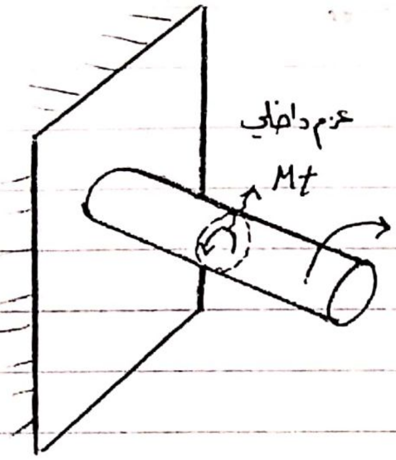
الفتل..

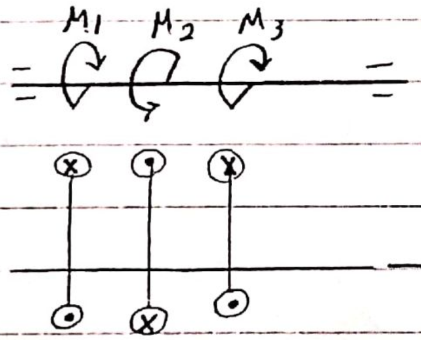


الفتل:

هي الحالة الإجهادية التي تظهر منها عزوم فتل يكون مستوى تأثيرها في مستوي المقطع العرضي للمحور تحت تأثير العزوم الخارجية

تمثيل عزوم الفتل:

سوف نمثل عزوم الفتل بشكل خط ذو دائرتين نضع في إحداهما نقطة ترمز إلى رأس السهم وفي الأخرى إشارة ضرب أو زائد تشير إلى نهاية السهم.

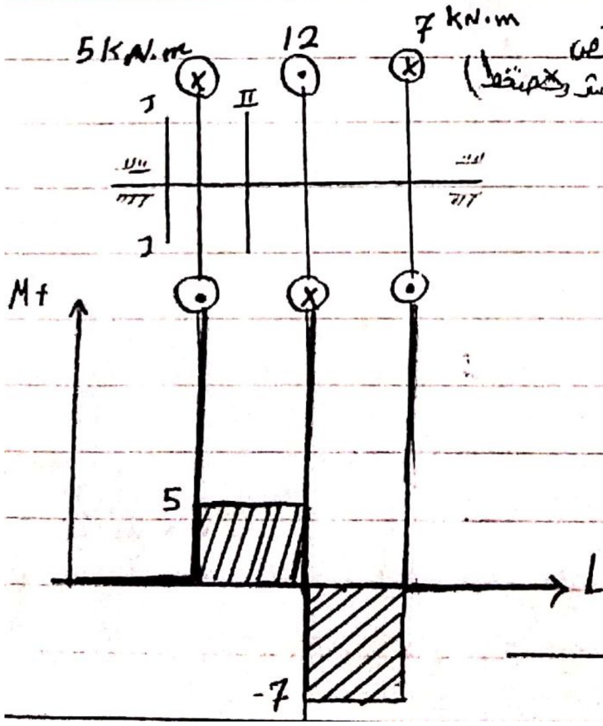


نشبه الفتل فقط

عندي قوى قص
(لا يوجد شد وضغط)

مخطط عزم الفتل:

