

معالجة الفروق الناتجة عن مقارنة إحدائيات شبكة المثلثات من الدرجة الأولى والثانية  
والناتجة عن الحسابات التقليدية مع نظائرها الناتجة عن القياسات بواسطة نظام GPS.

الدكتور المهندس عبد الرزاق عايد عجاج

أستاذ مساعد في قسم الهندسة الجيوديسية

كلية الهندسة المدنية، جامعة دمشق

[ajajar59@yahoo.com](mailto:ajajar59@yahoo.com)

[a-ajaj@aiu.edu.sy](mailto:a-ajaj@aiu.edu.sy)

الكلمات المفتاحية : معالجة الفروق ( $D_X, D_Y$ )، الترشيح، شبكة المثلثات، قياسات نظام GPS، الاختبار الإحصائي.

### ملخص البحث

إن معالجة الفروق  $D_X$  و  $D_Y$  والناتجة عن مقارنة إحدائيات الشبكتين من الدرجتين الأولى والثانية مع قياسات نظام GPS للنقاط ذاتها ، تفضي إلى طرح مسألة ترشيح هذه الفروق بمرشح من الدرجة الأولى كما هو مقترح في هذا البحث يؤدي إلى حذف الأخطاء العرضية المتوفرة في كل من  $D_X$  و  $D_Y$  ويبقي على الجانب النظامي في هذه الفروق، حيث يمكن تصحيح إحدائيات نظام GPS من الجزء النظامي لنحصل بالنهاية على إحدائيات مصححة جديدة معينة بالعلاقين التاليين:  $X' = x - Z_x$  و  $Y' = y - Z'_y$  ولتصبح هذه الإحدائيات مادة تتم معالجتها مستقبلاً بتحويلات هيلمرت. أظهرت نتائج تحليل التصحيحين  $Z_x$  و  $Z'_y$  إن الاتجاه العام للانسحاب هو الشمال لمعظم النقاط، وبعضها يظهر انسحاباً باتجاه آخر يمكن تعليقه بانزلاقات موضعية وبطيئة لهذه النقاط وهذا ما يؤكد حركة النقاط المثلثاتية المحتملة تحت تأثير الحركات الزلزالية البطيئة والمتواترة التي تطول القشرة الأرضية.

### مقدمة البحث:

(بني، مراد، مطرجي، 1999) (1) : (عجاج، مقدسي،

بني، شرايه، 2004) (2).

لقد أظهرت المقارنة كما هو متوقع فروقاً كبيرة لبعض النقاط و أسباب ذلك هي التالية:

طرحت هذه المسألة على عديد من الدول كانت قد شرعت في قياسات مماثلة على نقاط الشبكتين من الدرجة الأولى والثانية وذلك من أجل التعرف على مدى صحة الإحدائيات  $(X, Y)$  لهذه النقاط التي جرى تعيينها قبل قرن من الزمن

نهاية سلسلة من المثلثات من الدرجة الأولى طولها 1000km ،  
على سطح الإهليلج معطى بالعلاقة:

$$m_{S''} = \frac{0.2''}{206265} \times 1000000 = 0.97m$$

وهي قيم مرتبطة بسلسلة مثلثات تنتشر على الإهليلج المرجع  
(Datum) . (Ogorodova, 2006) (8).

هذه الأخطاء العرضية تنعكس على حسابات شبكة المثلثات  
لتوزع على نقاط الشبكة عند حساب تعديلها بطريقة  
المربعات الصغرى (Method of Least Squares)، في حين  
جرى تقليصها في قياسات الـ GPS.

3- إنَّ بناء نقاط الشبكتين الأولى والثانية على قمم  
الجبال من أجل تأمين الرؤية المتبادلة بينها يعرض هذه النقاط  
إلى الإنزلاقات، أي لا يمكن أن نعتبر نقاط المثلثات في  
الشبكتين والتي جرت القياسات فوقها قبل قرن من الزمن  
تقريباً بقيت ثابتة في مكانها لاسيما في مناطق جبلية حيث  
نموها الإنتوائي (EPIROGENESE) (حركة بطيئة في الزمن  
ومنتشرة على امتداد واسع في المكان ولا تترك تشققات في  
سطح الأرض) مستمر كما هي الحال في جبال الألب  
السويسرية. وبعبارة أخرى إنَّ قياسات إحداثيات الشبكتين  
بنظام GPS، قد يكون منجزاً على نقاط مختلفة عن النقاط  
الأساسية نتيجة لهذه الحركة.

إنَّ الأسباب المذكورة أعلاه تفسر الفروق الكبيرة عند  
المقارنة بين إحداثيات شبكة المثلثات المرصودة قديماً  
والإحداثيات الحديثة الناتجة عن نظام الـ GPS.

**هدف البحث:** اقتراح أسس رياضية لمعالجة الفروق الناتجة  
عن المقارنة بين إحداثيات شبكة المثلثات التقليدية المستوية  
والإحداثيات الجديدة المستوية الناتجة عن قياسات الـ GPS،  
من أجل ملائمة إحداها مع الأخرى، ليصبح استخدام

1- إنَّ تعيين إحداثيات نقاط الشبكتين الأولى والثانية قد  
أنجز سابقاً بحسابات جيوديزية متكاملة في شبكة المثلثات  
أحياناً متوخين تصحيح قياسات الاتجاهات الأفقية قبل أية  
معالجة من تأثير ارتفاعات النقاط المرصودة من ناحية، ومن  
تصحيح الخط الجيوديزي (Geodetic line) من ناحية أخرى.  
في حين أنَّ تعيين إحداثيات هذه النقاط باستخدام نظام الـ  
GPS يتمُّ بشكل منعزل نقطة فنقطة، أي أنَّ الاختلاف لحدِّ  
ما ناتج عن أسلوب المعالجة في الطريقتين.

2- إنَّ حساب الشبكات المثلثية بالطريقة التقليدية يستند  
إلى قياسات فلكية (B,L) للطول والعرض وكذلك إلى  
قياس سمت ضلع من الأضلاع فلكياً في النقطة الأساسية  
وذلك من أجل توجيه الشبكة على سطح الإهليلج  
(Ellipsoid) المعتمد. ومن المؤكَّد أن دقَّة التيودوليت  
المستخدم آنذاك لم تكن كما هي عليه الآن . يمكن أن نقبل  
خطأً على الطول والعرض في النقطة الأساسية  
".  $m_B = m_L = 0.2''$  وبذلك يكون الخطأ الخطي وفي كلا  
الاتجاهين على إحداثيات النقطة الأساسية في الشبكة  
من الدرجة الأولى على سطح الإهليلج (Ellipsoid) معطى  
بالعلاقة:

$$m_S = \frac{m_{B0}''}{206265} \times R$$

وقدره باتجاه خط العرض  $m_{S'} = R \times \cos B_0'' \times m_{L0}$  . فإذا  
قبلنا قيمة واحدة لهذا الخطأ على قياس كل من العرض  $B_0$   
والطول  $L_0$  في النقطة الأساس يكون لدينا :

$$m_S = m_{S'} = \frac{0.2''}{206265} \times 6400000 = 6.2m$$

أما بالنسبة لتأثير خطأ سمت توجيه الشبكة على سطح  
الإهليلج والذي قدره  $m_A = 0.2''$ ، فيولد انتقالاً عرضانياً في

الحساب يصبح ضرورة ملحة للتعرف على خطأ كل قيمة مصححة.

