2-8 توابع التحويل:

يُعرف تابع التحويل لأي نظام ممثل بواسطة معادلة تفاضلية، خطية وذات معاملات ثابتة، بأنه نسبة تحويل لابلاس للخرج إلى تحويل لابلاس للدخل، وذلك بافتراض أن الشروط الابتدائية معدومة. لنفرض أن لدينا نظام خطي، ذو معاملات ثابتة، محدد بواسطة المعادلة التفاضلية التالية:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} y^{\bullet} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} x^{\bullet} + b_m x, \qquad (n \geq m) \dots\dots (85-2)$$

حيث $y(t)$: هو خرج النظام، $x(t)$: هو دخل النظام.

يتم الحصول على تابع التحويل لهذا النظام بتطبيق تحويلات لابلاس لكلا طرفي المعادلة (2- 85)، وذلك بافتراض أن الشروط الابتدائية معدومة، أي:

$$\text{تابع التحويل} = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \dots\dots (86-2)$$

مما سبق، يمكن القول أن تابع التحويل هو العلاقة بين الدخل والخرج في المستوي اللابلاسي. يشار عادة إلى تابع التحويل بـ $G(s)$.

2-8-1 خواص تابع التحويل:

لنحصر تطبيق مبدأ تابع التحويل على النظم الممثلة بواسطة معادلات تفاضلية خطية، وذات معاملات ثابتة. فيما يلي، سنقدم خواص تابع التحويل:

1- تابع التحويل لنظام هو نموذج رياضي، وطريقة عملية للتعبير عن المعادلة التفاضلية التي تربط الخرج بالدخل.

2- تابع التحويل مستقل عن طبيعة ونوع إشارة الدخل.

3- إذا كان تابع التحويل لنظام معروف، فإن خرج النظام (والمسماة أيضاً استجابة النظام) يمكن أن تدرس وذلك من أجل أنواع متعددة لإشارات الدخل.

4- تسمى القيم التي تعدم بسط تابع التحويل بأصفار النظام.

5- تسمى القيم التي تعدم مقام تابع التحويل بأقطاب النظام.

مثال 2-11:

لدينا نظام التحكم الممثل بالمعادلة التفاضلية التالية:

$$\dddot{x}_0 + 3\dot{x}_0 + 2x_0 = 5x_i$$

لنوجد تابع تحويل النظام علماً أن x_i، x_0 هما دخل وخرج النظام على التوالي.

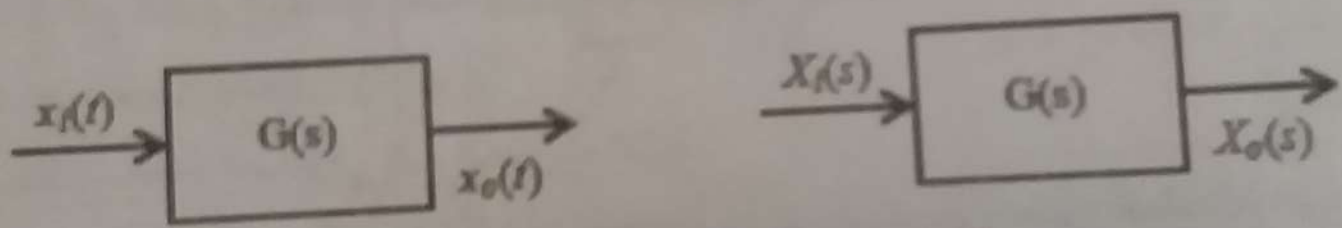
– لنطبق تحويل لابلاس على طرفي المعادلة التفاضلية, وذلك عند شروط ابتدائية معدومة:

$$\left(s^2+3s+2\right)X_0\left(s\right)=5X_i\left(s\right)$$

في هذه المعادلة $X_i(s)$ و $X_0(s)$ هما تحويلا لابلاس لإشارات دخل وخرج النظام. بالتالي فإن تابع تحويل النظام: $G(s)=\dfrac{X_0(s)}{X_i(s)}=\dfrac{5}{s^2+3s+2}$.

9-2 التمثيل الصندوقي لنظام التحكم:

يُعدّ المخطط الصندوقي من أهم طرائق تمثيل النظام، نظراً لبساطتها واقتصارها على إبراز العلاقة بين المتحولات التي تتفاعل في النظم (الدخل والخرج). فالعناصر المكونة للنظم تمثل بواسطة مستطيلات، وطرق نقل الإشارات تمثل بواسطة خطوط مستقيمة والأسهم تدل على اتجاه تدفق الإشارات. يوضع الدخل على يسار الصندوق والخرج على يمينه، كما موضح بالشكل (2-33).



الشكل (2-33): التمثيل الصندوقي للنظام.