المحور متوازن

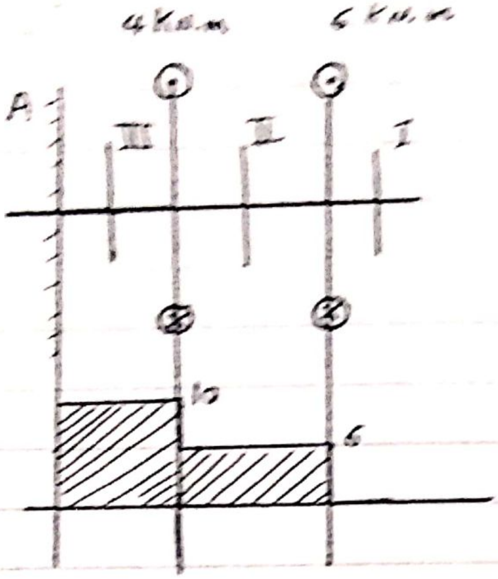


$Mt_1 = 0$

$Mt_2 = 5\ KN.m$

$Mt_3 = -7\ N.m$

$Mt_4 = 0$



$M_1 = 0$

$M_2 = 6\ KN.m$

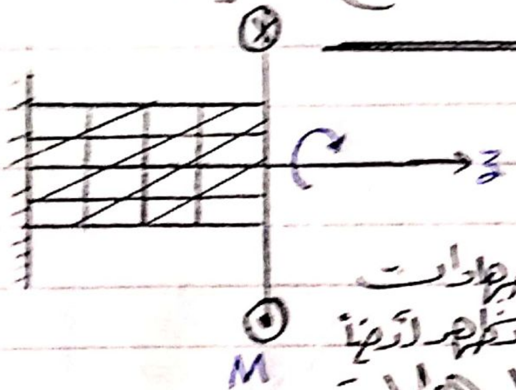
$M_3 = 10\ KN.m$

ك :

$M_A = 4 - 6 = 0$

$M_A = 10\ KN.m$

تحديد الإجهادات في المحاور ذات المقاطع الدائرية:



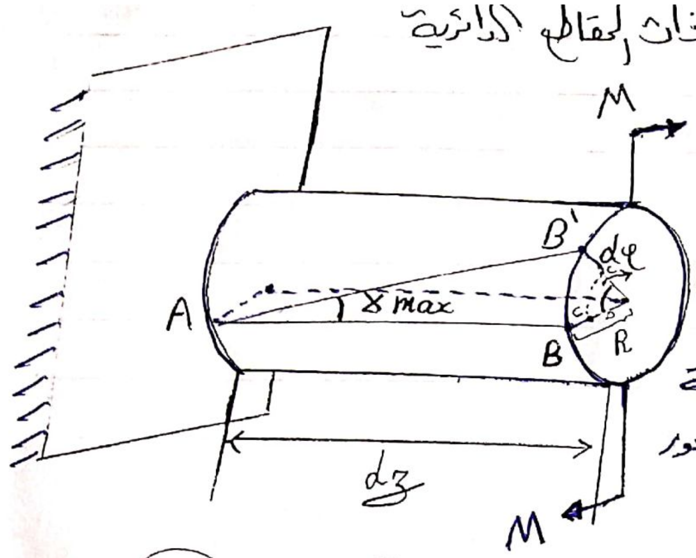
- بينت التجارب إذا (رسمنا) سطح محور شبكة خطوط مستطيلة نلاحظ أن الشبكة المستطيلة تتحول إلى شبكة متوازيات أضلاع (هذا يدل على) وجود إجهادات مماسية في المقاطع العرضية للمحور وتظهر أيضاً هذه الإجهادات المماسية في المقاطع الطولية حسب قانون ازدواج الإجهادات المماسية

$\tau_{zy} = \tau_{yz}$

ثانياً:

المسافة بين الدوائر ① و ② ثابتة لا تتغير أي انعدام الإجهادات الطولية في المقاطع العرضية (أي لا يوجد قوى شد ولا ضغط)

تحديد الإجهادات المتولدة في المحاور ذات المقاطع الدائرية



$$\gamma_{max} = \frac{BB'}{AB} = \frac{R\,d\varphi}{dz} \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{CC'}{AB} = \frac{\rho\,d\varphi}{dz} \quad (2)$$

ρ بعد النقطة عن مركز المحور

قانون هوك على القص: يعطى بالعلاقة

$$\boxed{\tau = G\,\gamma} \quad (3)$$

حيث:

G : عامل المرونة على القص

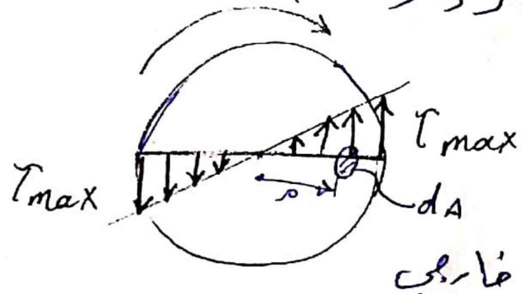
γ : الانفعال الزاوي

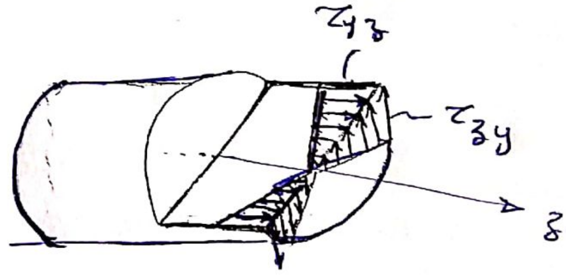
نعوض (2) في (3) $\Leftarrow$

كلما ابتعدنا عن مركز المحور تكون الزاوية أكبر لأن المحور ثابت

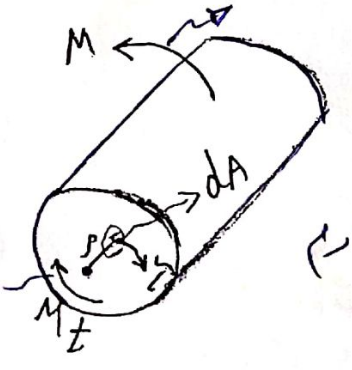
$$\tau = G\,\rho\,\frac{d\varphi}{dz} \quad (4)$$

كلما ابتعدنا عن مركز المحور الاجهادات المماسية تزداد وتتناسب طرداً مع ρ





عزم خارجي



العزم الداخلي المتولد

بما ان المحور متوازن هذا يعني العزم الخارجي يساوي الى العزم الداخلي

$$M = M_t$$

$$dM_t = dF \cdot \rho = \tau\, dA\, \rho \Rightarrow$$

$$M_t = M = \int_A \tau\, dA\, \rho \qquad (5)$$

نعوض (4) في (5) ⇐

$$M_t = \int_A G\rho^2 \frac{d\varphi}{dz} \cdot dA \qquad (6)$$

$$M_t = G\frac{d\varphi}{dz}\int_A \rho^2 \cdot dA \qquad (7)$$

حيث: $I_p = \int_A \rho^2 dA$

عزم العطالة القطبي للمحور

(8)

$$\boxed{M_t = G\frac{d\varphi}{dz} I_p}$$

نعوض (4) في (8) ⇐

$$M_t = G\frac{\tau}{G\cdot\rho} I_p \qquad (9)$$

I_p عزم العطالة القطبي

$$\boxed{\tau = \frac{M_t\cdot\rho}{I_p}} \qquad (10)$$

عندما $\rho = R$ ⇐ $\tau = \tau_{max}$

$$\tau_{max} = \frac{M_t R}{I_p} = \frac{M_t}{\frac{I_p}{R}} = \frac{M_t}{W_p}$$

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{M_t}{W_p}} \qquad (11)$$

عزم المقاومة القطبي $W_p = \frac{I_p}{R}$

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$$ بمط للمقطع الدائري

$$\boxed{I_p \approx 0{,}1\,D^4}$$

للمقطع الحلقي :

$$I_p = 0{,}1\,D^4(1 - c^4)$$

D

$$c = \frac{d}{D} < 1$$

$$W_p = \frac{0{,}1\,D^4}{\frac{D}{2}} = 0{,}2\,D^3$$

تحديد زاوية الفتل:

من العلاقة (8) ⇐

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_t}{G I_p}$$

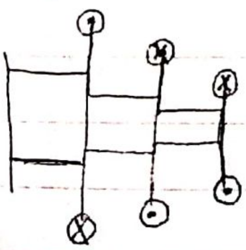
$$\Rightarrow d\varphi = \frac{M_t\, dz}{G I_p}$$

زاوية الدوران لأي مقطع عرضي

في حال $M_t = const$

$$\varphi = \int_0^L \frac{M_t \cdot dz}{G I_p} = \frac{M_t \cdot L}{G I_p}$$

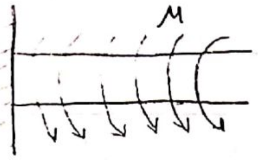
إذا كان المحور متدرج:



$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \frac{M_{t_i} L_i}{G I_{p_i}}$$

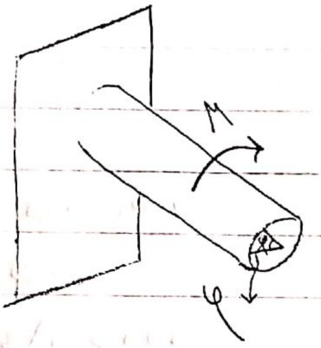
• إذا كان العزم متغير :

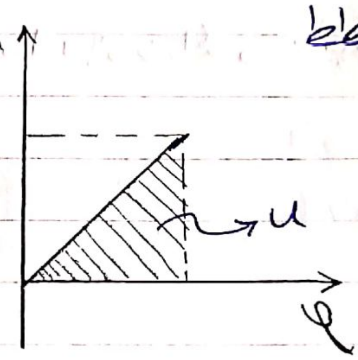
$$\varphi = \int_0^L \frac{M_{tz} \cdot dz}{G I_p}$$



الطاقة الكامنة:

عند تطبيق عزم خارجي ضمن حدود المرونة تختزن المحور طاقة كما هو مبين على المخطط





تساوي إلى مساحة المثلث المؤشر :

$$\boxed{U = \frac{1}{2} M_t \varphi = \frac{M_t^2 \cdot L}{2 G I_p}}$$

• إذا كان العزم متغير :

$$U = \int_0^L \frac{M_{tz}^2 \, dz}{2 G I_p}$$

• إذا كان المحور متغير (متدرج) :

$$U = \sum_{i=1}^{n} U_i$$

تصميم المحاور:

① شرط المتانة.

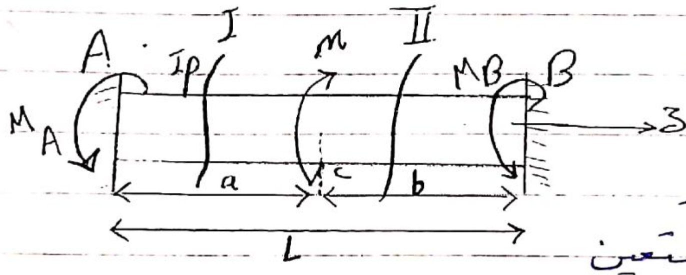
$$\tau_{max} = \frac{M_{t\,max}}{W_p} \leq [\tau]$$

② شرط الصلادة:

$$\theta_{max} = \frac{\varphi_{max}}{L} \leqslant [\theta]$$

(*) بالنسبة لشرط الصلادة: زاوية الفتل النسبية العظمى θ_{max} التي تُعيّن استناداً إلى تعيين زاوية الفتل النسبية لكل جزء من أجزاء المحور المعرض للفتل، وذلك باختيار أكبر قيمة للزاوية θ.

المسائل الغير محددة ستاتيكياً: أي عندما يكون المحور مثبت من الطرفين



عند ذلك لا نستطيع بواسطة معادلات التوازن إيجاد ردود الافعال لذلك نستعين بمعادلة الانفتالات الزاوية

$$\sum M_z = 0$$

حيث $\varphi_{B/A} = 0$

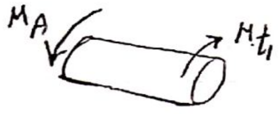
$$\boxed{m_A + m_B - m = 0} \quad (1)$$

$$\boxed{\varphi_{B/A} = \varphi_{C/A} + \varphi_{B/C} = 0} \quad (2)$$

$$\varphi_{B/A} = \frac{M_{t_1} a}{\cancel{G I_p}} + \frac{M_{t_2} b}{\cancel{G I_p}} = 0$$

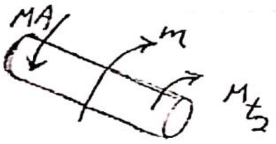
$$M_{t_1} a + M_{t_2} b = 0 \quad (3)$$

• عند المقطع الأول:



$$M_{t_1} = m_A \qquad (4)$$

• عند المقطع الثاني :



$$M_{t_2} = m_A - m \qquad (5)$$

نعوض (5) في (3) ⇐

$$m_A a + (m_A - m) b = 0$$

$$m_A (a+b) = m.b$$

$$\Rightarrow m_A = \frac{m.b}{l} \qquad (6)$$

نعوض (6) في (1) ⇐

$$m_B = m - \frac{m b}{l} = \frac{m.a}{l} \qquad (7)$$

نعوض (6) في (4) ⇐

$$M_{t_1} = \frac{M.b}{l}$$

نعوض (6) في (5) ⇐

$$M_{t_2} = -\frac{m a}{l}$$

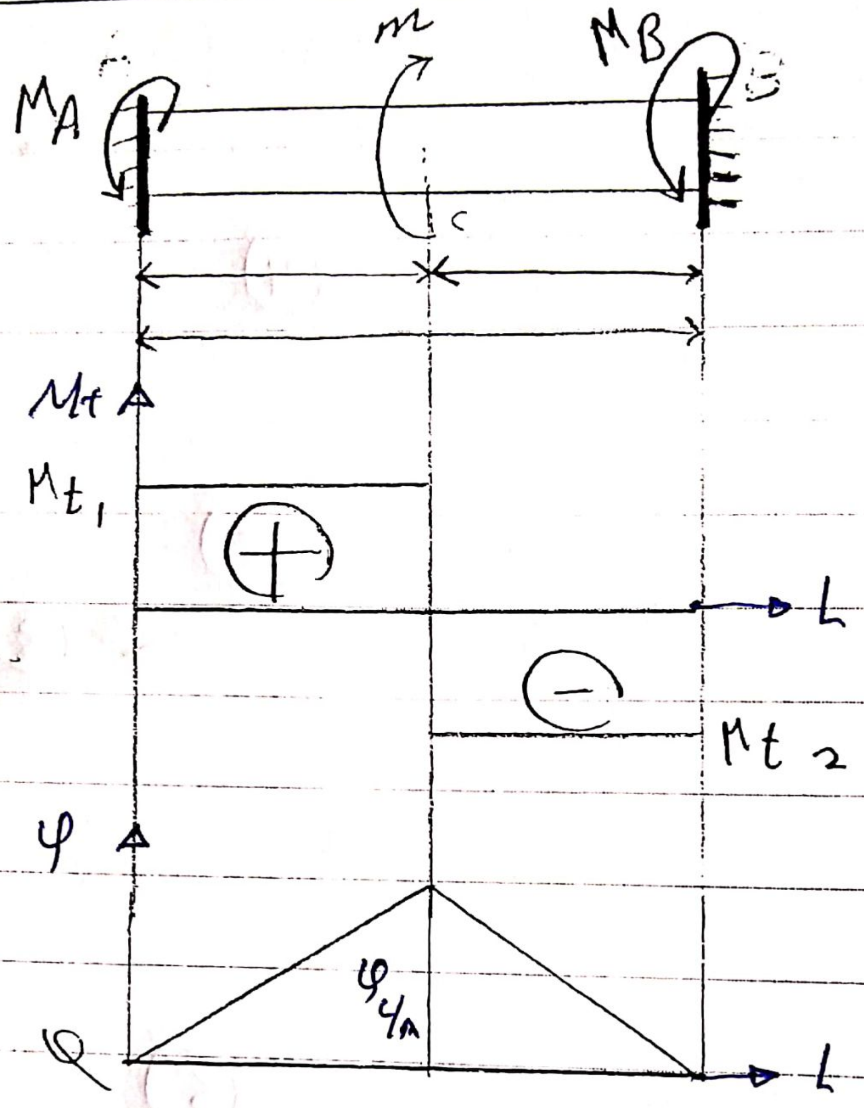
دائماً العزم الداخلي المتولد M_t يجب أن يساوي المجموع الجبري للعزم على الطرف الآخر

عندئذ :

$$\varphi_{C/A} = \frac{M_{t_1} . a}{G I_p} = \frac{m b a}{L G I_p}$$

$$\varphi_{B/C} = \frac{M_{t_2} . b}{G I_p} = -\frac{m a b}{L G I_p}$$

$$\boxed{\varphi_{B/A} = 0}$$


M
MA
MB
Mt
Mt1
L
Mt2
φ
φ/4
L