مقاربة جبرية لترميز الشبكة الخطي باستخدام شبكات بتري عالية المستوى

عدي العبود[1] و عبد اللطيف هنانو[2] و محمد جمال اللبن[2]

تاريخ الإيداع 2013/08/22
قبل للنشر في 2014/07/17

الملخص

قدَّم هذا البحث طريقة جديدة لنمذجة ترميز الشبكة (Network Coding) باستخدام أداة جبرية وهي شبكات بتري عالية المستوى (High Level Petri Nets). والهدف الأساسي هو تضمين كل من شبكة الاتصالات وتطبيقات الترميز الموضعية والمعممة (Local and Global Coding functions) في نموذج واحد. في حين أنّ النموذج البياني المقدم سابقاً يقوم على نمذجة شبكة الاتصالات ومن ثم التعامل مع تطبيقات الترميز بصورة مستقلة. كما نبرهن على قدرة النموذج على المحافظة على الترتيب الجرياني لتعليم (Marking) الأماكن (Places) في شبكة بتري عالية المستوى مما يجنبنا التعارض (Conflict) في إطلاق الانتقالات فضلاً عن حساب تطبيقات الترميز للانتقالات في النموذج وفقاً لهذا الترتيب، وذلك من خلال اعتماد فرضية الإطلاق عند الإتاحة للانتقالات.

الكلمات المفتاحية: ترميز الشبكة، شبكات بتري عالية المستوى، الترتيب الجرياني، تطبيقات الترميز الموضعية والمعممة.

التصنيف الرياضي العالمي 2010: 94A15، 94A24 .

[1] طالب دكتوراه، [2] أستاذ مساعد، قسم الرياضيات، كلية العلوم، جامعة دمشق، سورية.

An Algebraic Approach To Linear Network Coding Using High Level Petri Nets

O. Al Aboud [(1)]; A. Hanano[(2)] and M. J. Al Laban[(2)]

Received 22/08/2013
Accepted 17/07/2014

ABSTRACT

In this work we address the problem of designing network coding by using high level Petri nets, and show that the Upstream To Downstream Order is guaranteed in this design when we assume that the transitions in the net fire as soon as it is possible.

Key Words: Network coding, coding functions, High level Petri nets, Upstream To Downstream Order.

MSC 2010 Subject Classification: 94A15, 94A24.

[(1)] Ph., D. Student, [(2)] Associate Professor, Department of Mathematics, Faculty of Sciences, Damascus University, Syria.

1- المقدمة:

إنَّ الفكرة الأساسية لترميز الشبكة هي السماح للعُقد الداخلية في شبكة الاتصالات بمزج البيانات (Information) الواردة إليها [1]، أي إنَّ ترميز الشبكة هو تعميم لمسألة التخزين والإرسال (Store And Forward) المعتمدة حالياً في شبكات الاتصالات إذْ يُسمَح لعُقد الشبكة إمَّا بنقل البيانات من إحدى القنوات الواردة إليها إلى إحدى القنوات الخارجة منها، أو تكرار هذه البيانات وإرسالها إلى القنوات الخارجة منها جميعها، أما عند اعتماد ترميز الشبكة فإنَّ العُقد الداخلية تقوم بترميز البيانات الواردة إليها ثمَّ إرسالها إلى القنوات الخارجة منها جميعها، ويسمى ترميز الشبكة بترميز الشبكة الخطي (Linear Network Coding) إذا كانت العمليات التي تنجزها العُقد الوسطى في ترميز الشبكة خطية [2].

تم تناول ترميز الشبكة أول مرة في[1]، كما أظهرت الأعمال اللاحقة مثل[3] أنه من الممكن إنجاز عملية الإرسال المتعدد على شبكة الاتصالات باستخدام ترميز الشبكة الخطي وذلك إذا حققت هذه الشبكة مجموعة من الفرضيات، وبعد ذلك قُدّمت مقاربة جبرية لترميز الشبكة في [4]، إذْ تستند هذه المقاربة إلى تعريف تطبيقات الترميز المعممة وتطبيقات الترميز الموضعية لقنوات شبكة الاتصالات. واعتمدت البحوث [5,6] على هذه المقاربة لبناء ترميز الشبكة الخطي في حال الإرسال المتعدد.