**الدراسات النظرية السابقة للبحث:** إن الدراسات النظرية حول احتمال حركة نقاط لشبكات مثلثاتية من الدرجتين الأولى والثانية كانت محدودة بسبب عدم توفر أدوات قياس جديدة مستقلة عن الإسلوب القديم المعروف آنذاك ولذلك نجد في المراجع دراسات متناثرة ومحدودة تمت في جبال الألب وأعطت مؤشرات على هذه الحركة. كانت الفكرة الأساسية في هذه الدراسة اختيار ثلاث نقاط جيوديزية وتعيين إحداثيات كل نقطة من المثلث بتقاطعين من النقطتين الأخيرين والمفروض ثباتهما، حيث الانتهاء إلى نتيجة محدودة كان ممكناً بصورة تقريبية في حين أن الفروق ( $D_X, D_Y$ ) قدمت امكانية دراسة حركة هذه النقاط بشكل شامل، وطريقتنا المقترحة في البحث تنهج هذا النهج.

#### 1-الاختبارات الإحصائية لتوزع $D_X, D_Y$

تحتوي الفروق ( $D_X, D_Y$ ) الناتجة عن المقارنة بين إحداثيات شبكة المثلثات المرصودة قديماً والإحداثيات الحديثة الناتجة عن نظام الـ GPS على جزء نظامي إلى جانب الجزء العرضي:

$$D_Y = y - Y \text{ و } D_X = x - X$$

حيث (X,Y) إحداثيات مستوية ناتجة عن نظام الإسقاط (Projection System) لنقاط شبكة المثلثات من الدرجتين الأولى والثانية و (x,y) إحداثيات مستوية أيضاً نتجت عن قياسات نظام GPS (Norman et al.,1995) (7). إن تصور طريقة تسعى إلى تعيين الجزء النظامي في الفرقين  $D_X, D_Y$  يبقى مطروحاً وملحاً وعلينا أن نسعى دائماً إلى تصحيح المقدارين  $D_X, D_Y$  من الجزأين النظاميين المتوفرين فيهما قدر الإمكان.

قياسات نظام الـ GPS ممكناً في أعمال المساحة التفصيلية. كما يهدف البحث إلى التأكد من صحة إحدائيات شبكة المثلثات التقليدية المرصودة قديماً ومدى ثبات تلك النقاط في مواقعها الأساسية (أي اختبار الانزلاق نتيجة للحركة الإلتوائية البطيئة المستمرة)، وخاصة أن شبكة المثلثات المرصودة قديماً هي الشبكة الرئيسة المعتمدة بعد أن جرى تضييقها بشبكات مثلثات من درجات أدنى من أجل وضع المخططات ذات الاستخدام العملي هندسياً.

**مشكلة البحث** تكمن في إيجاد طريقة لمعالجة فروق الإحداثيات لنقاط الشبكة المثلثاتية الناتجة عن قياسين أحدهما تقليدي معروف والآخر حديث ينطوي على استخدام نظام الـ GPS.

#### منهجية البحث

تقتضي منهجية البحث إتباع الخطوات التالية:

- عرض الأخطاء العرضية المتوفرة في الشبكات المثلثاتية القديمة ومدى تأثيرها في دقة الإحداثيات الجيوديزية (B,L) ومن ثم تأثيرها في دقة إحداثيات الإسقاط.

- جرى التقويم الإحصائي للفروق ( $D_X, D_Y$ ) والناتجة عن مقارنة الإحداثيات للتعرف على خضوع هذه الفروق للتوزيع النظامي (توزيع غاوص) أو ابتعادها عنه.

- جرى اقتراح طريقة ترشيح فروق الإحداثيات  $D_X, D_Y$  ترشيحاً يمرّ بمرشح من الدرجة الأولى ساعياً إلى حذف الأخطاء العرضية المتوفرة في الفروق.

- معالجة الفرقين ( $D_X, D_Y$ ) كل على حده.

- تحديد طريقة معينة لحساب أمثال الوزن يمكننا من حساب الخطأ على كل قيمة مصححة ( $X', Y'$ ) وذلك لأن مثل هذا

إذن يتطلب الأمر تصنيفاً إحصائياً لكل من الفرقين  $D_X, D_Y$  يسمح بتقدير تواتر  $D_X$  و  $D_Y$  في كل من مجالات التصنيف.

يسمح التصنيف بإنشاء مدرج تكراري (HISTOGRAM) لكل من التوزيعين  $D_X, D_Y$  يعرفنا على مدى ابتعاد كل من التوزيعين  $D_X, D_Y$  عن التوزيع النظامي (Normal Distribution) استناداً إلى الاختبارات الإحصائية المشار إليها. إذا أعطت هذه الاختبارات نتائج لا تتفق ومعايير التوزيع النظامي لهذه الفروق نقترح طريقة محددة لمعالجة الفرقين  $D_X, D_Y$  (Markuze et al., 2004) (4).

## 2- طريقة الترشيح (FILTRATION) :

إذا قدّمت لنا الاختبارات الإحصائية المقترحة سابقاً معلومات تدلّ على ابتعاد كل من الفرقين  $D_X, D_Y$  عن التوزيع النظامي (Normal Distribution) الذي يستند إلى مسلمتين أساسيتين لـ غاوس GAUSS هما :

- إن عدد الأخطاء الموجبة يساوي تقريباً عدد الأخطاء السالبة إذا تعددت القياسات لمقدار واحد محدد.

- يكون تواتر الأخطاء الصغيرة كبيراً عند قياس مقدار ما عدداً كبيراً من المرات.

يجب علينا عندئذٍ أن نبحث عن طريقة تسبق أية معالجة بطريقة المربعات الصغرى (Method of least squares) المألوفة في تحويل هيلميرت (HELMERT) لتطبيق الطريقة المقترحة على كل من الفرقين  $D_X, D_Y$  بغية تخليصهما من الجزء العرضي.

إنّ كلاً من الفرقين  $D_X, D_Y$  بمثل إشارة Signal تحمل ضجيجاً Noise هو الجزء العشوائي المتوفر في الفرق. من

يشكّل كل من الفرقين  $D_X, D_Y$  مجتمعاً إحصائياً يتطلب اختباره بالنسبة للمسلمتين الأساسيتين (Axiom) في توزيع غاوس (C.F.Gauss).

نطبق الاختبارات الإحصائية معتبرين كلاً من الفرقين  $D_X, D_Y$  بشكل مستقل عن الآخر (Barry et al., 2009) (3):

1. اختبار الجمع  $\sum D_X$  في التوزيع النظامي (Normal Distribution) يكون معدوماً.

2. اختبار الزيادة (Excess) بتطبيق العلاقة المعروفة:

$$E = \frac{m_4}{m_2^2} - 3$$

3. اختبار التحيز (Bias) بتطبيق العلاقة المعروفة أيضاً:

$$g = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$$

حيث  $m_1, m_2, m_3, m_4$  هي عزوم التوزيع من الدرجة الأولى والثانية والثالثة والرابعة وهي معطاة بالعلاقات التالية:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x}) f_i \\ m_2 &= \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^2 f_i \\ m_3 &= \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^3 f_i \\ m_4 &= \frac{1}{n} \sum (x - \bar{x})^4 f_i \end{aligned} \quad (1)$$

باعتبار  $f$  هو التواتر في مجال التصنيف و  $\bar{x}$  هو متوسط مجال التصنيف

### 3- معادلة مرشح الفروق لكل من $D_x$ و $D_y$ .

المرشح الذي نقترحه هو مستو لكل من الفرقين يتلاءم أفضل ما يمكن مع الفروق الناتجة عن المقارنة، وبعبارة أخرى لدينا فضاء ثلاثي الأبعاد لكل من  $D_x$  و  $D_y$  الشكل (1a, 1b) إن اختيارنا لهذا المرشح يستند إلى كونه أبسط المرشحات ويعطي نتائج مرضية تعزل ما هو غير نظامي (Noise) عن النظامي (Systematic) ولأن الفروق  $D_x, D_y$  متقاربة، إذا استثنينا الفروق الشاذة.

### 3.1- معالجة حالة $D_x$ و $D_y$ في الفضاء $R^3$

بما أن القيم  $D_x$  في غالبيتها موزعة في هذا الفضاء توزيعاً "يقترّب من تكوين طبقة رقيقة من قيم  $D_x$  منتشرة لتغطي المنطقة المعتبرة، إذا استثنينا من ذلك الشذوذات الكبيرة (Great Anomalous) في هذه الفروق، سنعتبر هذه الفروق عن الخطأ النظامي المتوفر في هذه النقاط. يمكن تصور مستو يتلاءم أفضل ما يمكن مع هذه النقاط في الفضاء  $R^3$ ، معتمدين على معادلة المستوي المار بنقاط تقاطعه مع المحاور (OX ; OY ; OZ) التالية:

$$Ax + By + Cz + e_1 = 0 \quad (2)$$

حيث  $OZ = D_x$  وبالقسمة على  $e_1$  وبفرض أن  $e_1$  لا يساوي الصفر نحصل على المعادلة:

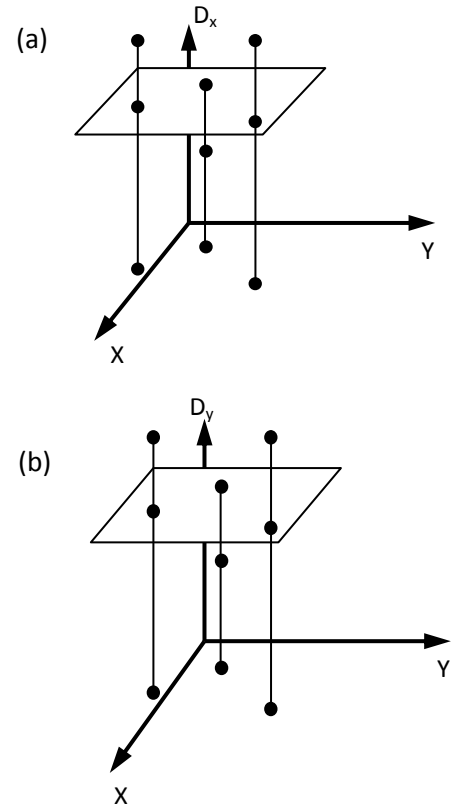
$$Ax + By + Cz + 1 = 0 \quad (3)$$

وهي معادلة المستوي في الفضاء  $R^3$  بتقاطعها مع المحاور (OZ) (OX ; OY ; OY) يكون لدينا بالنسبة لمعالجة الفرق  $D_y$  معادلة مماثلة هي:

$$A'x + B'y + C'z + 1 = 0 \quad (4)$$

أجل ذلك نقترح بناء مرشح لكل من الفرقين  $D_x, D_y$  مسبقاً (Wassouf, 1997) (11).

إن المقصود ببناء مرشح (Filter) رياضي هو اقتراح نموذج هندسي رياضي معادلته محدّدة نستطيع بواسطته حساب هذه الفروق على هذا السطح لتتوب عن الفروق الأساسية التي نتجت عن مقارنة إحدائيات نقطة محددة في النظامين: نظام الإسقاط (Projection System) لنقاط شبكة المثلثات ونظام الـ GPS، أي نسعى لحذف الخطأ العرضي من الفرق.



الشكل (1). يمثل فضاء ثلاثي الأبعاد لكل من  $D_x, D_y$

حيث تم إهمال الجداءات  $Q_{xy}, Q_{xz}, Q_{yz}$ . يفرض أن الارتباط الرياضي بين الإحداثيات يبقى معدوماً، فإذا أخذنا بالاعتبار تعيين إحداثيات النقاط نقطياً في نظام الـ GPS يكون لدينا  $Q_{xx} = Q_{yy} = 1$ ، أما أمثال الوزن  $Q_{zz}$  حيث Z هنا الراسب الذي نتج عن مقارنة قيمة الإحداثية X للنقطة مع الإحداثية x الناتجة عن القياس بنظام الـ GPS

$$D_X = V_I = Z = x - X$$

وأمثال وزنه هو:

$$Q_{zz} = Q_{xx} + Q_{xx} = 2 \quad (10)$$

ويكون أمثال وزن الراسب  $D_Y$ :

$$Q_{z'z'} = Q_{yy} + Q_{yy} = 2 \quad (11)$$

أي يكون لدينا أمثال الأوزان التالية لكل من  $D_X, D_Y$

$$Q_{VV} = A_0^2 Q_{xx} + B_0^2 Q_{yy} + C_0^2 (Q_{xx} + Q_{xx}) \quad (12)$$

$$Q_{VV'} = A_0'^2 Q_{xx} + B_0'^2 Q_{yy} + C_0'^2 (Q_{yy} + Q_{yy}) \quad (13)$$

فإذا فرضنا أن الدقة واحدة لكل من X و x إذن تصبح أمثال الأوزان المرافقة لمعادلة الأرصاد بالنسبة لمقارنة القيمة X للنقطة مع مثيلتها x محولة من نظام الـ GPS ما يلي:

$$Q_{VV} = A_0^2 + B_0^2 + 2C_0^2 \quad (14)$$

وبالنسبة لمعالجة  $D_Y$  لدينا:

$$Q_{VV'} = A_0'^2 + B_0'^2 + 2C_0'^2 \quad (15)$$

وبما أن الفروق في الحالتين: حالة معالجة  $V_X$  وحالة معالجة  $V_Y'$  تبقى متقاربة لذلك من المتوقع أن يكون المستوي المحسوب في الحالتين قريباً من حالة التوازي مع المستوي  $(X, Y)$ ، إذن يمكن توقع صغر المثلين A, B أو A', B'. نستفيد

تؤول مسألة تعيين المستوي الأكثر ملائمة لجميع النقاط إلى حلّ بطريقة المربعات الصغرى (Method of least squares). لتعيين الثوابت A, B, C نعين قيمة مؤقتة  $A_0, B_0, C_0$  لهذه الثوابت وذلك بحل جملة ثلاث معادلات خطية للمستوي تنتج عن إمرار المستوي بثلاث نقاط من النقاط المدروسة و لتكن النقاط (14,133,137). (Mogolni,2009) (5).

يتطلب الحساب تعديل هذه القيم المؤقتة  $A_0, B_0, C_0$  بتصحيحات  $dA, dB, dC$  يجب حسابها بطريقة المربعات الصغرى. معتبرين الإحداثيات  $x, y, z$  أرصادا تحمل أخطاء عرضية  $v_x, v_y, v_z$ . تصبح لدينا المعادلة التالية:

$$(A_0 + dA)(x + v_x) + (B_0 + dB)(y + v_y) + (C_0 + dC)(z + v_z) + 1 = 0 \quad (5)$$

وينشر المعادلة (5) واعتبار الحدود الناتجة عن النشر من الدرجة الثانية مهملة، تصبح معادلة الأرصاد بالنسبة لمعالجة كل من الفرقين  $D_X$  و  $D_Y$  كالتالي:

$$V_X = -A_0 v_x - B_0 v_y - C_0 v_z \quad (6)$$

$$V_Y' = -A_0' v_x - B_0' v_y - C_0' v_z \quad (7)$$

### 3.2- حساب الوزن لكل من الفرق $D_X, D_Y$

ننتقل من المعادلة (6) و (7) ومطبقين عليهما طريقة تينسترا في حساب أمثال الأوزان (Cofactor) (Tienstra, 1956) (9). يكون لدينا عندئذ:

بالنسبة لمعالجة الفرق  $D_X$ :

$$Q_{VV} = A_0^2 Q_{xx} + B_0^2 Q_{yy} + C_0^2 Q_{zz} \quad (8)$$

وكذلك الحال بالنسبة لمعالجة الفرق  $D_Y$ :

$$Q_{VV'} = A_0'^2 Q_{xx} + B_0'^2 Q_{yy} + C_0'^2 Q_{zz} \quad (9)$$

إذا فرضنا التابع  $Z$  منشورا وفق نشر تايلور وحيث  $F_0$  يمثل قيمة التابع بتقاطع المستوي مع المحور  $Z \equiv D_x$  يكون لدينا :

$$Z = f(A, B, C) - f_0 = \frac{\partial Z}{\partial A} dA + \frac{\partial Z}{\partial B} dB + \frac{\partial Z}{\partial C} dC$$

بما أن المتغيرات  $A, B, C$  مرتبطة رياضياً نتيجة لحسابها بطريقة المربعات الصغرى (Method of least squares)، مستخدمين طريقة حساب أمثال الوزن  $Q_{zz}$  للتابع  $Z$  يكون لدينا مايلي:

$$Q_{zz} = \left(\frac{\partial f}{\partial A}\right)^2 Q_{AA} + \left(\frac{\partial f}{\partial B}\right)^2 Q_{BB} + \left(\frac{\partial f}{\partial C}\right)^2 Q_{CC} + 2\frac{\partial f}{\partial A} \frac{\partial f}{\partial B} Q_{AB} + 2\frac{\partial f}{\partial A} \frac{\partial f}{\partial C} Q_{AC} + 2\frac{\partial f}{\partial B} \frac{\partial f}{\partial C} Q_{BC} \quad (20)$$

لنطبق الحساب على التابع الذي يعين قيمة التصحيح على

$$Z = -\frac{1 + Ax + By}{C} \quad D_x \text{ المعطى بالعلاقة:}$$

يتم الحساب عبر حساب تفاضلات التابع  $Z$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial A} &= -\frac{x}{C}; \frac{\partial Z}{\partial B} = -\frac{y}{C}; \frac{\partial Z}{\partial C} = +\frac{1 + Ax + By}{C^2} \\ Q_{zz} &= \frac{x^2}{C^2} Q_{AA} + \frac{y^2}{C^2} Q_{BB} + \left(\frac{1 + Ax + By}{C^2}\right)^2 Q_{CC} + \\ &+ 2\frac{xy}{C^2} Q_{AB} - 2\frac{x}{C} \times \frac{1 + Ax + By}{C^2} Q_{AC} - \\ &- 2\frac{y}{C} \times \frac{1 + Ax + By}{C^2} Q_{BC} \end{aligned} \quad (21)$$

وكذلك الحال بالنسبة لـ  $Z' \equiv D_y$  يكون لدينا:

$$\begin{aligned} Q_{Z'Z'} &= \frac{x^2}{C'^2} Q_{A'A'} + \frac{y^2}{C'^2} Q_{B'B'} + \\ &+ \left(\frac{1 + A'x + B'y}{C'^2}\right)^2 Q_{C'C'} + 2\frac{xy}{C'^2} Q_{A'B'} - \\ &- 2\frac{x}{C'} \times \frac{1 + A'x + B'y}{C'^2} Q_{A'C'} - \\ &- 2\frac{y}{C'} \times \frac{1 + A'x + B'y}{C'^2} Q_{B'C'} \end{aligned} \quad (22)$$

من هذه النتيجة في تقدير أمثال وزن معادلات الأرصاد (6,7) حيث يصبح الوزنان معطين في الحالتين بالعلاقتين التاليتين وذلك بالنسبة لكل من  $X, Y$  :

$$\begin{aligned} Q_{VV} &\cong C_0^2 (Q_{XX} + Q_{xx}) \cong 2C_0^2 = Q_{D_x D_x} \\ Q_{V'V'} &\cong C_0'^2 (Q_{YY} + Q_{yy}) \cong 2C_0'^2 = Q_{D_y D_y} \end{aligned} \quad (16)$$

#### 4- حساب الأخطاء

يترتب على هذا الحساب حساب خطأين :

- حساب الأخطاء على أمثال كل من المستويين

$$(A_0, B_0, C_0; A'_0, B'_0, C'_0)$$

يتم هذا الحساب بحساب الخطأ المتوسط التربيع (Root mean square error) على واحدة الوزن والمعطى بالعلاقة :

$$m_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-3}} \quad (17)$$

- أما حساب الخطأ على أمثال كل من المستويين فيقتضي معرفة الأمثال المرافقة مأخوذة من قطر المصفوفة  $Q$  في كلتا الحالتين :

#### 4.1 حالة حساب المستوي المتعلق بـ $D_x$ و حالة

حساب المستوي المتعلق بـ  $D_y$

$$m_A = m_0 \sqrt{q_{AA}}; m_B = m_0 \sqrt{q_{BB}}; m_C = m_0 \sqrt{q_{CC}} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} m_{A'} &= m'_0 \sqrt{q_{A'A'}}; m_{B'} = m'_0 \sqrt{q_{B'B'}} \\ m_{C'} &= m'_0 \sqrt{q_{C'C'}} \end{aligned} \quad (19)$$

#### 4.1.1 حساب أمثال الوزن (Cofactor) لتابع تجاهيل

حسبت بطريقة المربعات الصغرى

(Bessel) المرجعي والحسوبة في نظام إسقاط ميركاتور المائل المضاعف والمطابق. نبين أن الجهة التي قامت بقياسات (GPS) هي المدرسة الاتحادية العليا للتقانة في زوريخ E.T.H (قسم الجيوديزيا)، وتعود أسباب المقارنة إلى أن قياسات الـ GPS هي قياسات طويلة الأجل وقد أجريت هذه القياسات للتعرف على مدى صحة إحداثيات شبكة المثلثات والتي أنجزت حساباتها عام 1903 من جهة ومدى ثبات نقاط تلك الشبكة المثلثاتية في مواقعها الأساسية من جهة أخرى (أي اختبار الانزلاق نتيجة للحركة التوائية البطيئة المستمرة في جبال الألب السويسرية).

تم اختيار 18 نقطة مبينة في الشكل رقم (2) وذلك من أجل حساب مستويي ترشيح الفروق:

$$D_x = x - X = X_{GN} ; D_y = y - Y = Y_{GN}$$

يظهر الشكل رقم (2) توزيع جملة النقاط الجيوديزية من الدرجة الأولى والثانية في منطقة جبال الألب السويسرية والتي تمثل الحدود المكانية المعتمدة في الدراسة، وتغطي هذه النقاط مساحة قدرها ما يزيد على 11000 km<sup>2</sup>.

ويكون حساب الإحداثيتين (X, Y) مصححتين من  $Z_x, Z'_y$  معطى بالعلاقتين التاليتين:

$$X' = x - Z \Rightarrow Z = x - X' \quad (23)$$

في حالة  $Z' \equiv D_y$  يكون لدينا :

$$Y' = y - Z' \Rightarrow Z' = y - Y' \quad (24)$$

وهما قيمتا الإحداثيتين في الإسقاط المعدلتان (X', Y') والمثلثان لإحداثيتي الإسقاط للنقطة المعلومة (Markuze, 2005) (6).

#### 4.1.2- حساب الخطأ على قيمة (X', Y') المعدلتين

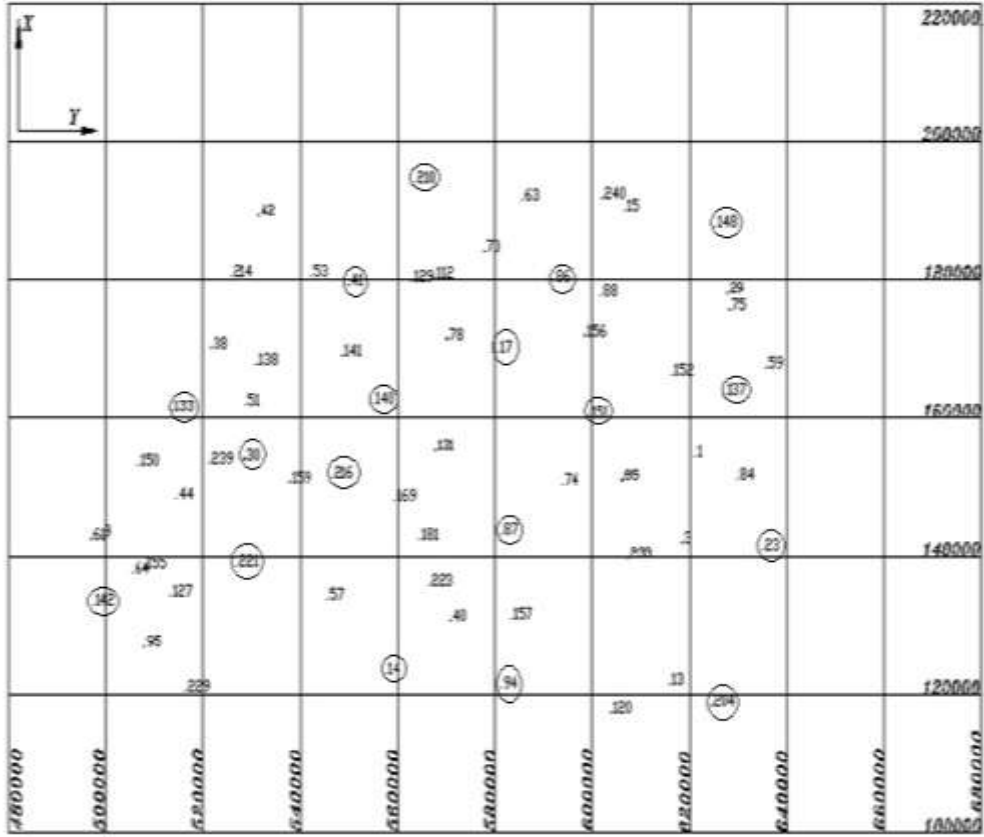
يمر هذا الحساب بحساب أمثال وزن Z. بموجب المصفوفة

$$Q_{x_{n,n}} = f_{Z_{n,3}} Q_{AA_{3,3}} f_{Z_{3,n}}^T$$

لمعالجة  $Q_y$  بموجب المصفوفة  $Q_{y_{n,n}} = f_{Z'_{n,3}} Q_{A'A'_{3,3}} f_{Z'_{3,n}}^T$ .

لتطبيق الطريقة المقترحة في هذا البحث نأخذ جملة نقاط جيوديزية من الدرجة الأولى والثانية مشيدة على جبال الألب السويسرية، حيث تم اختبار شبكة المثلثات من الدرجة الأولى والثانية المنجزة عام 1903 بمقارنتها مع إحداثيات هذه النقاط مقيسة باستخدام نظام الـ GPS عام 1995م وهي قياسات مرجعة إلى اهليلج بيسيل





الشكل (2). يبين توزع النقاط المعتمدة بالدراسة.

5 - الاختبارات الإحصائية المتعلقة بالفروق  $D_x$ ;  $D_y$  قبل أية معالجة

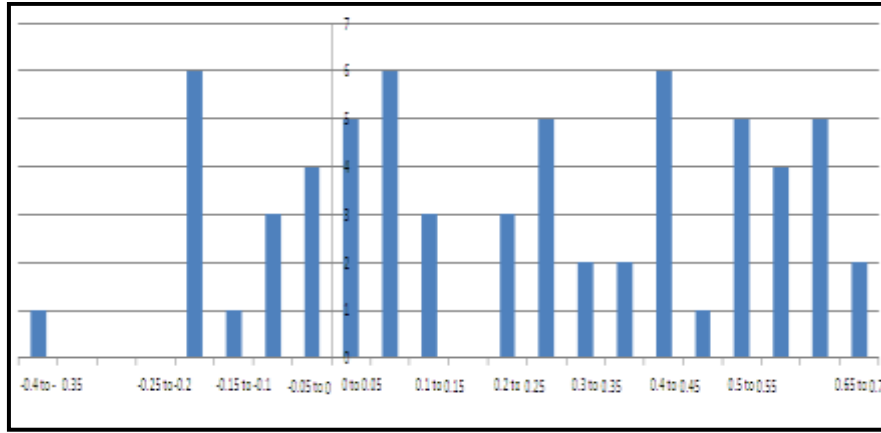
بالنسبة لـ  $X; Y$

1 - اختبار الجمع  $\sum D_y = -21.839m$  ;  $\sum D_x = 14.742m$

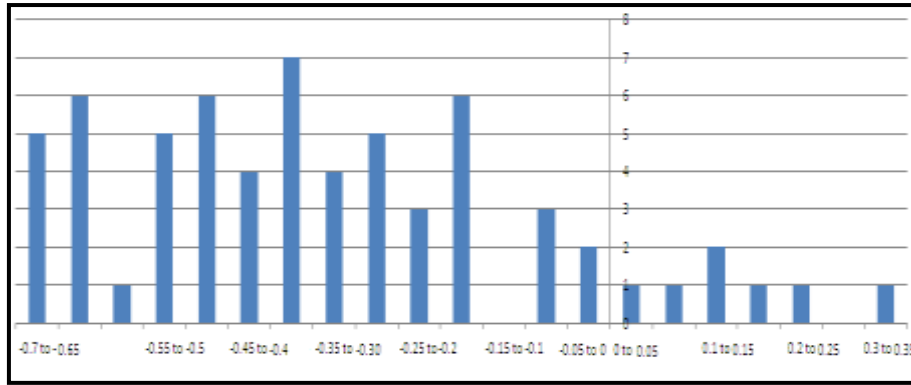
2 - اختبار التحيز في التوزيع  $g_x = 0.39$  ;  $g_y = 3.19$

3 - اختبار الزيادة في التوزيع  $E_x = -2.35$  ;  $E_y = 7.46$

نعطي فيما يلي رسم الشكلين الإحصائيين (4) و(3) لكل من  $D_y$  و  $D_x$  (المدرج التكراري).



الشكل رقم (3). يمثل (المدرج التكراري) لـ  $D_X$  قبل الترشيح



الشكل رقم (4). يمثل (المدرج التكراري) لـ  $D_Y$  قبل الترشيح

بتطبيق طريقة المربعات الصغرى لكل من المرشحين معتمدين لذلك النقاط الثمانية عشر المشار إليها بدوائر في الشكل (2)، و بواسطة هذين المرشحين نحسب  $Z'_y$  و  $Z'_x$ . تعطينا الحسابات المتعلقة بحساب المرشحين:

الخطأ المتوسط التربيع (Root mean square error) على واحدة الوزن بالنسبة للمرشح (x)

$$m_{0x} = \sqrt{\frac{V^T PV}{n-3}} = 0.146$$

ويكون الخطأ على أمثال مرشح X معطى بالعلاقات التالية:

تشير هذه الاختبارات بوضوح إلى ابتعاد كل من الفرقين  $D_X, D_Y$  عن حالة التوزيع النظامي (Normal Distribution)، وبعبارة أخرى يمكن القول: إن الفرق  $D_X, D_Y$  ليست عشوائية وعلينا معالجتها بواسطة المرشحين المقترحين.

6 - حسابات المرشحين لـ (X) و لـ (Y)

المرشح المقترح لمعالجة  $D_X$  هو:

$$-2.266 \times 10^{-7}x - 1.603 \times 10^{-6}y - 0.234 z_x + 1 = 0 \quad (23)$$

المرشح المقترح لمعالجة  $D_Y$  هو:

$$-4.452 \times 10^{-6}x - 3.037 \times 10^{-7}y + 0.836 z'_y + 1 = 0 \quad (24)$$

أما بالنسبة للجزء السالب  $Z_x^- = -2.0935m$  فيكون المعدّل الوسطي للانسحاب (Average mean of translation) باتجاه الجنوب خلال سنة واحدة هو  $(-2.0935/17*100=-1.23mm)$  وتفسير الانسحاب المعاكس جنوباً لهذه النقاط يكمن بتعرض هذه النقاط لحركة موضعية بطيئة بالاتجاه المعاكس لفعل التواء وهو الاتجاه السائد.

وبما أن الإشارة الموجبة هي المهيمنة، يمكن القول: إن جملة هذه النقاط تنسحب باتجاه الشمال وهو أمرٌ تؤكّده قياسات جيوديزية سابقة يشير إليها المؤلف (Wagner, 1964) (10) في مرجعه (Physical Geography) حيث فاغتر (Wagner) يؤكّد أن جبال الألب، ولاسيما جبال الألب السويسرية تنسحب باتجاه الشمال انسحاباً أقله 0.26cm وأعظمه 1.80cm، (إن اتجاه الشمال لجملة نقاط المعالجة هو المحور OX) ونتائجنا تتفق والقيم التي يعطيها المؤلف المذكور.