يوضح الشكل (2-33) التمثيل الصندوقي لنظام تابع تحويله $G(s)$ وإشارة دخله $x_i(t)$ (أو $X_i(s)$ في المستوي الابلاسي) وإشارة خرج $x_o(t)$ (أو $X_o(s)$ في المستوي الابلاسي).

1-9-2 المخطط الصندوقي لنظام:

المخطط الصندوقي لنظام هو تمثيل تصويري للتوابع التي تمثل سلوك كل عنصر في النظام ولتدفق الإشارات في النظام. يمثل كل عنصر في النظام بواسطة صندوق يحوي داخله تابع تحويل العنصر. يصف أيضاً المخطط الصندوقي العلاقات المتبادلة التي تربط بين مختلف العناصر في النظام. الاختلاف الجذري بين المخطط الصندوقي

والتمثيل الرياضي لنظام هو أن المخطط الصندوقي يشير بشكل واضح لتدفق الإشارة في النظام المدروس. قد يحتوي المخطط الصندوقي على وصلات تجميع أو نقاط تفريع. نقطة التجميع (Summing Point)، يشار إليها في المخطط الصندوقي بدائرة تحوي داخلها خطين متقاطعين. إشارة الجمع (+) أو الطرح (-) المتوضعة على رأس السهم تشير فيما إذا الإشارة الداخلة ستجمع إلى بقية الإشارات الداخلة أو ستطرح. من المهم التاكيد على أن الكميات التي ستضاف أو ستطرح يجب أن تكون متجانسة (لها نفس الواحدات ونفس الأبعاد). نقطة التفريع (Branch Point) هي نقطة والتي اعتباراً منها تذهب الإشارة بنفس الوقت إلى عدة صناديق أو إلى عدة نقاط تجميع.

2-9-2 طرق تبسيط المخططات الصندوقية:

بالنظر إلى المخططات الصندوقية لنظم التحكم المفتوحة والمغلقة تتضح ضرورة تبسيط هذه المخططات لتيسير عملية الحصول على توابع تحويل النظم الإجمالية. يبين الجدول (2-2) القواعد المتبعة لتبسيط المخططات الصندوقية.

مثال 2-15:

لنوجد تابع تحويل المخطط الصندوقي للنظام المبين في الشكل (2-34) مستخدماً طرق التبسيط المعطاة بالجدول (2-2).

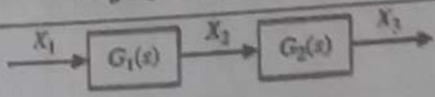
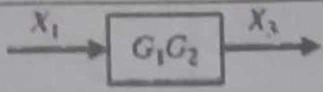
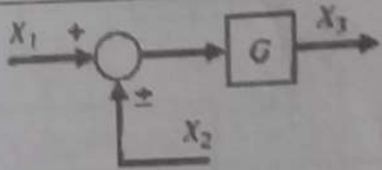
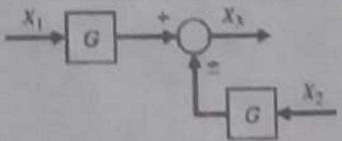
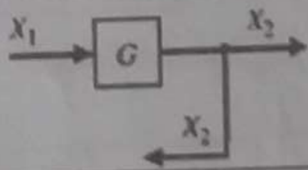
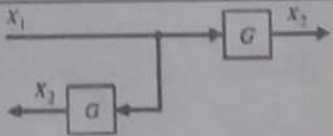
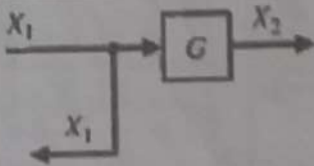
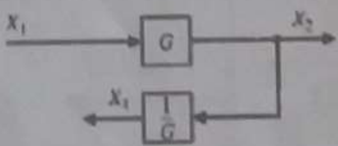
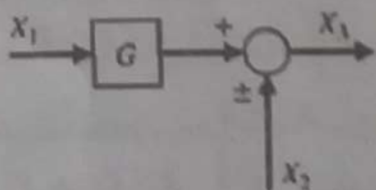
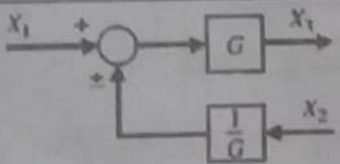
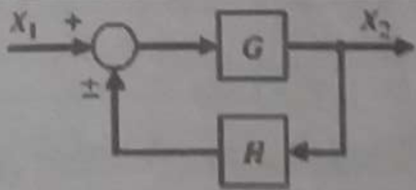
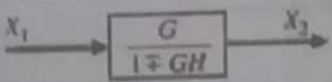
لتبسيط المخطط الصندوقي نتبع الخطوات التالية:

1- نبدأ بدمج تابعي التحويل $1/s$ و $K_1(s+20)/s$ الموصلين على التسلسل، في صندوق واحد. يعطى تابع تحويل الصندوق الناتج بالعلاقة: $G_1(s) = K_1(s+20)/s^2$.