اعتمدت المقاربات السابقة جميعها لترميز الشبكة على نمذجة هذا الترميز باستخدام نظرية البيان (Graph Theory) لتمثيل بنيوية شبكة الاتصالات فضلاً عن تعريف مجموعة من التطبيقات بشكل منفصل عن البيان لتمثيل العمليات التي تنجزها عُقد الشبكة، أي بُني نموذجان منفصلان أحدهما بياني والآخر جبري لتمثيل ترميز الشبكة على شبكة الاتصالات. مما استدعى إيجاد أداة نمذجة واحدة قادرة على نمذجة بنيوية شبكة الاتصالات وتطبيقات الترميز في الوقت نفسه، وتعدُّ شبكات بتري أداة النمذجة الأقرب لإنجاز هذا العمل لكون شبكات بتري ذات قدرة عالية على تمثيل الأحداث المتزامنة فضلاً عن العدد الكبير من الأدوات المستخدمة في تحليل هذه الشبكات ومحاكاتها كما هو موضّح في [7].

1-1- شبكات الاتصالات:

1-1-1- تعريف[4]: **شبكة الاتصالات** هي مجموعة من الموصلات الموجهة (Directed Links) التي تقوم بوصل مجموعة من المرسلات (Transmitters)، المحولات (Switches) والمستقبلات (Receivers) ببعضها بعضاً.

يمكن تمثيل شبكة الاتصالات ببيان موجه $G=(V,E)$ إذْ V هي مجموعة عُقد الشبكة جميعها و E مجموعة قنوات الشبكة جميعها، وتُمَثَل القناة بثنائية مرتبة (v_1,v_2)

ويُرمَــز **لــرأس القنــاة** $e=(v',v)\in E$ بـــ $v=head(e)$ و**لــذيل القنــاة** $(v',v)\in E$ بـــ $v'=tail(e)$ ولكل عُقدة $v\in V$ تُعَرَّف المجموعتين:

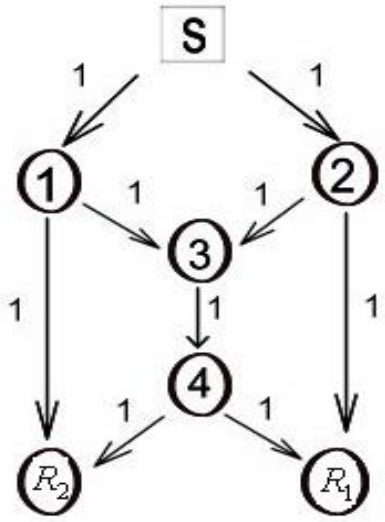
$$In(v)=\{e\in E;head(e)=v\}$$

$$Out(v)=\{e\in E;tail(e)=v\}$$

يقال عن العُقدة S إنها **عُقدة مصدر** إذا كان $|In(S)|=0$. كما تُعرَّف مجموعة **عُقد المصب** T بـــ $T=\{u\in V;|Out(u)|=0\}$.

تُعَرَّف **سعة** القناة بأنها العدد الأعظمي من وحدات البيانات التي يمكن نقلها على القناة في وحدة الزمن. نفرض أنَّ القنوات جميعها في الشبكة وحيدة السعة وهذا لا يتعارض مع عمومية المسألة، فإذا وُجِدتْ قناة سعتها أكبر $k>1$ فإننا نستبدل بها k قناة وحيدة الــسعة ومتوازية.

يقال عن شبكة الاتصالات: إنها غير حلقية (acyclic) إذا لم يحوِ البيان المنمذج لهــا علــى أي حلقــة موجهــة، أي لا يتــضمن متتاليــة مــن الأضــلاعِ مــن الــشكل $(v_0,v_1),(v_1,v_2),...,(v_{n-1},v_n)$، والجدير بالــذكر أنــه أينمــا ذُكــرَت شــبكة الاتصالات في البحث يكون المقصود شبكة اتصالات غير حلقية ما لم يذكر خلاف ذلك.

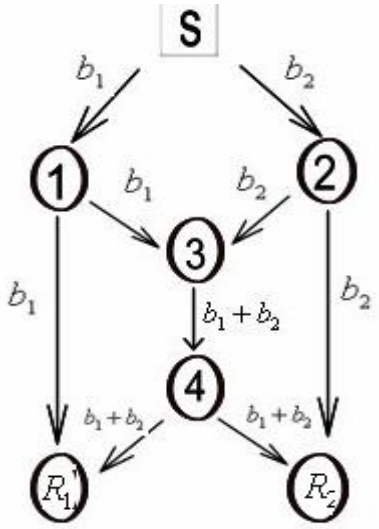


الشكل(1)

مثال (1)[8]:

في الشبكة الموضّحة بالشكل (1) تقوم عقدة المصدر S بتوليد زوج من البتات b_1 و b_2 ونريد إجراء عملية إرسال متعدد (multicast) لهما إلى R_1 و R_2 (أي إرسال نسخة من b_1 و b_2 إلى R_1 ونسخة إلى R_2).

