\ell_1} + h_{\ell_2} + h_{\ell_3}$$

وبالتالي:

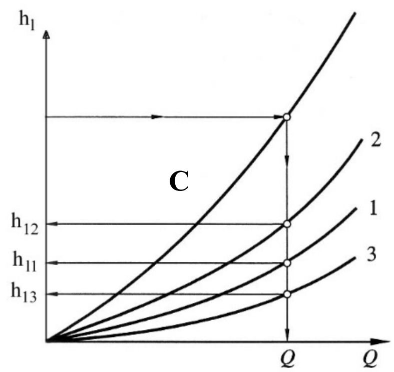
$$K_e \cdot Q^2 = K_1 \cdot Q_1^2 + K_2 \cdot Q_2^2 + K_3 \cdot Q_3^2 \qquad (103\text{-}8)$$

أو:

$$K_e \cdot Q^2 = K_1 \cdot Q^2 + K_2 \cdot Q^2 + K_3 \cdot Q^2 \qquad (104\text{-}8)$$

ومنه:

$$K_e = K_1 + K_2 + K_3 = \sum_{i=1}^{3} K_i \qquad (105\text{-}8)$$



الشكل (8-23). المنحني المميز المكافئ لمجموعة أنابيب موصولة على التسلسل [5]

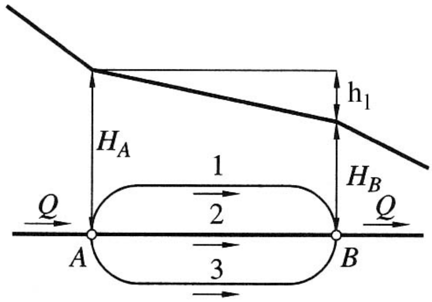
8-10-5. الأنبوب المكافئ لمجموعة من الأنابيب الموصولة على التفرع

لنأخذ مجموعة الأنابيب الموصولة على التفرع أو التوازي، كما في الشكل (8-24). فنجد أن الغزارة Q تتوزع في الأنابيب المتفرعة، بحيث يتحقق مبدأ انحفاظ الكتلة، أي أن:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \sum_{i=1}^{3} Q_i \qquad (106\text{-}8)$$

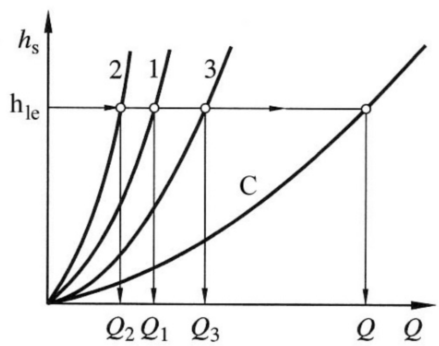
وتتساوى الفواقد في جميع الأنابيب الموصولة على التفرع، لأن منسوب خط الطاقة في بداية كل أنبوب وفي نهايته يكون واحداً بالنسبة لجميع الأنابيب، أي أن:

$$h_{\ell} = h_{\ell_1} = h_{\ell_2} = h_{\ell_3} \qquad (107\text{-}8)$$



الشكل (8–24). وصل الأنابيب على التفرع أو التوازي [5]

إن الأنبوب المكافئ لمجموعة الأنابيب المبينة في الشكل (8-25)، هو الأنبوب الذي يبلغ طوله L_e وقطره D_e، وتمر فيه الغزارة Q، ويكون الفاقد المقابل للغزارة Q هو h_{ℓ}. والمنحني المميز المكافئ هو المنحني C، الذي يمكن الحصول عليه تخطيطياً بجمع فواصل المنحنيات 1 و 2 و 3 من أجل كل قيمة لـ h_{ℓ} والحصول على فاصلة المنحني C.



الشكل (8–25). المنحني المميز المكافئ لمجموعة أنابيب موصولة على التفرع [5]

يمكن حساب ثابت الأنبوب المكافئ K_e بكتابة الفاقد في كل أنبوب بدلالة الغزارة الجارية فيه، أي أن:

$$K_e \cdot Q^2 = K_1 \cdot Q_1^2 = K_2 \cdot Q_2^2 = K_3 \cdot Q_3^2 \qquad (108\text{-}8)$$

وبالتعويض في المعادلة (8-106)، نحصل على:

$$\sqrt{\frac{h_\ell}{K_e}} = \sqrt{\frac{h_{\ell_1}}{K_1}} + \sqrt{\frac{h_{\ell_2}}{K_2}} + \sqrt{\frac{h_{\ell_3}}{K_3}} \qquad (109\text{-}8)$$

أو:

$$\sqrt{\frac{h_\ell}{K_e}} = \sqrt{\frac{h_\ell}{K_1}} + \sqrt{\frac{h_\ell}{K_2}} + \sqrt{\frac{h_\ell}{K_3}} \qquad (110\text{-}8)$$

ومنه:

$$\sqrt{\frac{1}{K_e}} = \sqrt{\frac{1}{K_1}} + \sqrt{\frac{1}{K_2}} + \sqrt{\frac{1}{K_3}} \qquad (111\text{-}8)$$

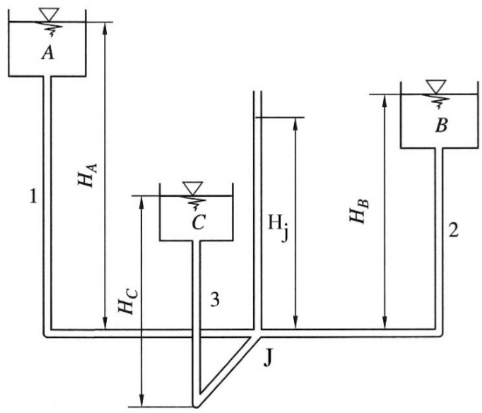
أو:

$$\sqrt{\frac{1}{K_e}} = \sum_{i=1}^{3} \sqrt{\frac{1}{K_i}} \qquad (112\text{-}8)$$

8–11. مسألة الخزانات الثلاثة The Three Reservoir Problem

لتكن لدينا ثلاثة خزانات A,B,C ، تتصـــل مع بعضـــها عبر الأنابيب 1,2,3 المتلاقية عند النقطة J ، كما في الشـــكل (8-26)، حيث تبلغ الفواقد في الأنابيب الثلاثة $h_{\ell_1}, h_{\ell_2}, h_{\ell_3}$. وبفرض أن مناســـيب المياه في الخزانات الثلاثة تبقى ثابتة، وأن الطاقة الحركية مهملة. ولنفرض أيضـــاً أن طول وقطر وأمثال خشـــونة كل أنبوب هي كميات معلومة. والمطلوب حساب غزارة الجريان Q في الأنابيب الثلاثة.

تبين معادلتا الطاقة والاستمرار، أن الضـاغط المائي H_J عند النقطة J متســاوٍ لجميع الأنابيب، وأن التصـريف الداخل إلى النقطة J يسـاوي التصـريف الخارج منها. وبالرجوع إلى الشكل السابق، وبفرض أن منسوب الضاغط البيزومتري الأكبر هو للخزان A ، والأصغر هو للخزان C . يتم حل مسألة الخزانات الثلاثة بطريقة التقريب المتتالي، ونتبع من أجل ذلك الخطوات التالية:



الشكل (8–26). مسألة الخزانات الثلاثة [5]

1- نقوم بحساب ثابت المقاومة لكل أنبوب، من العلاقة:

$$K_i = 0.0826 \cdot \left(\lambda_i \cdot \frac{L_i}{D_i^5} + \frac{\sum k_i}{D_i^4} \right) \qquad (113\text{-}8)$$

2- نفترض قيمة ما لمنسوب الضاغط البيزومتري عند العقدة J، ولتكن H_J. بحيث تكون هذه القيمة أقل من منسوب الضاغط البيزومتري للخزان A، وأكبر من منسوب الضاغط البيزومتري للخزان C. أي أن:

$$H_C < H_J < H_A$$

3- نحسب الغزارة المارة في كل أنبوب، من العلاقات التالية:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{h_{\ell_1}}{K_1}} = \sqrt{\frac{H_A - H_J}{K_1}} \qquad (114\text{-}8)$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{h_{\ell_2}}{K_2}} = \sqrt{\frac{H_B - H_J}{K_2}} \qquad (115\text{-}8)$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{h_{\ell_3}}{K_3}} = \sqrt{\frac{H_J - H_C}{K_3}} \qquad (116\text{-}8)$$

4- يجب أن يكون مجموع الغزارات الداخلة للعقدة J مســـاوياً مجموع الغزارات الخارجة منها. أي أن:

$$\sum Q_i = 0 \qquad (117\text{-}8)$$

عندما تكون قيمة الغزارة Q_1 الداخلة للعقدة J من الخزان A أكبر من مجموع

الغزارتين Q_2+Q_3 الخــارجتين من العقــدة J ، أي: $0 < \left(Q_2+Q_3\right) - \Delta Q = Q_1$ ، نقوم بتصـــغير قيمة الغزارة Q_1 ، وذلك عن طريق زيادة قيمة الضـــاغط البيزومتري عند العقدة J . والعكس صـــحيح، أي عندما يكون $0 > \left(Q_2+Q_3\right) - \Delta Q = Q_1$ ، نقوم بتصغير قيمة الضاغط البيزومتري المفترضة عند العقدة J .

5- تعاد الخطوات 2،3،4 حتى يصبح المجموع $\sum Q_i = 0$.