بالنسبة للتصحيح  $Z'_y$  تسود فيه الإشارة السالبة حيث عدد التصحيحات الموجبة  $Z_y^+ = 6$  وعدد التصحيحات بالإشارة السالبة  $Z_x^- = 17$  من مجموع عدد النقاط قدره 64 نقطة وهذا يعطي للتصحيحات الموجبة نسبة قدرها  $Z_x^+ = 73\%$  وللتصحيحات السالبة نسبة قدرها  $Z_x^- = 27\%$  أي يكون لدينا:  $\sum Z_x^+ = 17.480m$

$$\sum Z_y^+ = 0.193m$$

$$\sum Z_y^- = -10.425m$$

فيكون المعدّل الوسطي لكلا الإنسحابين:

وبالتالي يصبح  $Z'_+ = 0.032m$ ;  $Z'_- = -0.180m$  معدّل الانسحاب السنوي باتجاه الغرب ما يعادل -1.80mm. وبما أن الإشارة السالبة هي المهيمنة، يمكن القول: إن جملة هذه النقاط تنسحب نحو الغرب وهو ما تؤكّده في كلا الحالتين نظرية الجيوسنكلينال (Geosynclinal) (حفرة كبيرة

$$m_A = m_0 \sqrt{q_{AA}} = 0.146 \sqrt{1.04 \times 10^{-11}} = \pm 4.99 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_B = m_0 \sqrt{q_{BB}} = 0.146 \sqrt{7.288 \times 10^{-13}} = \pm 5.29 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_C = m_0 \sqrt{q_{CC}} = 0.146 \sqrt{0.075} = \pm 0.017 m^{-1}$$

ويكون الخطأ المتوسط التربيع (Root mean square error)

على واحدة الوزن بالنسبة للمرشح (Y)

$$m_{0Y} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-3}} = 0.062$$

ويكون الخطأ على أمثال مرشح Y معطى بالعلاقات التالية:

$$m_{A'} = m_0 \sqrt{q_{A'A'}} = 0.062 \sqrt{1.748 \times 10^{-11}} = \pm 6.104 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_{B'} = m_0 \sqrt{q_{B'B'}} = 0.062 \sqrt{1.567 \times 10^{-12}} = \pm 1.828 \times 10^{-7} m^{-1}$$

$$m_{C'} = m_0 \sqrt{q_{C'C'}} = 0.062 \sqrt{0.166} = \pm 0.059 m^{-1}$$

## 6.1 - تحليل نتائج حساب التصحيحين: $Z'_y$ و $Z'_x$

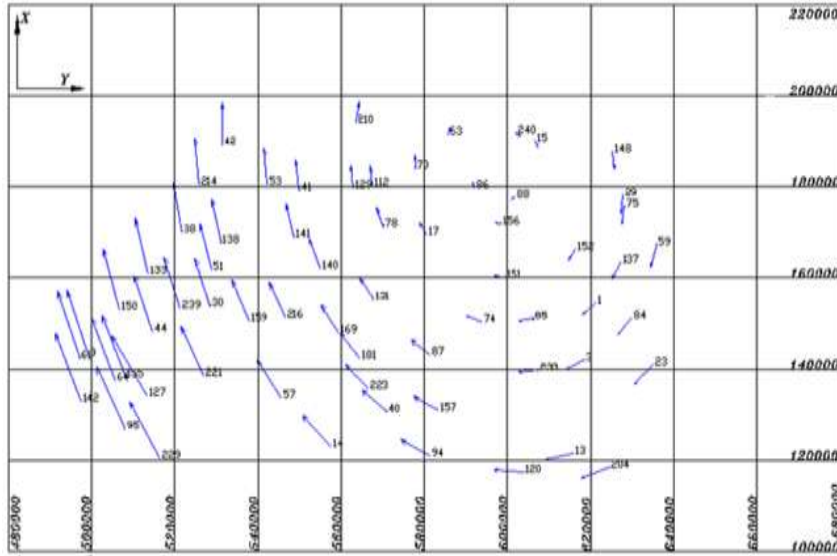
تبيّن لنا من تحليل نتائج الحسابات أن: عدد التصحيحات الموجبة هو  $Z_x^+ = 47$  وعدد التصحيحات بالإشارة السالبة  $Z_x^- = 17$  من مجموع عدد النقاط قدره 64 نقطة وهذا يعطي للتصحيحات الموجبة نسبة قدرها  $Z_x^+ = 73\%$  وللتصحيحات السالبة نسبة قدرها  $Z_x^- = 27\%$  أي يكون لدينا:  $\sum Z_x^+ = 17.480m$

ويكون المعدّل الوسطي للانسحاب (Average mean of translation) باتجاه الشمال هو  $17.483/47=0.372m$ ، فإذا أخذنا بالاعتبار أن إحداثيات شبكة المثلثات قد تمّ حسابها عام 1903 وأن هذه الإحداثيات قد عيّنت بواسطة نظام GPS عام 1995 تكون الحقبة المنقضية بين التعيين حوالي قرن من الزمن، يصبح معدّل الانسحاب شمالاً خلال سنة واحدة  $.0.372/100=3.72mm$ .

الكتل نحو الغرب دفعاً قيمته أصغر. نعطي فيما يلي:  
الشكل رقم (5) الذي يبين حركة انتقالات النقاط  
موضوع الدراسة حيث مقياس الانتقالات هو تقريباً 1/37.

في البحر مقابلة للجبال تتوضع فيها الرسوبيات) الذي  
يقابل جبال الألب والذي كان سبب ارتفاعها في الحقبه  
الجيولوجية الثالثة (حقبه الإلتواءات). يعلل الجيولوجيون هذه  
الظاهرة كما يلي:

إنّ التشكل السطحي في هذه المنطقة (Epirogenese) مستمرّ  
ويدفع هذه الكتل وبصورة عامة باتجاه الشمال الغربي لأنّ  
اتجاه الضغط الأعظمي للجيوسينكلينال (Geosynclinal)  
هو اتجاه الشمال ويكون لهذه الظاهرة مفعول جانبي يدفع



الشكل (5). يمثل حركة النقاط موضوع الدراسة

في هذا البحث لأنّ هذه النقاط لا تخلو من تأثير الحركة  
حيث بناؤها قد أُنجز قبل قرن تقريباً، وبعبارة أخرى إنّ  
هذه الطريقة المقترحة تسعى إلى إظهار الجزء النظامي  
المتوفر في فروق الإحداثيات نتيجة لاحتمال الحركة المشار  
إليها أعلاه، وإننا نقترح معالجة هذه الفروق  $D_x, D_y$   
بطريقة الترشيح المقترحة كما عرضنا ذلك في بحثنا.

إذا ظهرت فروق بين إحداثيات قياسات نظام الـ GPS  
وإحداثيات شبكة المثلثات التقليدية، فإنّ هذه الطريقة تطبق  
مهما كانت طبيعة الأرض لأنّ مقارنة الفروق  $D_x, D_y$

يظهر الشكل رقم (5) الاتجاه العام للانسحاب وهو اتجاه  
الشمال تقريباً في معظم النقاط موضوع البحث وهو ما  
تؤكدّه النظريات الجيولوجية المعاصرة وأما النقاط  
التي اتجاه الحركة فيها مغاير للشمال فتعليله هو  
الإنزلاقات الموضعية لحركة بطيئة لهذه النقاط تحت تأثير  
حركات زلزالية بطيئة وهي حركات متواترة.

النتيجة: يبدو لنا من المنطقي أن تعالج الفروق الناتجة عن  
مقارنة إحداثيات شبكة المثلثات من الدرجتين الأولى والثانية  
مع إحداثيات الـ GPS للنقاط ذاتها بالطريقة المقترحة

الـ GPS للنقاط ذاتها، ونوصي بمعالجة هذه الفروق بطريقة مماثلة لما اقترحتاه في هذا البحث.

- نوصي بمعالجة نتائجنا في هذا البحث لتحوّل إلى إحداثيات مستوية جديدة يمكن اعتمادها عوضاً عن الإحداثيات المستوية الحالية وذلك بإجراء تحويلات رياضية محدّدة تقود إلى إحداثيات جديدة تسمح بالمحافظة على الوثائق الفنية القديمة المحفوظة في الدوائر الرسمية ذات العلاقة.

#### "المراجع" References

#### المراجع باللغة العربية :

(1) - البني صريح، مراد موفق، مطرجي وديع، "أثر الوضع الراهن للشبكة المثلثاتية العقارية على المخططات المساحية". مجلة هندسة المساحة بدمشق، العدد (1) (1999).

(2) - البني صريح، عجاج عبدا لرزاق، شرايه منصور، مقدسي سامي، "مشروع أولي لتحديث الأساس الجيوديزي الأفقي". مجلة هندسة المساحة بدمشق، العدد (4)، (2004).

#### المراجع باللغات الانكليزية والفرنسية والروسية:

(3)- Barry F. Kavanagh. *Surveying Principles Applications*. Eighth Edition, London, 2009.

(4)- Маркузе Ю.И., Антипов А.В. *Возможности улучшения алгоритма объединения спутниковых и наземных сетей*. Международная научно - техническая конференция . Посвященная 225-летию МИИГАиК. Москва. 2004г.

(5)- Могольный С.Г. *Совместная обработка наземных и спутниковых геодезических измерений в локальных сетях*. Львовский политехнический институт №1 , 2009г.

(6)- Маркузе Ю. И. *Основы метода наименьших квадратов и уравнильных вычислений*. Учебно-пособие. город Москва. 2005г.

تشير إلى الانزلاق أو انتقال النقطة أفقياً تحت تأثير حركة زلزالية خفيفة. نبين أنه لا يمكن استخدام هذه الطريقة لدراسة حركة القشرة الأرضية الشاقولية لأن هذه الطريقة مقتصرة على معالجة الحركة الأفقية فقط. إن قياس الارتفاعات بواسطة نظام الـ GPS لا يعطي الارتفاع الأورثومتري (Orthometric) بل يعطي الارتفاع الناظمي وتحويله إلى الارتفاع الأورثومتري يقتضي معرفة تموجات الجيويد فوق الإهليلج وهي قيمة يتمّ توسطها. بالنتيجة لا يقدم قياس الارتفاع أيّ قيمة دقيقة للحركة الشاقولية لقشرة الأرض لأن هذه الحركة من مرتبة المليمترات، كما تظهرها قياسات التسوية المباشرة الدقيقة التي تمّ تطبيقها في مناطق عديدة من سطح الأرض.

تكمّن أهمية البحث في كونه يندرج في إطار الأعمال التي تتقضى حركة الصفائح القارية وهو موضوع دراسته مستمرة في المؤتمرات العالمية.

**وخلاصة القول:** إن الطريقة التي اقترحناها في هذا البحث لمعالجة الفروق الناتجة عن قياسات الإحداثيات (X,Y) بطريقتين مختلفتين تبقى صالحة نظراً لحركة نقاط المثلثات من الدرجة الأولى والثانية والمحتملة تحت تأثير الحركات الزلزالية البطيئة والمتواترة التي تطول القشرة الأرضية. تكون الإحداثيات المعدلة بالطريقة المعروضة أساساً لتحويلها بتحويل هيلمرت الذي يسمح بالانتقال من هذه الإحداثيات المصححة إلى الإحداثيات المستوية المطلوبة لاستخدامها في الأعمال الطبوغرافية التي تفرضها الأعمال المدنية.

#### **التوصيات:**

- نرى ضرورة التحقق من مدى ثبات نقاط الشبكتين، وفي ضوء الفروق الناتجة عن مقارنة إحداثيات شبكة المثلثات من الدرجتين الأولى والثانية مع إحداثيات مقيسة بنظام

(7)- **Norman Beck , Alfred Kleu sberg.** *Guide of GPS positioning.* Canadian GPS Association ,1995.

(8)- **Огородова Л.В.** *Высшая геодезия часть 3.* Город Москва, 2006г.

(9)- **Tienstra „J.M.;** *Theory of adjustment of normally distributed observations,* AMESTERDAM ,1956.

(10)- **Wagner, J.** *Physische Geographie.* Paul List Verlag, 1964.

(11)- **Youssef Wassouf .** *Sur l' approximation d'une surface de second degré sur Un ensemble des points de l'espace R3.* Recherche présentée a' l ' école Polytechnique Fédérale de Zurich,1997.

## Treating the Differences Resulting from the Comparison Between Classical and GPS Measurements of the First-and Second-Order Triangulation Network.

Dr .Eng .Abdulrazzak Ajaj

*Associate Professor*

*Department of Topographical Engineering*

*Faculty of Civil Engineering, Damascus University, Syria*

[ajajar59@yahoo.com](mailto:ajajar59@yahoo.com)

[a-ajaj@aiu.edu.sy](mailto:a-ajaj@aiu.edu.sy)

**Key words:** Processing Coordinates difference as ( $D_x, D_y$ ), Filtration, Triangulation Network, Measurement of GPS System, Statistical Test.

### *Abstract:*

The Processing of Differences ( $D_x, D_y$ ) resulted from Comparing the Coordinates of the first and second degrees triangulation networks with that of the GPS system leads to infiltrate these differences using a first degree filter.

This filtration will cancel the marginal errors included in  $D_x$  and  $D_y$  and retain the systematic once. Thus, it will be possible to correct the GPS system Coordinates from the systematic part of errors. As a result, we get a final corrected coordinates from the equations:  $X' = x - Z_x, Y' = y - Z_y$ .

These new coordinates can be processed later on using Helmert transformation. The analysis of the corrections  $Z_x$  and  $Z_y$  showed that the general transformation trend of most points is towards the North. Some other points, however, showed different trends which could be due to slow local sliding of these points. This result confirms that the possible movements of the triangulation points under the effect of the slow and alternate earthquake motions that affect the crust of the earth.