إنَّ عملية الإرسال هذه غير ممكنة باستخدام التخزين والإرسال في حين يمكن إنجازها باستخدام ترميز الشبكة، كما هو موضّح في الشكل(2).



الشكل(2)

ففي العقدة R_1 سيتم استقبال b_1 بشكل مباشر أما b_2 فسوف نحصل عليها من خلال جمع b_1 مع b_1+b_2 لأن:

$$b_1+(b_1+b_2)=(b_1+b_1)+b_2=0+b_2=b_2$$

وبشكل مشابه فإن R_2 تستقبل b_2 بشكل مباشر، أمَّا b_1 فسوف نحصل عليها من خلال جمع b_2 مع b_1+b_2.

1-2- شبكات بتري:

شبكات بتري هي أدوات نمذجة جبرية ومرئية يمكن تطبيقها على العديد من الأنظمة وتعدُّ أدوات واعدة لوصف أنظمة معالجة البيانات ودراستها [9].

1-2-1- تعريف [10]: بيان الشبكة (NG) هو ثلاثية $NG=(P,T;F)$ إذْ:

- P مجموعة من المواضع.
- T مجموعة من الانتقالات.
- $F \subset (P\times T)\mathbf{U}(T\times P)$ مجموعة من الأقواس.

يمكن تجزئة مجموعة الأقواس إلى مجموعتين:

- $F_{in} \subset P\times T$ تسمى مجموعة أقواس الإدخال ونُرمز لمجموعة الأقواس بـ $In(t)$ $\{(p_i,t): p_i \in P\}$
- $F_{out} \subset T\times P$ تسمى مجموعة أقواس الإخراج ونُرمز لمجموعة الأقواس بـ $Out(t)$. $\{(t, p_i): p_i \in P\}$.

1-2-2- تعريف [10]: شبكة بتري هي رباعية (S,T,F,M_0) إذْ:

- $(P,T;F)$ هو بيان شبكة بتري.
- M_0 هو التعليم الابتدائي لبيان شبكة بتري.

1-2-3- تعريف [11]: مجموعة التعليمات (Markings) القابلة للوصول (Accessibility) هي أصغر مجموعة A تحقق أنَّ:

- $M_0 \in A$.
- من أجل أي تعليم $M \in A$ إذا وجدَت سلسلة من التعليمات $M, M_1,..., M_n = M'$ وسلسلة من الانتقالات $s = t_{i_1},..., t_{i_n}$ إذْ $M \xrightarrow{t_{i_1}} M_1 \xrightarrow{t_{i_2}} ... \xrightarrow{t_{i_n}} M_n = M'$ فإنَّ $M' \in A$.

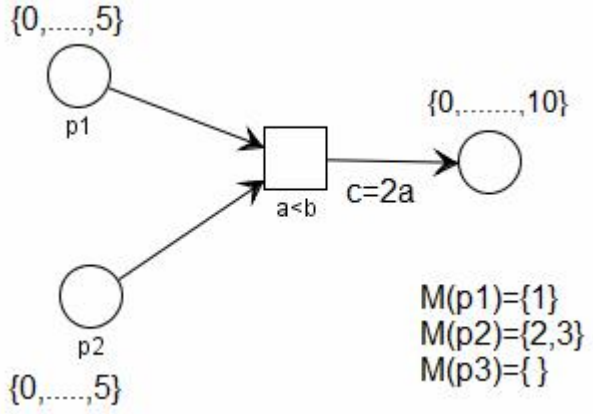
1-2-4- تعريف [11]: يقال عن شبكة بتري إنها في حالة إغلاق (Deadlock) إذا لم يعد بالإمكان إطلاق أي انتقال في الشبكة.

1-2-5- تعريف [12]: تُعرَّف شبكات بتري عالية المستوى (High Level Petri Nets) وتكتب اختصاراً (HLPN) بأنها بنية جبرية تتضمن: مجموعة من المواضع (Places)، ومجموعة من الانتقالات (Transitions)، ومجموعة من الأنماط (Types)،

وتطبيق يربط كل موضع بنمط معين، ومجموعة من الصيغ (Modes) لكل انتقال، وتطبيق السابق (Pre Function) الذي يحدد مجموعة العلامات المطلوبة في المواضع لأجل كل صيغة انتقال، وتطبيق اللاحق (Post Function) الذي يحدد العلامات الناتجة من أجل كل صيغة انتقال، وتعليم ابتدائي (Initial marking) يُبيّن العلامات الموجودة في كل موضع قبل حدوث أي عملية إطلاق في شبكة بتري عالية المستوى.