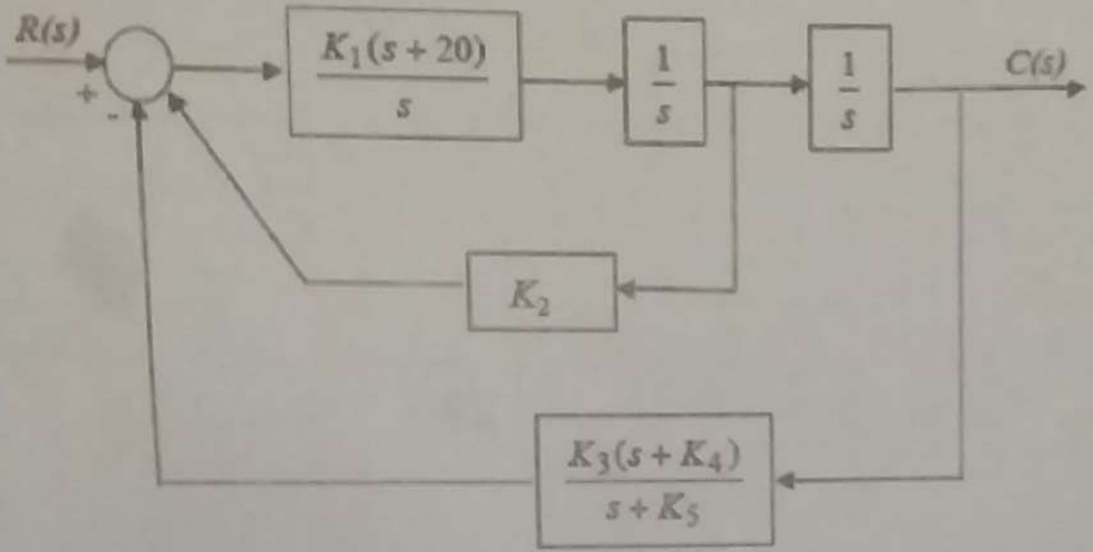
2- نستبدل الحلقة المغلقة الداخلية بصندوق واحد، باستخدام قانون التغذية الخلفية، ثم نقوم بدمج الصندوق الناتج مع تابع التحويل $(1/s)$ كونهما موصلين على التسلسل، نشير لتابع التحويل الناتج بـ $G_2(s)$:

$$G_2(s) = \frac{K_1(s+20)/s^2}{\left[1 + \frac{K_1 K_2 (s+20)}{s^2}\right] s}$$

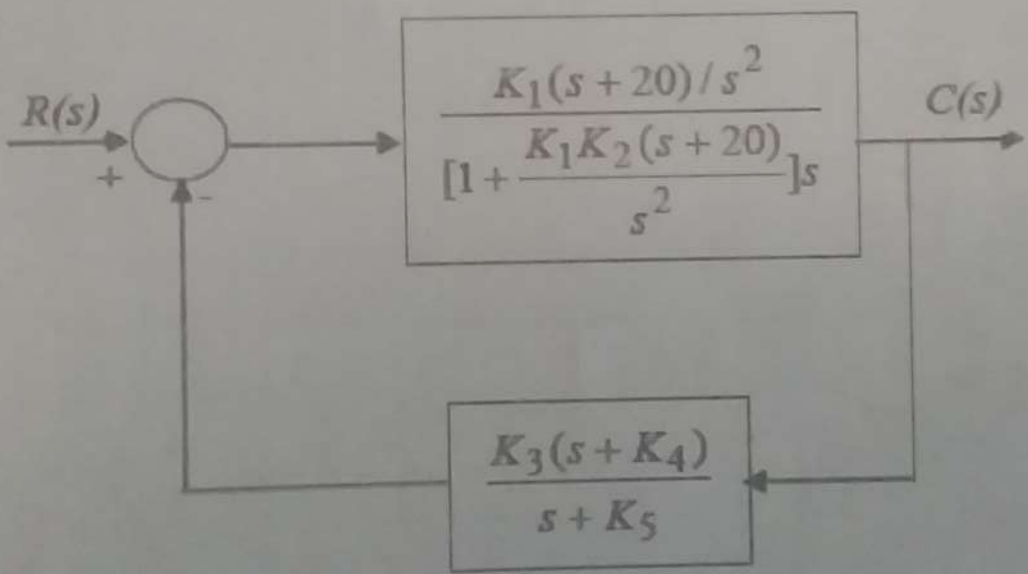
الجدول (2-2): القواعد المتبعة لتبسيط المخططات الصندوقية

عملية التبسيط المتبعة	المخطط قبل التبسيط	المخطط بعد التبسيط
نظامان موصلان على التسلسل		
نقل نقطة التجميع من دخل العنصر إلى خرجه		
نقل نقطة تفريع من خرج عنصر إلى دخله		
نقل نقطة تفريع من دخل عنصر إلى خرجه		
نقل نقطة التجميع من خرج العنصر إلى دخله		
حلقة تغذية خلفية نموذجية		

3- من الخطوات الأولى والثانية نحصل على الحلقة المغلقة المبسطة المبينة بالشكل (2-35).



