

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

تتمة في بحث الخواص الميكانيكية + مسائل

كلية الهندسة المدنية – السنة الأولى

د. صبا عياش

تتناسب قوى الإجهاد  $\tau$  طردا مع مقدار التشوه  $\gamma$  وفق العلاقة  
 $\tau = G \gamma$  (معامل القص)

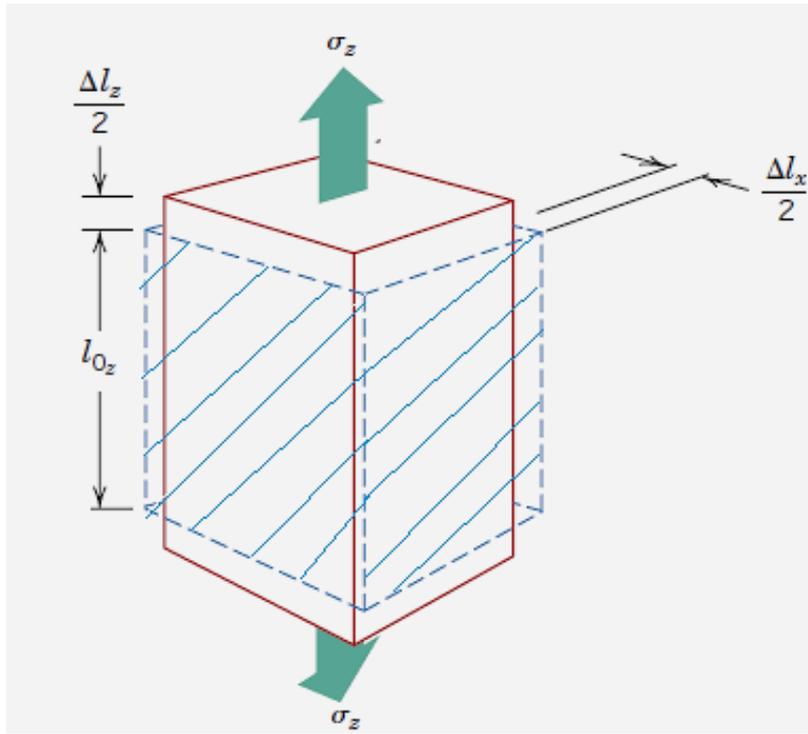
واحدات الإجهاد الأخرى  
Mpa, Psi

$N/m^2 = Pascal$

واحدة الإجهاد

ماهي واحدة معامل القص

يطبق  
قانون  
 $\sigma = Y \varepsilon$  في  
حالة  
الاستطالة  
وفق  
الاتجاهات  
X, Y, Z



## خصائص المرونة للمعادن

عند تطبيق إجهاد شدي على عينة معدنية ، يترافق الإجهاد مع استطالة نسبية في اتجاه الشد  $\varepsilon_z$  و تقلص في الاتجاهين X و Y ( $\varepsilon_x$  ،  $\varepsilon_y$ ) بحيث يكون  $\varepsilon_x = \varepsilon_y$

## معامل بواسون $\nu$

تعرف نسبة بواسون بأنها نسبة التقلص الأفقي النسبي ( $\epsilon_x$ ) إلى

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_z} : \text{الازدياد المحوري النسبي } (\epsilon_z)$$

الاستطالة النسبية في الاتجاهين x و y (-) هي بعكس اتجاه الاستطالة النسبية في الاتجاه z (+).

قيمة  $\nu$   
موجبة  
دائما

توجد علاقة تربط بين

نسبة بواسون  $\nu$

معامل يانغ Y

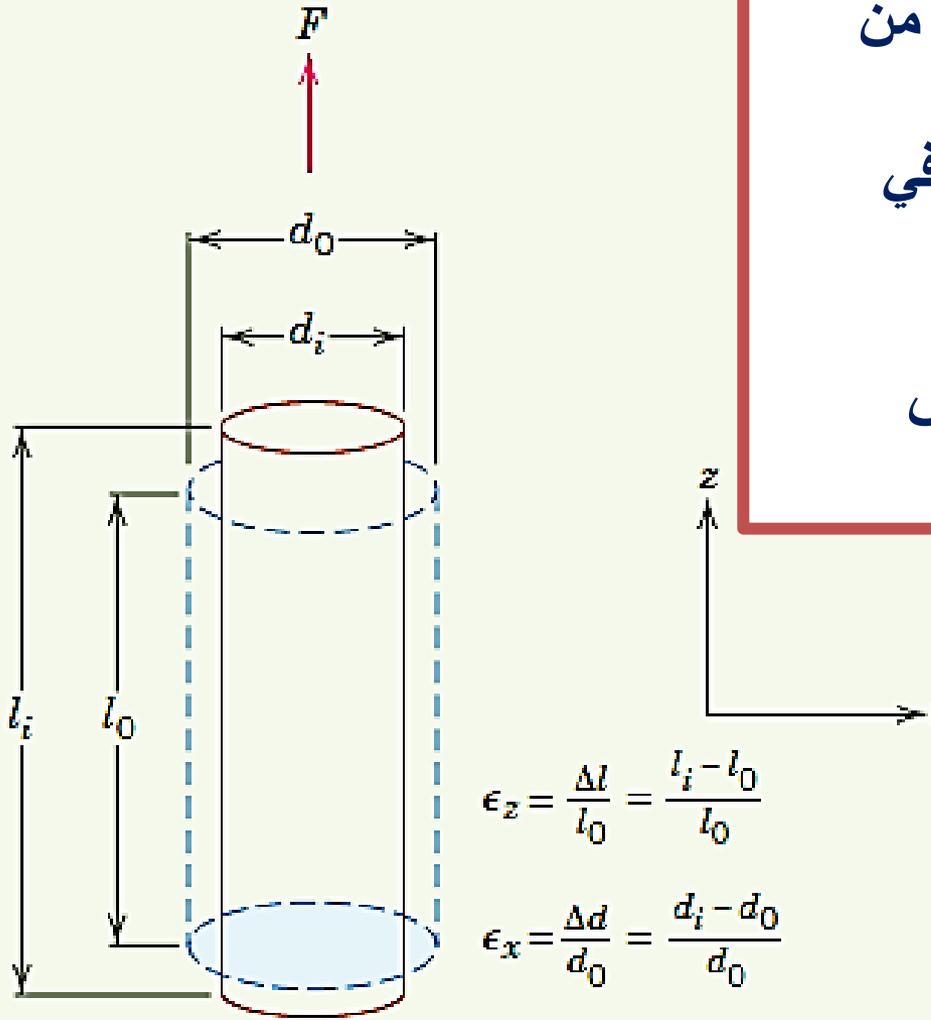
معامل القص G

$$Y = 2G (1 + \nu)$$

$$A_0 = \pi(d/2)^2 = 3.14(10 \times 10^{-3}/2)^2 = 78.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

مثال محلول (صفحة 78)

نطبق إجهاد شدي على طول محور أسطوانة من النحاس الأصفر قطرها (10mm) ، عين قيمة الحمولة المطلوبة لينتج لدينا تغير في القطر مقداره (2.5x10<sup>-3</sup>mm) إذا اعتبرنا أن التشوه الحاصل تشوه مرن ، معامل بواسون للنحاس الأصفر  $\nu = 0.35$



$$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_i - l_0}{l_0}$$

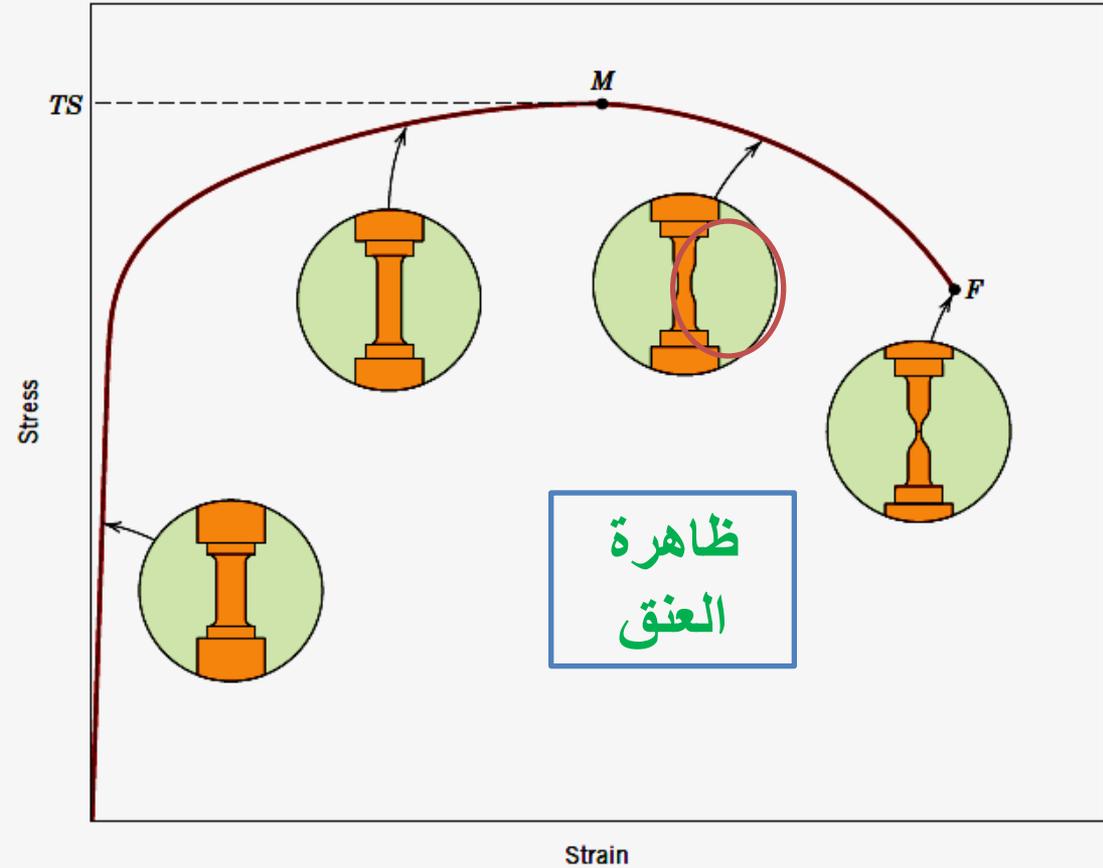
$$\epsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d_i - d_0}{d_0}$$

في هذه الحالة، تم تطبيق إجهاد شد على طول المحور Z أدى لاستطالة نسبية  $\epsilon_z$  في اتجاه الشد و تقلصات نسبية مرنة في الاتجاه x (اتجاه نصف القطر هنا)

$$F = 5660 \text{ N}$$

$$\sigma = 72.1 \text{ Mpa}$$

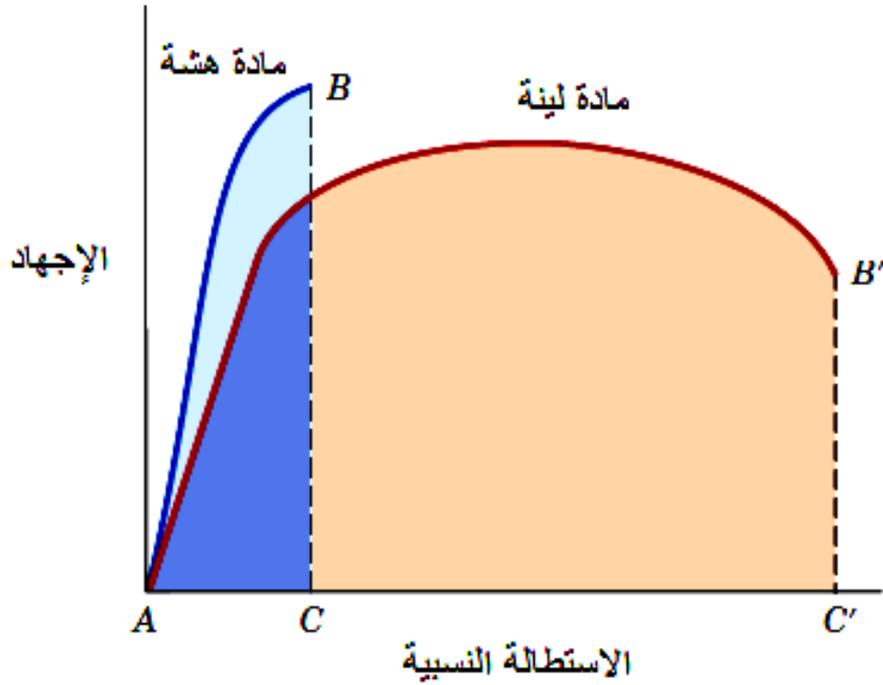
# مقاومة الشد



تعرف مقاومة الشد  $T_s$  بأنها النقطة التي يكون فيها الإجهاد أعظمي في المنحني إجهاد - استطالة نسبية وهي القيمة المقابلة للنقطة  $M$  على المنحني .

تقدر مقاومة الشد  
بوحدة  $Mpa$

## الليونة



خاصية ميكانيكية تقيس درجة التشوه اللدن الذي تتحمله المادة حتى تتكسر (تقطع) وتقسم المواد وفقا لهذه الخاصية إلى :  
مواد هشة / مواد لينة

تعبر الليونة عن النسبة المئوية للاستطالة  $\leftarrow$  ليس لها واحدة

## الرجوعية

تعرف الرجوعية بأنها مقدرة المادة على الاستعادة أو الرجوع لشكلها الأصلي بعد زوال القوة المؤثرة عليها أي قدرتها على امتصاص الطاقة خلال التشوه المرن .

## الوحدات المستخدمة في بحث الخواص الميكانيكية

$$1 \text{ pound} = 4.44\text{N}$$

$$1 \text{ in} = 2.54\text{cm} \quad 1 \text{ Psi} = \text{pound per square inch (P/in}^2\text{)}$$

$$1 \text{ Ksi} = 10^3 \text{ Psi}$$

$$1 \text{ Mpa} = 145\text{Psi}$$

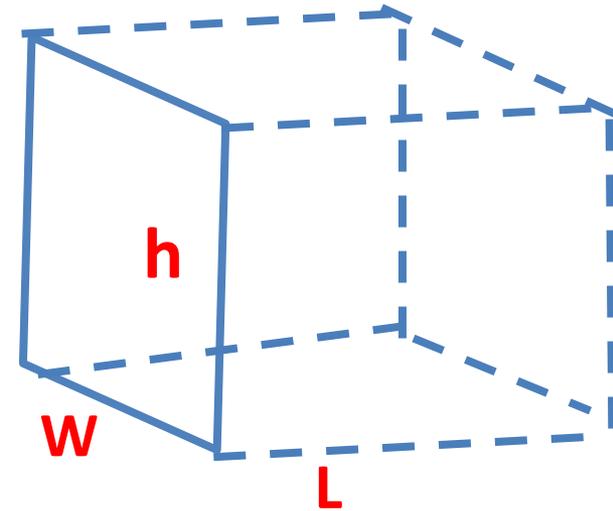
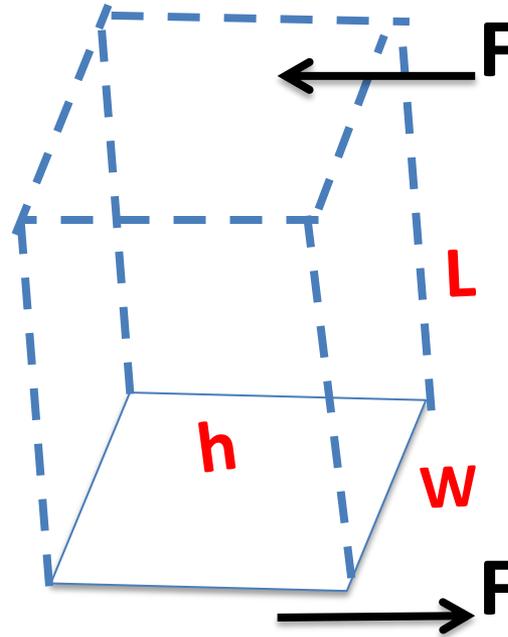
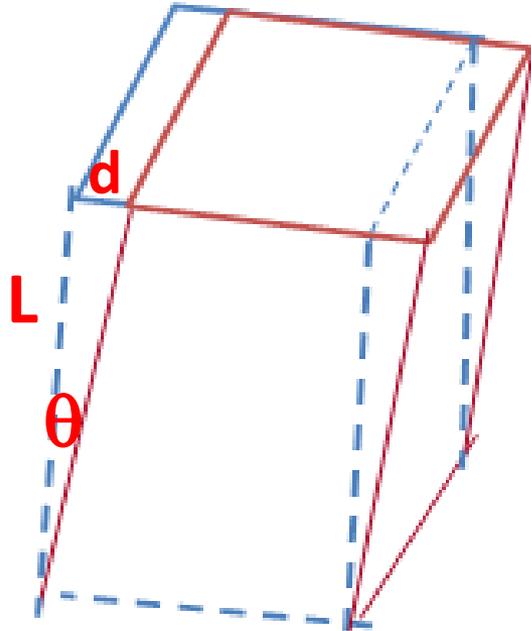
$$1 \text{ Mpa} = 10^6 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ Gpa} = 10^9 \text{ Pa}$$

## مثال محلول عن اختبار القص ص 75

قطعة من الفولاذ على شكل متوازي مستطيلات طولها  $L=5\text{cm}$  عرضها  $W=5\text{cm}$  و ارتفاعها  $h=5\text{cm}$  ، تثبت من إحدى قاعدتيها الصغرى  $WXh$  و تطبق قوة على الوجه المقابل مقدارها  $10^6\text{ N}$  ، أوجد مقدار انزياح الوجه الثاني عن الأول (d) إذا علمت أن معامل القص للفولاذ  $G=8.3 \times 10^4\text{ Mpa}$ .

$$\text{tg } \theta = d/L$$



$$\tau = \frac{F}{A_0} = \frac{10^6}{25 \times 10^{-4}} = 0.04 \times 10^{10} \text{ Pa}$$

لايجاد d يجب ايجاد ظل الزاوية  $\theta$  أي  $\gamma$   $\tau = G \gamma$

$$0.04 \times 10^{10} = 8.3 \times 10^4 \times 10^6 \gamma$$



$$\text{tg } \theta = 0.0048$$

$$d = L \cdot \text{tg } \theta = 0.1 \times 0.0048 = 0.00048 \text{ m} = 0.48 \text{ mm}$$

إذا كان الإجهاد الذي يبدأ عنده تشوه عينة من خليطة النحاس تشوها  
لدينا هو  $345\text{Mpa}$  و بفرض أن معامل المرونة لهذه الخليطة هو  
 $10.3 \times 10^4 \text{ Mpa}$  فأوجد :

- قوة الحمولة الأعظمية الواجب تطبيقها على عينة تملك مساحة  
مقطع عرضي  $130\text{mm}^2$  قبل أن تتشوه تشوها لدينا
- الطول الأعظمي للعينة إذا كان طولها الأصلي  $76\text{mm}$  و ذلك قبل  
أن تتشوه تشوها لدينا

$$\sigma_y = 345\text{Mpa}$$

$$A_0 = 130\text{mm}^2$$

$$Y = 10.3 \times 10^4 \text{ Mpa}$$

$$L_0 = 76\text{mm}$$

$$F=44850\text{N}$$

الطول الأعظمي :

$$L=L_0+\Delta L=76.254\text{mm}$$

قوة الحمولة الأعظمية مرتبطة  
بالإجهاد الذي يبدأ عنده التشوه  
اللدن  $\sigma_y = F/A_0$  :

يحسب الطول الأعظمي من علاقة

$$\sigma = Y\varepsilon \text{ الإجهاد}$$

$$\varepsilon = \Delta L/L_0 \text{ حيث}$$

$$\Delta L=0.2545\text{mm}$$

## مسائل في الخواص الميكانيكية

تملك عينة أسطوانية من الفولاذ قطرا 15.2mm و طول 250mm تم تشويه العينة تشوها مرنا بقوة شد مقدارها 48900N فإذا علمت أن معامل المرونة للفولاذ  $Y=20.7 \times 10^4 \text{ Mpa}$  فأوجد مقدار استطالة العينة في اتجاه تطبيق الإجهاد؟

$$A_0 = 181.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_0 = \pi(d/2)^2 \quad \text{نوجد}$$

$$d = 15.2 \text{ mm}$$

$$F = 48900 \text{ N}$$

$$Y = 20.7 \times 10^4 \text{ Mpa}$$

$$L_0 = 250 \text{ mm}$$

$$\sigma = F/A_0$$

$$\sigma = Y\varepsilon$$

$$\varepsilon = \Delta L/L_0$$

$$\Delta l = 0.325 \text{ mm}$$

# مسائل في الخواص الميكانيكية

تم تشويه عينة أسطوانية من خليطة النحاس الأصفر قطرها 10mm و طولها 101,6mm بقوة شد (10000N) فإذا كان معامل بواسون لهذه العينة  $\nu=0.35$  و معامل يونغ لهذه العينة  $Y=10.1 \times 10^4 \text{ Mpa}$  فأوجد :

- مقدار استطالة العينة

- مقدار نقصان قطر العينة

اتجاه  $\epsilon_x$  و  $\epsilon_z$

$$A_0 = 78.5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$A_0 = \pi(d/2)^2 \text{ نوجد}$$

$$d = 10 \text{ mm}$$

$$F = 10000 \text{ N}$$

$$Y = 10.1 \times 10^4 \text{ Mpa}$$

$$L_0 = 101.6 \text{ mm}$$

$$\nu = 0.35$$

$$\sigma = F/A_0$$

$$\sigma = Y\epsilon_z$$

$$\epsilon_z = \Delta L/L_0$$

نوجد  $\epsilon_x$  من العلاقة

$$\nu = -\epsilon_x / \epsilon_z$$

$$\Delta d = -4.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$\epsilon_x = -4.44 \times 10^{-4}$$

$$\epsilon_z = 12.7 \times 10^{-4}$$

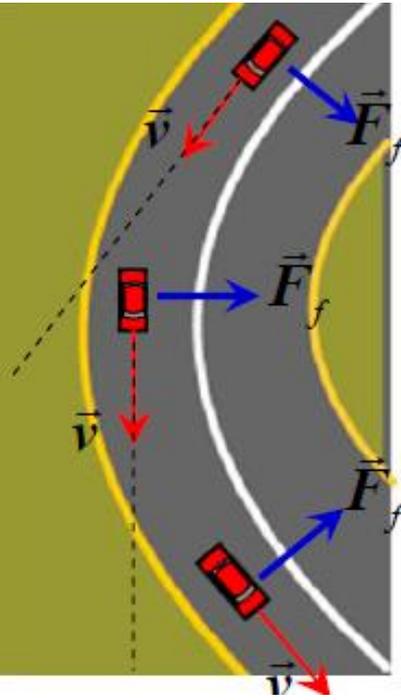
$$\Delta l = 0.13 \text{ mm}$$

## مسألة على الحركة الدائرية

تسير سيارة كتلتها  $m = 1600\text{kg}$  بحركة منتظمة على طريق منحنى نصف قطره  $R = 35\text{m}$  ، أوجد السرعة العظمى التي يمكن أن تسير بها السيارة على المسار المنحني دون أن تنزلق إذا علمت أن معامل الاحتكاك السكوني بين السيارة و الطريق الجاف  $= 0.5$  ؟

القوة التي تؤثر على السيارة وتحافظ على حركتها الدائرية هي القوة الجاذبة المركزية.

في حالة حركة السيارة على مسار دائري ، تتمثل القوة الجاذبة في المركزية في قوة الاحتكاك السكونية حيث تمنع قوة الاحتكاك السكونية من بدء حركة الانزلاق و تحافظ على الحركة الدائرية



$$F_f = F_s = m a_n = mV^2/R$$

$$F_f = F_s = m a_n = m V^2 / R$$

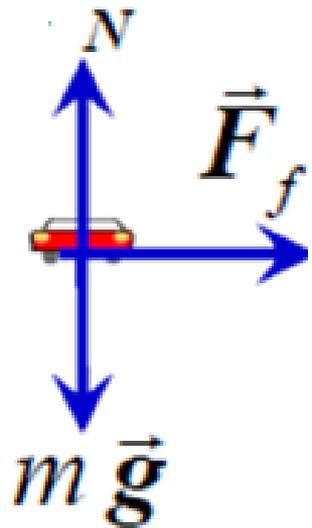
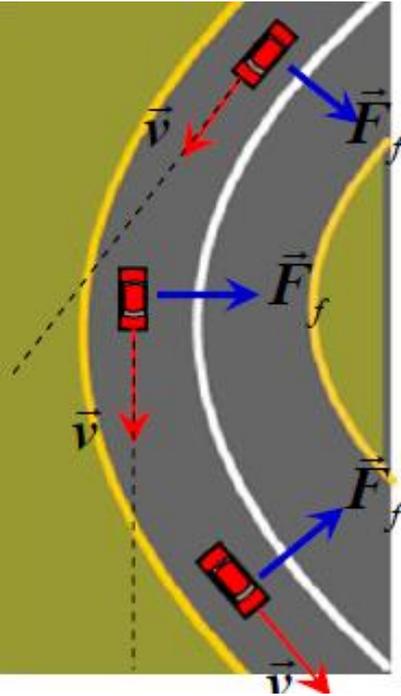
أقصى سرعة للسيارة توافق السرعة التي من أجلها تكون السيارة على وشك بدء الانزلاق

في هذه الحالة تكون قوة الاحتكاك السكونية أعظمية

$$F_{smax} = \mu_s \cdot N \quad \leftarrow$$

تحسب N من خلال توازن الجسم وفق المحور حيث الحركة موجودة وفق المسار الدائري

$$m g = N$$



$$V_{max} = \sqrt{\mu_s g R}$$

$$V_{max} = 18.7 \text{ m/s}$$

$$F_{Smax} = m \cdot V_{Max}^2 / R$$

$$\mu_s \cdot m g = m \cdot V_{Max}^2 / R \quad \leftarrow$$

## مسائل في الحركة و القذف

تدفع قطعة كتلته  $m=2\text{kg}$  على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي  $\theta=30^\circ$  و بسرعة ابتدائية  $V_0=22\text{m/s}$ . فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي  $\mu_k=0.3$  والمطلوب :

- أوجد قوة الاحتكاك  $f$  التي تفعل بالقطعة عندما تتحرك إلى أعلى المستوي
- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة في صعودها المستوي

تحسب  $N$  من شرط التوازن على المحور  $y$

تعطى قوة الاحتكاك بالعلاقة  $f_k=\mu_k N$

$$fk=5.1\text{N} \leftarrow N-mg \cos\theta=0$$

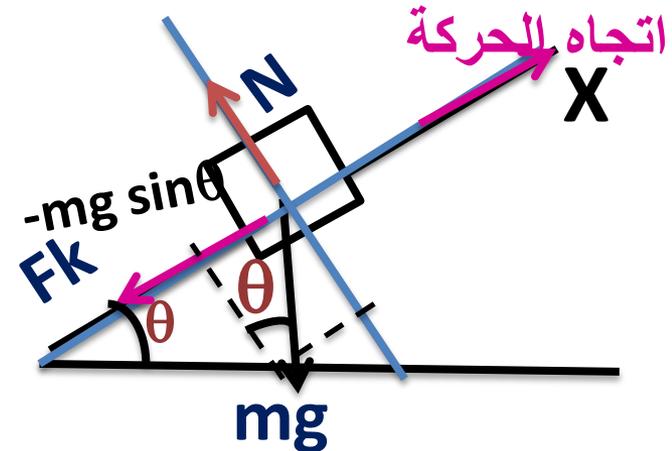
الحركة وفق المحور  $x$  مستقيمة متغيرة بانتظام  
تتعدم السرعة في آخر المسار :  $V_f=at+V_0$  ( $V_f=0$ )

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع  $\leftarrow$  نحتاج قانون نيوتن الثاني

$$-F_k-mg \sin\theta=ma \leftarrow \Sigma F_x=m a_x$$

$$t= 3\text{s}$$

$$a= -7.45\text{m/s}^2$$



حالة الصعود

## مسائل في الحركة و القذف

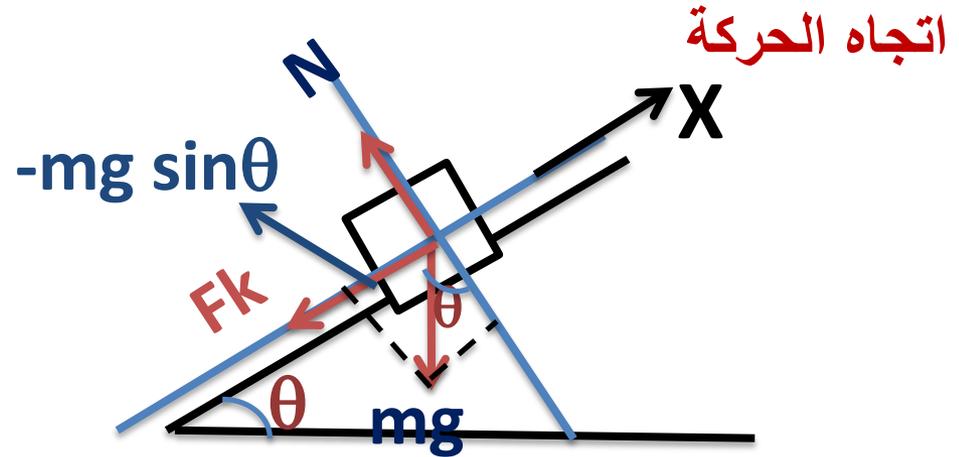
تدفع قطعة كتلته  $m=2\text{kg}$  على طريق مائل بزاوية تساوي  $\theta=30^\circ$  و بسرعة ابتدائية  $V_0=22\text{m/s}$ . فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي  $\mu_k=0.3$  والمطلوب :  
٣- ماهي المسافة التي تقطعها القطعة في صعودها المستوي

تحسب المسافة من إحدى العلاقتين التاليتين :

$$X = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t + X_0 \quad V^2 - V_0^2 = 2a (X - X_0)$$

حيث  $a=-7.45\text{m/s}^2$  ،  $t=3\text{s}$

$S=32.48\text{m}$



حالة الصعود

تدفع قطعة كتلتها  $m=2\text{kg}$  على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي  $\theta=30^\circ$  و بسرعة ابتدائية  $V_0=22\text{m/s}$ . فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي  $\mu_k=0.3$

٤- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة لتهبط من الوضع السابق إلى نقطة انطلاقها  
٥- ماهي السرعة التي تصل بها القطعة إلى هذه النقطة.

$$f_k=5.1\text{N}$$

المسافة

المقطوعة

$$32.48\text{m} =$$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام وفق سرعة ابتدائية  $V_0=0$

$$32.48 = \frac{1}{2}at^2 + 0t$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + X_0$$

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع  $\Leftarrow$  نحتاج قانون نيوتن الثاني

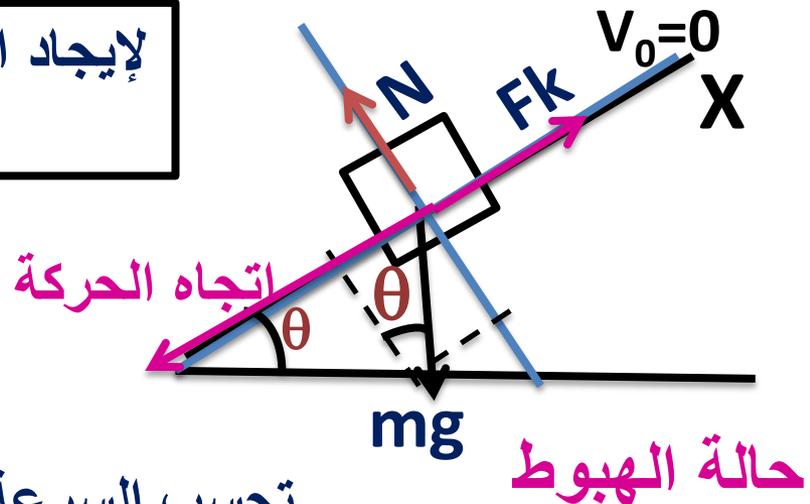
$$+mg \sin\theta - F_k = ma \Leftarrow \Sigma F_x = m a_x$$

$$t = 5.1\text{s}$$

$$a = +2.45\text{m/s}^2$$

$$V = 12.5\text{m/s}$$

تحسب السرعة من العلاقة  $V = at + V_0$



يقذف جسم شاقوليا نحو الأعلى بسرعة ابتدائية  $50\text{m/s}$  وحين يعود ساقطا من الأعلى يصادف حاجزا أفقيا موضوعا على بعد شاقولي  $55\text{m}$  تحت نقطة القذف فإذا كانت كتلة الجسم  $10\text{kg}$  و تسارع الجاذبية الأرضية  $g=10\text{m/s}^2$  بإهمال تأثير الهواء والمطلوب:

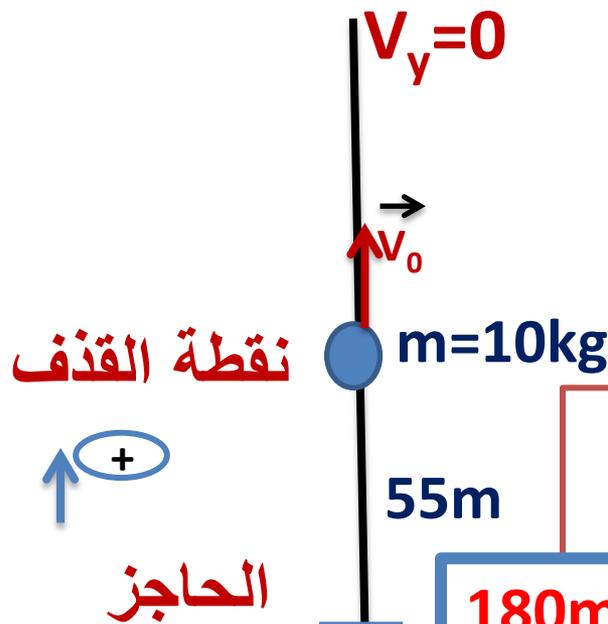
ما هو نوع

القذف؟

(1) - استخراج التوابع الزمنية للحركة  $Y(t)$  ،  $X(t)$

(2) - ماهي أعلى مسافة يصلها الجسم المقذوف عن الحاجز الأفقي.

(3) - احسب الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل إلى أعلى ارتفاع عن نقطة القذف (بدءا من لحظة القذف).



(1) الحركة وفق المحور  $y$  حركة مستقيمة متغيرة بانتظام ولا توجد حركة وفق المحور  $X$

$$a = -g$$

$$X(t)=0$$

$$y(t)=+1/2 at^2 + V_{0y}t+y_0$$

(2) عند أعلى مسافة (الذروة) تكون السرعة معدومة أي  $V_y=0$  :  $V^2-V_0^2=-2g(y-y_0)$  ، نعوض:

$$180\text{m} = 125+55 = \text{البعد عن الحاجز الأفقي}$$

$$y = 125\text{m}$$

3- احسب الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل إلى أعلى ارتفاع عن نقطة القذف (بدءاً من لحظة القذف)

4- احسب الزمن اللازم لعودة الجسم إلى نقطة القذف بدءاً من لحظة القذف

5- احسب سرعة الجسم وطاقته الحركية لحظة ملامسة القذيفة للحاجز الأفقي؟

$$t_1 = 5 \text{ s}$$

يحسب الزمن من العلاقة :  $V_y = 0$  ،  $V_y = -g t_1 + V_{0y}$

الزمن اللازم لعودة الجسم إلى نقطة القذف =  
زمن الصعود  $t_1$  + زمن الهبوط  $t_2$

يحسب زمن الهبوط من العلاقة :

$$y = 125 \text{ m} \quad V_{0y} = 0 : y = +1/2 g t_2^2 + V_{0y} t + y_0$$

$$10 \text{ s} = 5 + 5 = t \text{ الزمن الكلي} \quad t_2 = 5 \text{ s}$$

سرعة الجسم تحسب من العلاقة :  $V^2 - V_0^2 = +2g(y - y_0)$

$$E_k = 18 \text{ kJ} \quad V = 60 \text{ m/s} \quad y - y_0 = 180 \quad V_0 = 0 \quad \text{نعوض}$$