ويمكن تمثيل HLPN [13] ببيان موجه ثنائي يتكون من:

مواضع وانتقالات وأقواس (Arcs) تربط المواضع والانتقالات وكل انتقال يزود بشرط (Condition)، في حين يُزود كل قوس من هذا الانتقال إلى أحد المواضع بعملية (Operation) والشكل (3) يمثل HLPN تتألف من ثلاثة مواضع وانتقال:



الشكل(3)

تُمثَّل حالة شبكة بتري عالية المستوى بعلامات (Tokens) ترتبط بمواضع الشبكة وكل موضع يحمل نمطاً للعلامات (Token Type)، ففي الشكل (1) نمط العلامات للموضع p_2 هو {0,1,..,5} أي إنَّ العلامات الموجودة في الموضع p_2 هي عناصر من هذه المجموعة، ويمكن للموضع أن يحوي عدّة نسخ من العلامة نفسها أي إنَّ المواضع تحوي مجموعات متعددة (Multi Sets) من العلامات.

يُعرَّف التعليم (Marking) في [12] بأنّه تطبيق يحدد المؤشرات الموجودة في كل موضع من مواضع الشبكة في لحظة ما.

1-2-6-أهمية شبكات بتري عالية المستوى بوصفها أداة نمذجة وخصوصية هذه الأداة:

مع أنَّ شبكات بتري ونظرية البيان قادرتان على التعامل مع نمذجة (Modeling) النظم التي تحوي بيانات بسيطة، فإنَّ قدرتها على نمذجة النظم التي تحوي بيانات معقدة

(Complex Data) تعدُّ محدودة، وبالفعل هذا ما رأيناه في النموذج البياني المطروح لترميز الشبكة باستخدام نظرية البيان إذْ يتعامل هذا النموذج مع بنية الشبكة فقط ويضاف إليه نموذج جبري لمعالجة البيانات من خلال تعريف تطبيقات الترميز الموضعية والمعممة بشكل مستقل، وهذا يستدعي لغة نمذجة (Modeling Language) قادرة على نمذجة البيانات بشكل ملائم ودقيق وهذا ما توفره لنا شبكات بتري عالية المستوى.

2- نمذجة ترميز الشبكة باستخدام شبكات بتري عالية المستوى:

قمنا بنمذجة ترميز الشبكة باستخدام شبكات بتري عالية المستوى وفق مرحلتين:

المرحلة الأولى: قدّمنا بيان شبكة بتري عالية المستوى المكافئ للبيان المُنَمذج لشبكة الاتصالات.

المرحلة الثانية: وسّعنا النموذج ليتضمن تطبيقات الترميز الموضعية و المعممة لترميز الشبكة.

2-1- بيان شبكة بتري عالية المستوى المكافئ للبيان المُنَمذج لشبكة الاتصالات:

- تُمَثَّل عُقدة المصدر في البيان المنمذج لشبكة الاتصالات بموضع وحيد في بيان شبكة بتري عالية المستوى.
- تُمَثَّل العُقدة الداخلية v التي تحقق أنَّ $|Out(v)| = m \geq 1$ بـ m موضع في بيان شبكة بتري عالية المستوى ونرمز لهذه المجموعة بـ P_v.
- تُمَثَّل كل عُقدة مصب في البيان المنمذج لشبكة الاتصالات بموضع وحيد في بيان شبكة بتري عالية المستوى.

لتمثيل مجموعة القنوات $In(v)$ نميز الحالات الآتية:

- v عقدة داخلية عندئذٍ تُمثَّل مجموعة القنوات هذه بانتقال وحيد وقوس من هذا الانتقال إلى كل موضع ممثل لـ v، فضلاً عن قوس واحد من أحد المواضع الممثلة لـ w إلى الانتقال t_v وذلك من أجل كل قناة (w,v) في البيان المنمذج لشبكة الاتصالات.
- v عقدة مصب عندئذٍ تُمَثَّل كل قناة (v',v) بانتقال وحيد وقوس من أحد المواضع الممثلة لـ v' (شرط أن لا يخرج من هذا الموضع قوس آخر) إلى هذا الانتقال، وقوس من هذا الانتقال إلى الموضع المُمَثِل لـ v.

- اذا كانت سعة المقطع الأصغري في شبكة الاتصالات w فإننا نضيف w انتقالاً لبيان شبكة بتري عالية المستوى، ومن أجل كل انتقال منها نضيف قوساً من هذا الانتقال إلى الموضع المُمَثِل لعُقدة المصب، وتسمى هذه الانتقالات بالانتقالات الوهمية ونرمز لهـا بـ $\{t_{\mathrm{Im}_1}, \ldots, t_{\mathrm{Im}_w}\}$، كما نرمز للقوس (t_{Im_i}, p_S) بـ O_{Im_i}.
- إذا كانت $\{p_{R_1}, \ldots, p_{R_n}\}$ هي مجموعة المواضع التي تُمَثِل عُقد المصب في بيان شبكة بتري عالية المستوى فإننا نضيف مجموعة الانتقالات $\{t_{R_1}, \ldots, t_{R_n}\}$ ومجموعة الأقواس $\{(p_{R_1}, t_{R_1}), \ldots, (p_{R_n}, t_{R_n})\}$ إلى بيان شبكة بتري عالية المستوى، ونسمي $\{t_{R_1}, \ldots, t_{R_n}\}$ مجموعة انتقالات المصب.

ملاحظة: قمنا بإضافة الانتقالات الوهمية وانتقالات المصب لتجنب حالة الإغلاق (Deadlock) في شبكة بتري عالية المستوى المُنَمذِجة لترميز الشبكة.

مثال(2):

إنَّ شبكة الاتصالات $G = (V, E)$ في الشكل (2) يقابلها بيان شبكة بتري عالية المستوى H في الشكل (4).

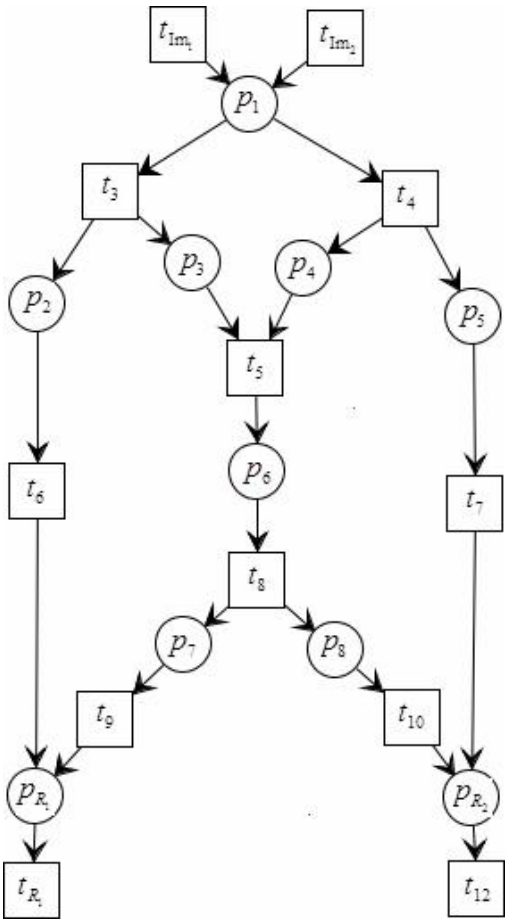
2-2- استكمال بناء النموذج ليتضمن متجهات الترميز المعممة والموضعية:

في الفقرة السابقة قمنا ببناء بيان شبكة بتري عالية المستوى المكافئ للبيان المُنَمذَج لشبكة الاتصالات وسنقوم في هذه الفقرة باستكمال بناء النموذج ليتضمن متجهات الترميز المعممة والموضعية في ترميز الشبكة من خلال تحديد نمط العلامات وشروط إطلاق (Fire) الانتقالات فضلاً عن تحديد عملية قوس الإخراج.

2-2-1- **تعريف**: نُعرِّف مجموعة الانتقالات المتزامنة بأنّها مجموعة الانتقالات التي تكون متاحة في اللحظة الزمنية نفسها.

2-2-2- **تعريف**: إذا كانت T_i مجموعة من الانتقالات نُعرِّف المجموعة P_i بالشكل الآتي:

$$P_i = \bigcup_{t_j \in T_i} \mathrm{Pr}e(t_j)$$



الشكل(4)

2-2-3- **تعريف**: نقول عن الانتقال t إنّه انتقال حرج إذا كان $\left|\Pr e(t)\right| \geq 2$.

- نفرض أنَّ المواضع جميعها لها نمط العلامات نفسه وهو الحقل المنتهي F_q، وتعدُّ هذه الفرضية تبسيطاً للنموذج كون شبكات بتري عالية المستوى تسمح لكل موضع بنمط علامات مختلف؛ مما يؤدي إلى زيادة التعقيد الذي نحن في غنى عنه هنا.
- نفرض أنَّ شرط الإطلاق للانتقال t محقق إذا وفقط إذا كان التعليم في كل موضع في المجموعة $\Pr e(t)$ غير خالٍ، فلا حاجة لإضافة شروط إطلاق معقدة.

2-2-4- نمذجة تطبيقات الترميز الموضعية :

نظراً إلى أنَّ مجموعة القنوات التي تصل إلى العقدة v تُمَثَّل بانتقال وحيد t_v ومن ثمَّ فإنَّ العلامة في الموضع p_v تتحدد من خلال تعريف قوس الإخراج (t_v, p_v) وهذه العلامة ستُحدد بدورها وحدة البيانات المُستقبَلة في v، وهذا ما كانت تقوم به متجهات الترميز الموضعية في النموذج البياني لترميز الشبكة، ومن ثمَّ يمكننا نمذجة تطبيقات الترميز المحلية من خلال تعريف العمليات لأقواس الإخراج في شبكة بتري عالية المستوى بالشكل الآتي:

2-2-4-1-**تعريف**: نُعرِّف مجموعة عمليات الانتقال لأقواس الإخراج بالشكل الآتي:

$$\{\tilde{c}_{o_i}^{l} : F^{\sum |M_i(\Pr e(t_j))|} \to F : t_j \in T \wedge o_i \in Out(t_j)\}$$

إذْ: F هو نمط العلامات و T هي مجموعة الانتقالات.

2-2-4-2- **ملاحظة**: إنَّ عمليات أقواس الإخراج جميعها للانتقال t والمعرفة كما في(2-2-4-1) تكون متطابقة، ونُسمي هذه العملية بتطبيق الترميز الموضعي للانتقال t.

2-2-5- نمذجة تطبيقات الترميز المعممة :

لنمذجة متجهات الترميز المعممة نُعيد تعريف عمليات أقواس الإخراج بالشكل الآتي:

2-2-5-1-**تعريف**: نُعرِّف مجموعة عمليات الانتقال لأقواس الإخراج بالشكل الآتي:

$$\{\tilde{c}_{o_i} : F^{w} \to F\}$$

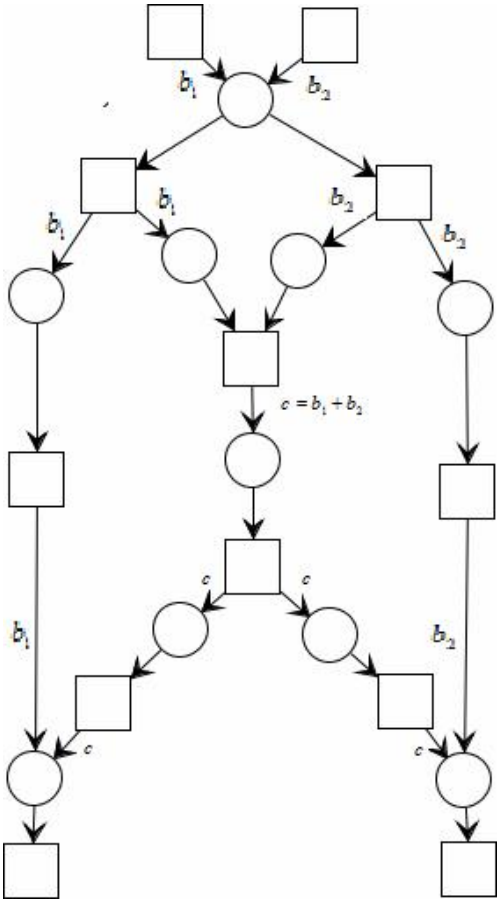
إذْ: F هو نمط العلامات و T هي مجموعة الانتقالات، و w هو المقطع الأصغري في البيان المُنمذَج لشبكة الاتصالات .

وبحيث تحقق هذه العمليات الشرطين:

1) $C_{ti}(x)$ هي صورة $\{\tilde{c}_{o_i}(x) : o_j \in In(\Pr e(\Pr e(t_i)\}$ وفق التطبيق $c_{o_i}^{l}$ إذْ x هو المتجه الناتج عن ترتيب عناصر المجموعة $M_0(S)$.

2) إنَّ المجموعة $\{c_{o_{\mathrm{Im}_i}} : i \in \{1, \ldots\ldots, w\}$ هي مجموعة الإسقاطات من الفضاء الشعاعي F^w إلى F.

2-2-5-2- **ملاحظة**: إنَّ عمليات أقواس الإخراج جميعها للانتقال t والمعرفة كما في (2-2-5-1) تكون متطابقة، ونسمي هذه العملية بتطبيق الترميز المعممة للانتقال t.



الشكل(5)

مثال(3):

إنَّ بيان شبكة بتري عالية المستوى في الشكل (4) يُنمذِج شبكة الاتصالات في الشكل (2)، وسنستكمل بناء النموذج ليمثل ترميز الشبكة على شبكة الاتصالات من خلال الخطوات الآتية:

- نمط العلامات لمواضع شبكة بتري جميعها هو الحقل المنتهي F_2 .

- شرط الإطلاق للانتقال t محقق إذا وفقط إذا كان التعليم في كل موضع في المجموعة $\Pr e(t)$ غير خالٍ.
- عمليات الانتقال لأقواس الإخراج توضح بالشكل (5).

3- الترتيب الجرياني (النهري):

يعتمد حساب متجهات الترميز المعممة في المقاربة البيانية على ترتيب جريـــاني[9]، يمكن ترتيب مواضع شبكة بتري عالية المستوى المُنمذِجة لترميز الشبكة بـــشكل مماثـــل وفق الخطوات الآتية:

أولاً: نجزئ مجموعة الانتقالات T إلى المجموعات $(T_1, T_2, ...)$ إذْ T_i هي مجموعة الانتقالات المتزامنة التي تكون متاحة في اللحظة i .

ثانياً: نُشكل المجموعات $(P_1, P_2, ...)$ إذْ $P_i = \bigcup_{t_j \in T_i} \Pr e(t_j)$.

ثالثاً: نقوم بوضع المواضع في متتالية بحيث تظهر المواضع في المجموعة P_j قبل المواضع في P_k إذا وفقط إذا كانت $j \le k$ ، أما ترتيب المواضع داخـــل P_j و P_k فهو غير ذي أهمية.

مثال(4):

نُجزئ بيان شبكة بتري عالية المستوى الموضـــحة بالـــشكل(4) إلـــى المجموعـــات $T_1 = \{t_{\mathrm{Im}_1}, t_{\mathrm{Im}_2}\}$ ، $T_2 = \{t_3, t_4\}$ ، $T_3 = \{t_5, t_6, t_7\}$ ، $T_4 = \{t_8\}$ ، $T_5 = \{t_9, t_{10}\}$ ، $T_6 = \{t_{R_1}, t_{R_2}\}$ بالتـــالي $P_1 = f$ ، $P_2 = \{p_1\}$ ، $P_3 = \{p_2, p_3, p_4, p_5\}$ ، $P_4 = \{p_6\}$ ، $P_5 = \{p_7, p_8\}$ ، $P_5 = \{p_{R_1}, p_{R_2}\}$.

أي إنَّ $p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_{R_1}, p_{R_2}$ هـــو ترتيـــب جريـــاني لمواضع شبكة بتري عالية المستوى الموضّحة بالشكل(4).

4- فرضية الإطلاق عند الإتاحة:

يعدُّ ترتيب الإطلاق في شبكة بتري عالية المستوى من أهم الموضوعات التي يجـــب تحديدها في أي نموذج يعتمد على هذا النوع من الشبكات إذْ تتحدد الحالات التـــي يمكـــن

الوصول إليها (Accessible States) من خلال تحديد ترتيب الإطلاق، كما قد يؤدي ترتيب معين للإطلاق إلى وصول الشبكة إلى حالة إغلاق (Dead lock).

في بحثنا هذا نؤكد عدم وجود أي تأخير زمني في إطلاق أي انتقال متاح، وهذا من شأنه تقليل تعقيد النموذج لعدم حاجتنا لتعريف ترتيب الإطلاق أو أي متغيرات زمنية لترتيب الإطلاق وفق تأخير زمني، فضلاً عن تجنب حدوث أي تعارض (Conflict) في إطلاق الانتقالات.

5- التكافؤ بين النموذج المعتمد والنموذج البياني المزود بمتجهات الترميز:

قمنا ببناء بيان شبكة بتري عالية المستوى المنمذج لشبكة الاتصالات باعتماد تقابل بين العقد من جهة والمواضع من جهة أخرى، وتقابل بين القنوات من جهة والانتقالات والأقواس من جهة أخرى. كما بيناً وجود تقابل بين عمليات أقواس الإخراج في شبكة بتري عالية المستوى ومتجهات الترميز المعممة لقنوات البيان المنمذج لترميز الشبكة.

في ضوء فرضية الإطلاق عند الإتاحة فإنَّ أول من سيُطلَق في الشبكة هي الانتقالات الوهمية أي المجموعة T_1 وتكون $P_1 = f$، وبعد هذه الخطوة تصبح الانتقالات في T_2 متاحة فيجري إطلاقها وتصبح $P_2 = \mathbf{U}_{t_j \in T_2} \Pr e(t_j)$ وهكذا..، أي إنَّ الانتقالات تُطلَق بحيث يجري تعليم مواضع الشبكة وفق ظهورها في ترتيب جرياني، ومن ثمَّ فإنَّه ومع إطلاق آخر انتقال مصب تكون مواضع المصب جميعها قد عُلمت بالتعليم المطلوب الذي تضمنه عمليات أقواس الإخراج، أي إنَّ الحالة المطلوبة التي تكافئ حل مسألة ترميز الشبكة هي دوماً من بين الحالات القابلة للوصول.

الخلاصة

قُدِّم في هذا البحث نموذجاً جديداً لترميز الشبكة يعتمد على استخدام شبكات بتري عالية المستوى وذلك من خلال إيجاد بيان هذه الشبكة المكافئ للبيان المُنمذَج لشبكة الاتصالات، ومن ثمَّ تضمين متجهات الترميز المعممة والموضعية في هذا النموذَج وإثبات التكافؤ بين النموذجين من خلال تعريف الترتيب الجرياني للمواضع في بيان شبكة بتري عالية المستوى وفرضية الإطلاق عند الإتاحة.

REFERENCES المراجع

[1] Ahlswede, R. Cai, N. and Robert Li, S, 2000. Network Information Flow, IEEE Transactions on Information Theory, Vol.46, No.4, pp. 1204 -1216.

[2] Koetter, R. Medard, M, 2002. An Algebraic Approach to Network Coding, IEEE Transactions on Information Theory, VOL.11, NO.5, pp. 782-795.

[3] Li, R. Yeung, R. W. and Cai, N, 2003. Linear network coding, IEEE Trans. on Information Theory, VOL. 49, NO. 2, pp. 371–381.

[4] Koetter, R. Medard, M, 2002. Beyond routing: An algebraic approach to network coding, in Proc. of IEEE Conference on Computer *Communications (INFOCOM), New York*.

[5] Jaggi, S. Sanders, P. Chou, P. A. Effros, M. S. Egner, Jain, K. and Tolhuizen, L, 2005. Polynomial time algorithms for multicast network code construction, IEEE Trans. on Information Theory, VOL. 51, NO. 6, pp. 1973–1982.

[6] Wu, Y. Jain, K. and Kung, S, 2006. A unification of network coding and tree-packing (routing) theorems, IEEE Trans. on Information Theory, VOL. 52, NO. 6, pp. 2398–2409.

[7] Koch, M. Rust, C. Kleinjohann, B, 2003. Design of intelligent mechatronical systems with high-level Petri nets, Proceedings. 2003 IEEE/ASME International Conference on, Vol. 1.

[8] Yeung, R.W, 2008. Information Theory and Network Coding, Springer Publishing Company, 579p.

[9] Murata, T, 1989. Petri nets: Properties, analysis and application, in Proceedings of the IEEE, VOL. 77, NO. 4, pp. 541–580.

[10] Rozenburg, G. Engelfriet, J. Reisig, W. Rozenberg , G, 1998. Lectures on Petri Nets I: Basic Models - Advances in Petri Nets, Lecture Notes in Computer Science Springer, VOL. 1491, pp. 12-121.

[11] Diaz, M, 2009. Petri Nets: Fundamental Models, Verification and Applications, Wiley-ISTE, 656P.

[12] Software Engineering, ISO/IEC/JTC1/SC7, 2002. High-Level Petri Net Concepts, Definitions and Graphical Notation, ISO/IEC 15909-1, Final Committee Draft.

[13] Banks, R. Steggles, J, 2007. A High-Level Petri Net Framework for Genetic Regulatory Networks, Journal of Integrative Bioinformatics, Vol.4, No.3, 14p.