الشكل (2-34): المخطط الصندوقي في المثال 2-15



الشكل (2-35): المخطط الصندوقي المبسط للمثال 2-15

4- من الشكل (2-35) نحصل على تابع تحويل النظام الإجمالي H(s).

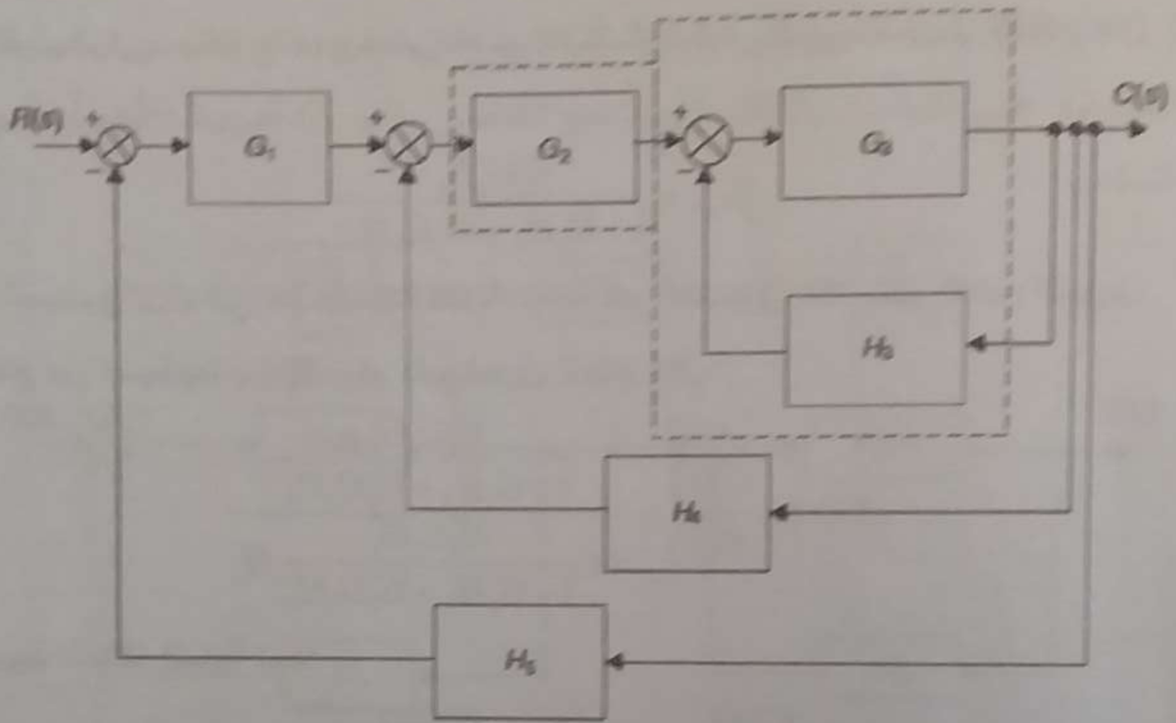
$$H(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=$$

$$=\frac{K_1(s+20)(s+K_5)}{s\left(s^2+K_1K_2(s+20)\right)(s+K_5)+K_1K_3(s+20)(s+K_4)}$$

■

مثال 2-16:

لنوجد تابع تحويل المخطط الصندوقي للنظام المبين بالشكل (2-36). لتبسيط المخطط الصندوقي نتبع الخطوات التالية:



الشكل (2-36): المخطط الصندوقي للنظام المقصود بالمثال 2-16.

1- نبدأ بتبسيط الحلقة الصغرى، المؤلفة من الصناديق ذات توابع التحويل G_3 و H_3. يشار لتابع التحويل الناتج بـ G_{1m}.

$$G_{1m} = \frac{G_3}{1+G_3H_3}$$

2- يدمج الصندوقان G_{1m} و G_2 المربوطان على التسلسل، ويشار لتابع التحويل الناتج عن دمجهما بـ G_{m2}:

$$G_{m2} = \frac{G_2G_3}{1+G_3H_3}$$

3- يقع الصندوق G_{m2} في حالة تغذية خلفية سالبة مع الصندوق H_4. يشار لتابع التحويل الناتج عن تبسيطهما بـ G_{m3}: