تأثير وسائط الدخل لليزر نيوديميوم-ياغ مع مفتاح الجودة كمنبع ضخ لبلورة تيتان-الياقوت الأزرق مع مضاعف تواتر عند تشغيلها بطولي موجة

محمد الكوسا و يوسف سلمان

قسم الفيزياء ـ كلية العلوم ـ جامعة دمشق ـ سورية

تاريـخ الإيداع 2009/03/05

قبل للنشر في 2010/01/03

الملخص

درست تغيرات وسائط دخل ليزر Nd^{3+}-*YAG*، كمنبـع ضـخ لبلـورة تيتـان – اليـاقوت الأزرق (Ti:sapphire) المقترنة مع بلورة لاخطية ومفتاح للكسب، وتأثيرات تلك التغيرات في مميزات نبضات الخرج (زمن التأخير، وعرض النبضة، ومدة نشوء النبضة و قيم القمم العظمى لكثافة فوتونات الإصدار) لليزر Nd^{3+}-*YAG*.

طور نموذج رياضي لوصف النظام والإصدار الديناميكي من بلورة تيتان – الياقوت الأزرق بطـولي موجة بآنٍ معاً. يسمح النموذج المقترح بتقدير درجة تزامن أو تراكب النبضتين الـصادرتين مـن ليـزر الضخ Nd^{3+}-*YAG*، والبلورة المضخوخة تيتان – الياقوت الأزرق.

كما عولج الإصدار الآني لليـزر الـضخ Nd^{3+}-*YAG* بطـولي الموجـة 1064 nm و1318 nm. استخدم هذا النظام لضخ بلورة تيتان–الياقوت الأزرق من أجل توليد الإصدار ثنائي طول الموجة 780nm و790 nm معاً بآنٍ واحد.

بينت الحسابات العددية أن مميزات نبضة خرج البلورة تتأثر بشدة بتغييرات وسائط دخل منبع الضخ.

الكلمات المفتاحية: الإصدار الديناميكي، وسيط دخل، مفتاح الجودة، مضاعف تواتر، بلورة تيتان-الياقوت الأزرق، طول الموجة

Effect of Second Harmonic Q-Switched Nd-YAG Laser Parameters as a Pumping Source on Dual-Wavelength-Emitting Blue Ti-Sapphire Laser Characteristics

M. Al-Koussa and Y. Salman

Department of Physic-Faculty of Siences-Damascus University-Syria.

Received 05/03/2009
Accepted 03/01/2010

ABSTRACT

The variations of the input parameters of the *Nd^{3+}-YAG* laser (1064 nm) has been studied. This laser was used as a pumping source for a Ti:sapphire crystal coupled with a nonlinear optical crystal KTP and a Q-switch. The effect of such variation of the output pulse characteristics (delay time, pulse width, pulse build up time, duration and peaks maxima of the *Nd^{3+}-YAG* pumping laser) has been investigated. A mathematical model is introduced to describe the system as well as the dynamic emission of a gain-switched Ti:sapphire oscillator with simultaneous dual wavelength emission. The suggested model allows the estimation of the synchronization (overlap) of the both emitted wavelengths from the *Nd^{3+}-YAG* pumping laser and the gain-switched Ti:sapphire oscillator.

The spontaneous emission of *Nd^{3+}-YAG* pumping laser at 1064nm and 1318nm has been studied. In addition, this system has been utilized to pump the gain-switched Ti:sapphire oscillator, so as to generate a dual wavelength emission at 780nm and 790nm.

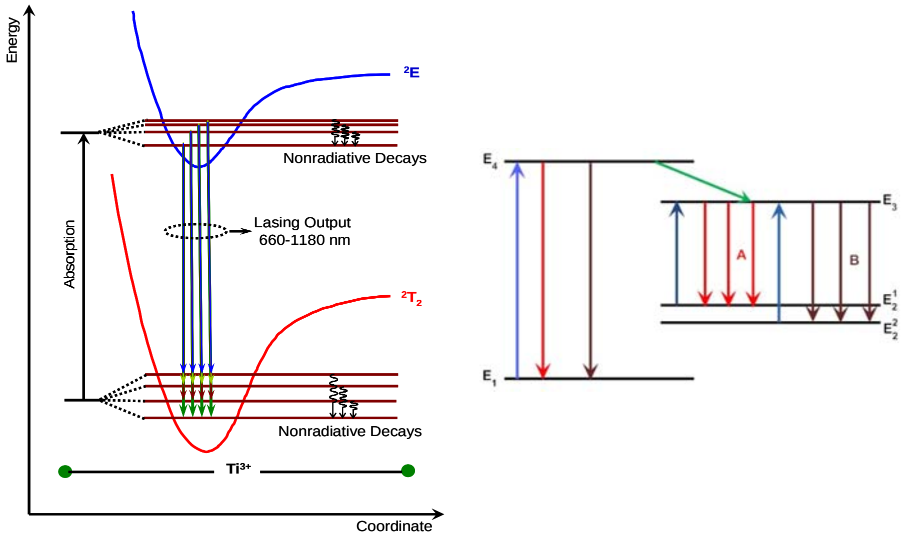
Numerical results showed that the output pulse of the gain-switched Ti:sapphire oscillator is strongly dependent on the input parameters of the laser irradiation source.

Key Words: Dynamic Emission, Input parameter, Q-swiched, Secong Harmonic, Ti:sapphire crystal, Wavelength**.**

المقدمة

تملك أيونات التيتانيوم Ti^{3+} كما هو معروف إلكتروناً واحداً في الطبقة $3d^1$. تتفسخ السوية $3d^1$ بتأثير حقل البلورة Al_2O_3، ويكون لأيونات التيتانيوم Ti^{3+} في البلورة المضيفة تناظراً مثلثياً، في حين يمكن أن يظهر حقل البلورة كمجموع لمركبات تناظر مثلثية ومكعبية ويكون الحقل المكعبي مسيطراً. تتفسخ السويات الطاقية لأيونات التيتانيوم Ti^{3+} إلى سوية الثلاثي (triplet) الأرضية $^2T_2$ وسوية الثنائي (doublet) ^2E (سوية مثارة) [1,2]، كما هو مبين في الشكل (1).

يشطر الحقل المثلثي السوية الأرضية $^2T_2$ إلى سويتين وتنشطر السوية الدنيا منهما بتأثير تفاعل العزم المداري- السبيني. يبلغ الفرق الطاقي بين السوية الأخفض $^2T_2$ والسويتين الناتجتين عن انشطار السوية الدنيا من $^2T_2$ نحو $38\ cm^{-1}$ و $107\ cm^{-1}$ على التوالي. كما قدر الفرق الطاقي بين السويتين $^2T_2$ و ^2E نحو $19000cm^{-1}$ [2-4].



الشكل (1) مخطط الإسكان المعكوس والليزرة لأيونات Ti^{3+} في البلورة Al_2O_3، A و B: المجاوبان الليزريان الأول والثاني على التوالي [5,22]

تفسر قياسات المقاطع العرضية للاستقطاب π و σ (توزع الشحنة المختلف ناشئ عن الحقول المثلثية والمكعبية) بطبيعة القمة المضاعفة للعصابة والتي ترجع إلى تأثير تفسخ جون- تيلر للسوية ^2E (يكسر تفسخ أو تناظر طاقة الالكترونات في السوية 3d في أيونات المعادن ذات الانتقال الحر بوساطة مفعول جون- تيلر). يبلغ التركيز والمقطع العرضي القيمتين $3.310^{19}cm^3$ و $5.310^{-19}cm^2$ في بلورة Al_2O_3 في حالة Ti_2O_3

ومن أجل نسبة وزنية مقدارها 0.1%wt. نذكر أيضاً أن المقطع العرضي للامتـصاص في حالة توازي المحور الضوئي مع شعاع الحقـل الكهربـائي لليـزر الـضخ (حالـة الاستقطاب π) يكون أكبر بمرتين تقريباً بالمقارنة مع حالة تعامد المحور الضوئي وشعاع الحقل الكهربائي (حالة الاستقطاب σ)[2,3].

يتعلق مقدار الانشطار أو التفسخ بالحقل البلوري للأيون المستبدل، ويكـون كنتيجـة للتزاوج الشديد بين السويات الالكترونية والشبكة البلورية المـضيفة. تـؤمن الفونونـات المقترنة بالانتقالات الالكترونية طيف إصدار واسعاً مما يؤمن قابلية توليف عنـد ليـزر تيتان- الياقوت الأزرق في مجال واسع. ترجع عموماً أطياف التـألق إلـى الانتقـالات الاهتزازية وإلى تأثر التفاعل المتبادل للحالات الالكترونية ^2E و $^2T_2$ بديناميكية ظاهرة جون- تيلر [3,4,6].

يمكن استخدام النبضات الصادرة عن ليزر $Nd^{3+}:YAG$ وبوجود معدل النبضة (Q-switched) و$Nd^{3+}:YAG$ المحكم النمط (mode locked laser) بطول موجة وحيد أو بطولي موجة لضخ ليزر تيتان–الياقوت الأزرق. إن عملية ضخ الهزاز تيتـان–اليـاقوت الأزرق بنبضات ذات عرض قصير نسبياً بالمقارنة مع زمن بناء النمط المهتز يؤدي إلى تولد الشروط الابتدائية لنمط اهتزاز يكافئ تماماً نمط الاهتزاز فـي المجاوبـات معدلـة النبضة باستخدام مفتاح الجودة[5].

ركزت الدراسات السابقة للإصدار الديناميكي لليزر تيتان–الياقوت الأزرق المضخوخ بليزر $Nd^{3+}:YAG$ باستخدام طولي موجة ضـخ علـى الـسلوك الزمنـي للميـزات الديناميكية، ودراسة علاقة عرض النبضة للمدروج الثاني بالانقلاب الابتدائي...الخ فـي ليزرات تيتان–الياقوت الأزرق ذات مفتاح الجودة الذاتي مع مضاعف التواتر بغض النظر عن طرائق الضخ المختلفة [2,3,5-7]. لم تأخذ هـذه الطرائـق أو النمـاذج الرياضـية بالحسبان تغيرات استطاعة منبع الضخ$Nd^{3+}:YAG$ من نبضة إلى أخرى. أي من عملية قدح إلى أخرى، أو من تشغيل إلى آخر، كما لم تأخذ بالحسبان العمليات الفيزيائية الجارية كلها ووصفها الرياضي الدقيق. اعتمد في المراجع منبع الضخ كقيمة ثابتة أو تابعاً غوسياً من أجل عرض ثابت للنبضة [5].

اعتمدنا في عملنا هذا منبع الضخ الليزري كمتغير وتم توصيفه رياضياً وفيزيائياً بدقة، بحيث يمكننا عمليا التحكم بتغير استطاعة منبع الضخ بتغيـر وسـائط الـدخل: معامـل التضخيم الأعظمي، معدل الضخ، ومعامل الضياع. لاقتران وسائط الدخل هذه بالاستطاعة الكهربائية المطبقة على مصابيح الوميض المستخدمة في ضخ الليزر$Nd^{3+}:YAG$ والتـي تؤدي من ثم إلى إثارة عدد مختلف من الذرات بسبب اختلاف الضياعات التي تحدث عند كل تشغيل. طُور في هذا العمل نموذج رياضي لمحاكـاة الإصـدار الـديناميكي لليـزر $Nd^{3+}:YAG$ واستُخدام كمنبع ضخ لليزر تيتان–الياقوت الأزرق للحصول علـى طـولي

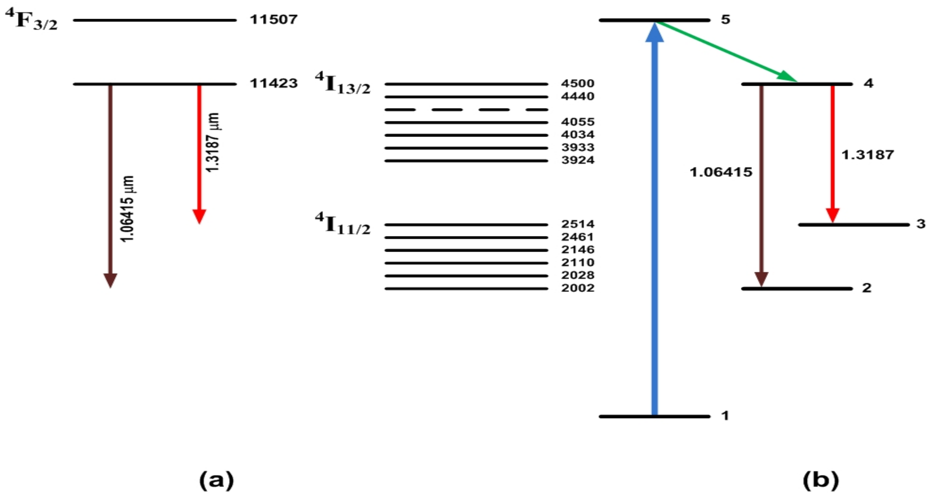
موجة بآنٍ معاً. يتضمن النموذج الرياضي وصفاً دقيقاً للعمليات الفيزيائية الجارية في الوسط الفعال (منبع الضخ وليزر تيتان–الياقوت الأزرق). كما يدرس تأثير وسائط خرج ليزر $Nd^{3+}:YAG$ في مميزات نبضات خرج ليزر تيتان–الياقوت الأزرق مثل (عرض النبضة، وزمن التأخير، وذروة النبضة، ومدة النبضة).

النموذج الرياضي

بني النموذج الرياضي في هذا العمل اعتماداً على الأفكار الأساسية الواردة في المراجع [2,3,5,7-10]. يصف النموذج الرياضي المطور ليزر $Nd^{3+}:YAG$ مع مفتاح الجودة وبوجود بلورة لاخطية أو مضاعف تواتر كمنبع ضخ بطولي موجة، وتأثيره في بلورة تيتان- الياقوت الأزرق المضخوخة في حالة الإصدار بطولي موجة بآنٍ معاً.

1- آلية عمل ليزر الضخ Nd^{3+}-YAG مع مفتاح الجودة بطولي موجة $\lambda_{P_1}^{Nd}=1064\,nm$ و $\lambda_{P_2}^{Nd}=1318\,nm$

نعتبر الوسط الأيوني Nd^{3+} ذي خمس سويات طاقية كما في الشكل (2). تضخ السوية الأرضية 1 إلى السوية الخامسة، التي تسترخي بدورها إلى السوية الليزرية العليا 4. تسترخي السوية الليزرية العليا بالإصدار المحثوث إما إلى السوية الليزرية ذات الدليل 2 أو إلى السوية الليزرية ذات الدليل 3 بطولي موجة مختلفين $\lambda_{P1}^{Nd}=1064\,ns$ ، $\lambda_{P2}^{Nd}=1318\,ns$ وبمقطع عرضي لكل منهما $\sigma_{\lambda_{P1}}^{Nd}=8.8\,10^{-19}$ و $\sigma_{\lambda_{P2}}^{Nd}=2.9\,10^{-19}$ على التوالي [11].

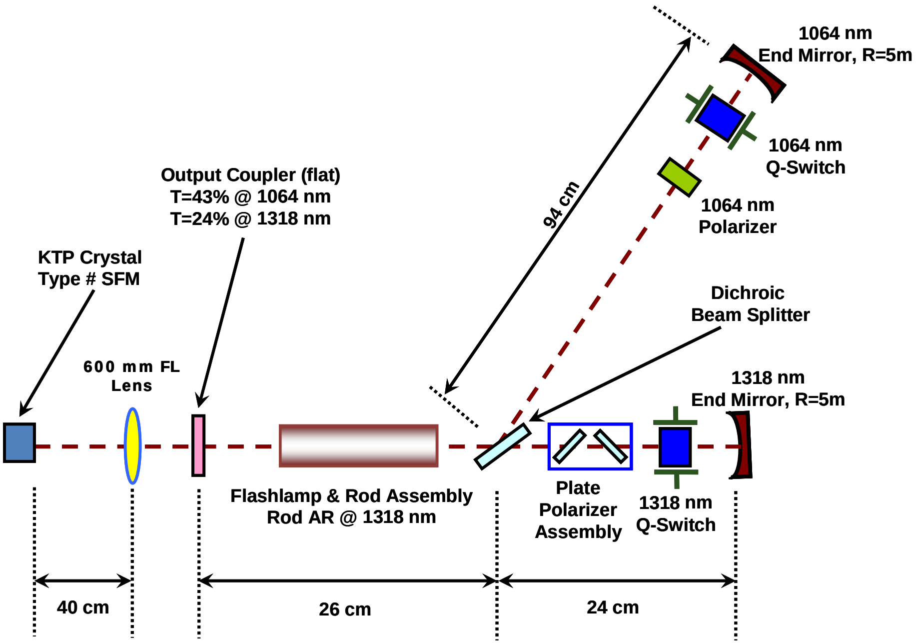


الشكل (2) العصابات الطاقية وسويات ستارك للانتقالات الليزرية المعتبرة في ليزر Nd^{3+}-YAG [12]

استخدمت معظم الأعمال التجريبية وسطين ليزريين لتوليد طولي موجة، لكن استخدام كسب الوسط الوحيد أدى إلى وجود عناصر ضوئية كثيرة وذات تصاميم تجريبيـة أقـل تعقيداً. وتمّت دارسة توليد خطي الإصدار المفرد بطول موجة تحت حمراء فـي مراجـع كثيرة [12-14]. كما اهتمت الأعمال أيضاً بدراسة توليد إصدار الإشعاع الأصفر بمـزج تواتري إصدار الإشعاع الأزرق والإشعاع الأحمر باستخدام مضاعف تواتر [12].

نفترض في هذا العمل أن توزع التجويف بشكل حرف Y كما هو مبين في الشكل (3) [12].

تعطى معادلات المعدل لنموذج توزع التجويف بشكل حرف Y لليـزر Nd^{3+}-*YAG* في حالة تشغيل وسط وحيد فعال، بخطي إصدار ليزريين وبآنٍ واحد، من سوية ليزريـة عليا كما يأتي:



الشكل (3) المخطط التجريبي لتوزع التجويف Y فـي حالـة إصـدار ثنـائي التـواتر لليـزر [12] Nd^{3+}-*YAG*

يعطى التغير الزمني لكثافة الانقـلاب الإسـكاني فـي القـضيب الليـزري لليـزر Nd^{3+}-*YAG* عند التشغيل بطولي موجة بآنٍ معاً بالمعادلة الآتية [15-17]:

$$\frac{d\Delta N^{Nd}(t)}{dt}=S_P(t)-\frac{\Delta N^{Nd}(t)}{\tau_f^{Nd}}-(\sigma_1^{Nd}\frac{L_{Nd}}{L_{c1}^{Nd}}.\frac{c}{\eta^*}U_{p1}^{Nd}+\sigma_2^{Nd}\frac{L_{Nd}}{L_{c2}^{Nd}}.\frac{c}{\eta^*}U_{p2}^{Nd})\Delta N^{Nd}(t) \quad (1)$$

إذ:

L_{Nd} طول القضيب الليزري و L_{c1}^{Nd} و L_{c2}^{Nd} طولا التجويف الليزري في التـوزع Y أي تجويف الفرع الأول 1 وتجويف الفرع الثاني 2 على التوالي و σ_1^{Nd}، σ_2^{Nd} المقطعان العرضيان للانتقالين الليزريين nm 1064 وnm 1318 على التوالي و τ_f^{Nd} عمر تـألق السوية الليزرية العليا وc سـرعة الـضوء و η^* قرينـة انكـسار القـضيب الليـزري Nd^{3+}-YAG و $i=1,2$; U_{Pi}^{Nd} شدة الخرج الليزري لليزر Nd^{3+}-YAG بطولي موجة.

يمثل الحد الأول في المعادلة (1) معدل الضخ لكلتا موجتي الإصدار، ويمثـل الحـد الثاني ضياع الفوتونات من أجل موجتي الإصدار باسترخاء السوية الليزرية العليا، ويمثل الحد الأخير إسهام الإصدار المحثوث من الموجتين الصادرتين. يمكن اعتبار معدل الضخ تابعاً غوصياً محدداً بالصيغة الآتية:

$$S_P(t)=(128/\pi)^{1/2}\alpha_{ab}\alpha_s\alpha_q\frac{W_{15}N_r}{E_P\tau_{ul}^{Nd}}\exp[-8(t/\tau_{ul}^{Nd})^2]$$

إذ:

α_{ab} مردود امتصاص إشعاع الضخ في الوسط الفعال من أجـل نـسبة 1 % وزنـاً و α_s الجزء من طيف مصباح الضخ المتداخل مع عصابة ضخ الأيونات الفعالـة و α_q المردود الكوانتي لانقلاب ضوء الضخ الممتص في الوسط الفعال و N_r تركيز أيونـات النيوديوم و W_{15} طاقة الانتقال من السوية الأساسية إلى الـسوية الخامـسة المـضخوخة و τ_{ul}^{Nd} عمر السوية الليزرية العليا لأيونات النيوديوم و t الزمن و E_P الطاقة الضوئية في نبضة الضخ.

يعطى التغير الزمني لكثافة فوتونات منبع الضخ الليزري Nd^{3+}-YAG مـع مفتـاح الجودة في حالة التشغيل بطولي موجة بالمعادلات التفاضلية الآتية [18,19]:

$$\frac{dU_{p1}^{Nd}}{dt}=[\mathrm{v}\mu_1(\chi_1 Y - K_{loss1})]U_{p1}^{Nd}-\frac{U_{p1}^{Nd}}{\tau_{c1}^{Nd}}+\frac{\mathrm{v}\mu_1(U_{p1}^{Nd})_0}{2L_{Nd}} \quad (2)$$

$$\frac{dU_{p2}^{Nd}}{dt}=[\mathrm{v}\mu_2(\chi_2 Y - K_{loss2})]U_{p2}^{Nd}-\frac{U_{p2}^{Nd}}{\tau_{c2}^{Nd}}+\frac{\mathrm{v}\mu_2(U_{p2}^{Nd})_0}{2L_{Nd}} \quad (3)$$

إذ:

$(i=1,2)$ χ_i معاملا التضخيم الأعظمي لطولي الموجة الـصادرين، Y الانقـلاب الإسكاني النسبي، $(i=1,2)$ μ_i معاملا الامتلاء، K_{loss} معاملا الـضياع فـي حـالتي الإصدار.

بالطبع يكون الكسب في حالة الإصدار الليزري بطـول الموجـة $\lambda_{em2}^{Nd}=1318$ nm أصغر من الكسب في حالة الإصدار الليزري عند طول الموجة $\lambda_{em1}^{Nd}=1064$ nm. ومن ثم سيعمل مفتاح الجودة في الليزر ثنائي طول موجـة الإصـدار عنـد طـول الموجـة $\lambda_{em2}^{Nd}=1318$ nm قبل أن يفتح مفتاح الجودة مـن أجـل الإصـدار بطـول الموجـة $\lambda_{em1}^{Nd}=1064$ nm، لكي يتمكن الليزر بطول الموجة $\lambda_{em2}^{Nd}=1318$ nm مـن البـدء بالنشوء أو التشكل قبل الإصدار الليزري بطول الموجة $\lambda_{em1}^{Nd}=1064$ nm [19].

يصدر منبع الضخ Nd^{3+}-YAG بوجود مفتاح الجودة نبضات ليزرية عرضـها مـن مرتبة النانو ثانية. تعد عملية التشغيل بطولي موجة متغيرةً، ويكون الكسب لكـلا طـولي الموجة المذكورين أعلاه متغيراً.

إذ:

$$(\tau_{ci}^{Nd})=-(2L_{eff}/c)\{Ln[(1-(K_{loss})_i)(1-T_i)[1-Q_i(t)]\}^{-1}\qquad(i=1,2)$$

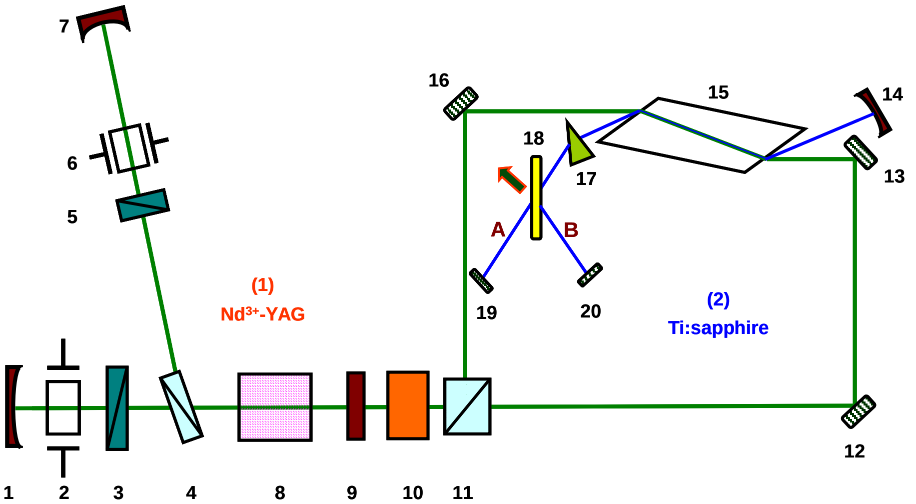
عمر الفوتون في التجويفين الأول والثاني من أجل الطولين الموجيين 1064 nm و 1318 nm على التوالي. (يعد تابع ضياعات مفتاح الجودة هو تابع الخطوة في فرعـي المجـاوب) و $L_{eff}=L_r+(\mathrm{n}-1)L_{Nd}$ طول الوسط الليزري الفعال و L_r مجمـوع ذراعـي التجـويفين الليـــزريين و $(K_{loss})_i=\rho+Q_i+(1/2L_{Nd})Ln(1/R_1R_j),\quad(i=1,2),(j=2,3)$ معاملا الضياعات الداخلية في التجويف الليزري في فرعي المجاوب الأول والثاني بعـد دورة واحدة ومن أجل طولي الموجة المأخوذين بالحسبان على التوالي و ρ معامل الضياع بالامتصاص وبالتبعثر...الخ فـي القـضيب الليـزري و $R_1,\ R_j$ انعكاسـيات المرايـا و Q_1,Q_2 تابعا ضياعات مفتاح الجودة في فرعي المجاوب الأول والثـاني 1 و2 علـى التوالي. ويمكن تمثيل هذه الضياعات بتابع الخطوة (step function) [12,20]، يمكـن إعطاء نفوذية المرآة الأولى بدلالة الضياعات الداخلية في التجويفين الأول والثاني ونفوذية المرآة الثانية ونسبة المقطعين العرضيين للانتقاليين الليزريين المعتبـرين وفقـاً للعلاقـة الآتية:

$$T_1=1-[\ln[(1-K_{loss2})]+\ln[(1-T_2]\frac{\sigma_1^{Nd}}{\sigma_2^{Nd}}-\ln(1-K_{loss1})]$$

، T_2 نفوذيـة المـرآة الثانية.

2- آلية الحصول على خرج بلورة تيتان – الياقوت الأزرق بطولي موجة

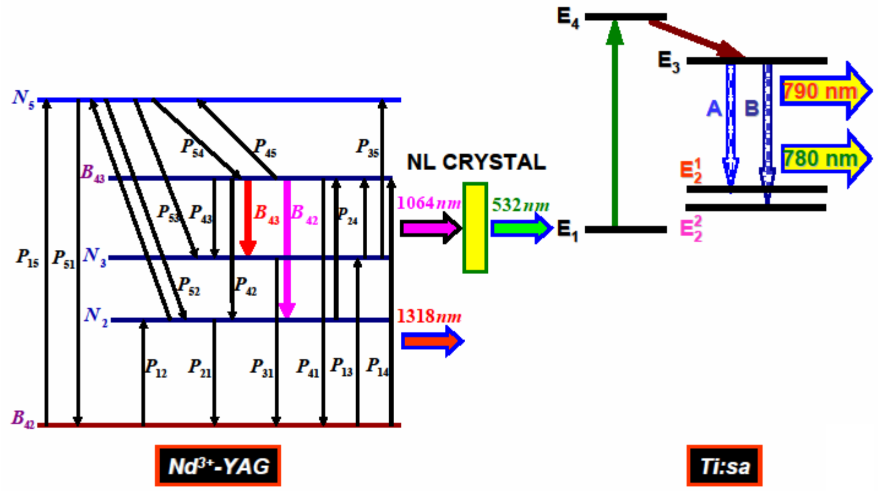
يصدر عن بلورة تيتان – الياقوت الأزرق طولا موجةٍ أو أكثر عند الأخذ بالحسبان عملية التعريض المتجانس (homogeneous broadening)، وذلك لأن سويتها الطاقية الدنيا، كما يشير إلى ذلك الشكل (1)، تنشطر إلى عصابتين طاقيتين، تتألف كل منهما من عدة سويات طاقية متقاربة. لذلك يقسم التركيب إلى مجاوبين فرعيين كما في الشكل (4) [14,21]، يتطلب ذلك وجود عنصرين لانتقاء طول الموجة أو اختيارها في كل من المجاوبين الفرعيين، يختار كل منهما طول موجة واحدة حالما تتجاوز قيمة الكسب لكل طول موجة قيمة الضياع.



الشكل (4) المخطط الضوئي لعملية تشغيل بلورة تيتان – الياقوت الأزرق المضخوخة بليزر Nd^{3+}-YAG مع مفتاح الجودة. 1 – 9 ليزر Nd^{3+}-YAG النبضي

(1،7،9): مرايا مجاوبي الليزر؛ 2، 6: خلية بوكلز؛ 3، 5: مقطب ضوئي؛ 4: مجزئ حزمة؛ 8: القضيب الليزري، 10 البلورة اللاخطية KTP، 11 موزع حزمة 45° nm 532. 12 و13 و16، مرايا عالية الانعكاسية (HR) عند الزاوية 45° لطول الموجة 532 nm، 19 و 20 مرآة HR (650 nm – 870 nm)، 15 بلورة تيتان – الياقوت الأزرق،14 مرآة، 17 موشوراً، 18 موزع حزمة لليزر تيتان – الياقوت الأزرق [12,22].

يظهر الشكل (5) المخطط الطاقي لعملية ضخ بلورة تيتان – الياقوت الأزرق. إذ E_3 السوية الليزرية العليا وتكون E_2^1، E_2^2 عبارة عن حالتين من السوية الليزرية الدنيا للتيتان، يشير الرقمان 1 و2 (اصطلاحاً) إلى المجاوبين اللذين يهتزان بطولين موجيين مختلفين λ_1^{Ti} و λ_2^{Ti} على التوالي.بالاعتماد على الشكل (1) وباعتبار أن السوية الليزرية الدنيا مؤلفة من سويتين متفسختين يمكن كتابة معادلات المعدل كما يأتي [22]:



الشكل (5) مخطط السويات الطاقية عند التـشغيل بطـولي موجـة لكـل مـن ليـزر الـضخ Nd^{3+}-YAG وبلورة تيتان – الياقوت الأزرق المضخوخة، A وB مجاوبان.

يعطى التطور الزمني لكثافة الانقلاب الإسكاني ΔN^{Ti} في بلورة تيتان الياقوت الأزرق بالمعادلة:

$$\frac{d(\Delta N^{Ti})}{dt}=(\alpha\frac{(W_{mL}^{Ti})_i}{(W_{Pi}^{Nd})_{SH}})\frac{c}{\eta^*}\sigma_{ab}^{Ti}N^{Ti}U_p-(\sigma_{em1}^{Ti}U_1^{Ti}+\sigma_{em2}^{Ti}U_2^{Ti})\frac{c}{\eta^*}\Delta N^{Ti}-\frac{\Delta N^{Ti}}{\tau_{32}} \qquad (4)$$

يمثل الحد الأول معدل الضخ، يمثل الحد الثاني ضياع الفوتونات مـن أجـل طـولي الموجة ويمثل الحد الأخير ضياع الفوتونات أو الاسترخاء من السوية الليزرية العليا.

يعطى التطور الزمني لكثافة الفوتونات من بلورة تيتان-الياقوت الأزرق بالمعادلة:

$$\frac{dU_1^{Ti}}{dt}=\sigma_{em_1}^{Ti}\frac{L^{Ti}}{L_{cav1}^{Ti}}.\frac{c}{\eta^*}\Delta N^{Ti}U_1^{Ti}-\frac{U_1^{Ti}}{\tau_{c1}}-K_1(U_1^{Ti})^2 \qquad (5)$$

$$\frac{dU_2^{Ti}}{dt}=\sigma_{em2}^{Ti}\frac{L^{Ti}}{L_{cav2}^{Ti}}.\frac{c}{\eta*}\Delta N^{Ti}U_2^{Ti}-\frac{U_2^{Ti}}{\tau_{c2}}-K_2(U_2^{Ti})^2 \qquad (6)$$

$K_i\ (i=1,2)$ معامل الاقتران اللاخطي (في حالة تشغيل البلورة بالتوافقية الثانية)، يمثل الحد الأول في كل من المعادلتين (5) و(6) الإصدار المحثوث والتلقائي مـن أجـل

طول الموجة الموافق، يمثل الحد الثاني ضياع الفوتونات في التجويف الليـزري ويمثـل الحد الأخير تأثير البلورة اللاخطية في كثافة خرج الإشعاع الصادر من بلـورة تيتـان- الياقوت الأزرق.

إذا كان: $U_1^{Ti} = U_2^{Ti}$ فإن $dU_1^{Ti}/dt = dU_2^{Ti}/dt$،

ومن أجل: $K_1 = K_2$ و $\tau_{c1} = \tau_{c2}$

فإن: $$\frac{\sigma_{em1}^{Ti}}{\sigma_{em2}^{Ti}} = \frac{L_{cav1}^{Ti}}{L_{cav2}^{Ti}} \Leftrightarrow \frac{L^{Ti}}{L_{cav1}^{Ti}} \sigma_{em1}^{Ti} \frac{c}{\eta^*} = \frac{L^{Ti}}{L_{cav2}^{Ti}} \sigma_{em2}^{Ti} \frac{c}{\eta^*}$$

هذا يعني أن معدل طولي المجاويين الفرعيين الموزعين بشكل حرف Y يساوي نسبة المقطعين العرضيين للإصدار عند طولي الموجه λ_{em1}^{Ti} و λ_{em2}^{Ti} على التوالي.

إذ:

$U_i^{Ti}\ (i = 1,2)$ كثافتا الفوتونات في المجاويين الفرعيين 1 و 2، L^{Ti} طول الوسط الفعال أو طول بلورة تيتان – الياقوت الأزرق، L_{cav1}^{Ti} طول فرع التجويف 1، L_{cav2}^{Ti} طول فرع التجويف 2،

$\tau_{ci} = \dfrac{(L_{cav}^{Ti})_i}{\delta . c}\ (i = 1,2)$ عمر الفوتونين في المجاويين الفرعيين المعتبـرين، δ الضياع بمرور وحيد في المجاويين الفرعيين [14,21,22].

3- معامل الاقتران اللاخطي أو تأثير مضاعف التواتر للبلورة اللاخطية KTP

نأخـذ بالحـسبان موجـة مـستوية ونخـضعها لتقريـب الإشـارة الـضعيفة (small signal approximation) ونتيجة التوزع الفراغي المنتظم للشدة فـي الوسـط الماص الحقيقي، يعطى تأثير مضاعف التواتر في حالة تقريب الـضخ غيـر المـستنفذ: وباعتبار الشروط الآتية: الموجة مستوية وإهمال عملية امتصاص المـوجتين الأساسـية والثانوية عندها يعطى تأثير مضاعف التواتر بالعلاقة المختزلة الآتية [23,24]:

$$\eta_{2\varpi} = K_N \frac{\sin^2((\Delta k_m)_i L_{nk}/2)}{((\Delta k_m)_i L_{nk}/2)^2}, K_N \cong \frac{8\pi^2 d_{eff}^2 L_{nk}^2}{\varepsilon_0 \eta_1^{\omega} \eta_2^{\omega} \eta_2^{2\varpi} c (\lambda_{mL}^2)_i} (\frac{w_0}{w_c})^2$$

إذ:

$\eta_{2\omega}$ و K_N مردودية مضاعف التـواتر، Δk معامـل عـدم التوافـق الطـوري (phasemis-matching coefficient)، d_{eff} معامل اللاخطية الفعال من المرتبة الثانية (مقدار ثنائي القطب الكهربائي)، $\eta_1^{\omega}, \eta_2^{\omega}, \eta_2^{2\omega}$ قرائن انكسار النمط الأساسي والتوافقية

الثانية، w_0, w_c سطح البقعة الليزرية على بلورة تيتان – اليـاقوت الأزرق والبلـورة اللاخطية KTP ذات الطول L_{nk}.

تعطى العلاقة بين كثافة الخرج الليزري واستطاعة النمط الأساسي وفقاً للعلاقة الآتية:

$$P_{\omega} = A\, W_{Lf}\, c U_Q (1 - |R_2|^2)/2\eta_2^{\omega}$$

ومن ثم تعطى استطاعة التوافقية الثانية بالعلاقة:

$$P_{2\omega} = \eta_{2\varpi} P_{\omega}^2 / A$$

إذ: W_{lf} طاقة فوتون الإصدار للـنمط الأساسـي، $(1-|R_2|^2)$ النفوذيـة الـضوئية، $A = \pi w_0^2/4$ مساحة سطح البقعة الليزرية للنمط الأساسي.

الحلـول العـدديـة

تمثل معادلات المعدل (1) – (6) جملة معادلات تفاضـلية لاخطيـة صـادة (stiff nonlinear differential equations). تصف هذه المعادلات الإصـدار الـديناميكي لليزر Nd^{3+}-YAG وبلورة تيتان – الياقوت الأزرق بمفتاحي الجودة من أجل التـشغيل بطولي موجة.

يؤخذ تابع الخطوة بالحسبان ومن أجل الشكل الخاص لتابعي الضياعات Q_1 و Q_2. يمكن حل معادلات المعدل باستخدام الشرطين الحديين الآتيين لتابعي الخطوة:

$Q_1(t<0) = Q_{1max}$، $Q_2(t<0) = Q_{2max}$ و $Q_1(t>0) = 0$، $Q_2(t>0) = 0$

توجد أشكال تحليلية كثيرة لتابع الخطوة نذكر منها على سبيل المثال:

$$Q_i(t) = \frac{1}{1+e^{-kt}}, \qquad Q_i(t) = \underline{Lim}_{\tau \to 0} \frac{1}{1+e^{-x/\tau}}, \qquad Q_i(t) = \underline{Lim}_{\varepsilon \to 0} \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\tau + i\varepsilon} e^{-i\pi\tau} d\tau,$$

$$Q_i(t) = \underline{Lim}_{\tau \to 0} e^{-x/\tau}$$

استخدم برنامج حاسوبي مبني على طريقة رونج – كوتـا (Runge – Kutta) مـن المرتبة الرابعة لحل هذه المعادلات في كلا الوسطين من أجل التشغيل بطـولي موجـة. استخدم هذا البرنامج لدراسة تغيرات وسائط الدخل الليزري لعملية الضخ وتأثيرهـا فـي مميزات نبضات ليزر الضخ Nd^{3+}-YAG من جهة، ومن جهة أخرى تأثيرها في مميزات نبضة الخرج الليزري لبلورة تيتان – الياقوت الأزرق المضخوخة عند التشغيل بطـولي موجة في الوقت نفسه. [26,27].

يدون في الجدول (1) قيم الثوابت الفيزيائية، والأبعاد الهندسية للمجاوبـات الليزريـة المستخدمة من أجل حل جملـة المعـادلات (1) – (6) [1,15,21,27-34]. أمـا القـيم الابتدائية لمعادلات المعدل، فقد اختيرت وفق الآتي:

$$U_{pi}^{Nd}(0)=1\times10^{-9}\ (ph/cm^3),\ \Delta N^{Nd}(0)=0.0\,(1/cm^3),\ \Delta N^{TI}(0)=0.0\,(1/cm^3), U_i^{Ti}(0)=10^{-9}\ (ph/cm^3)$$

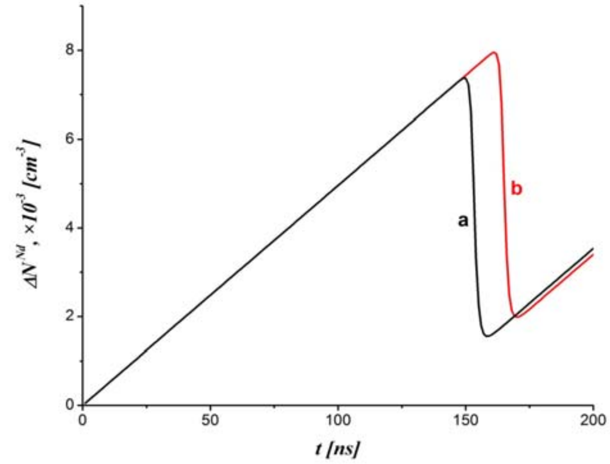
الجدول (1) وسائط وثوابت ليزر Nd^{3+}-*YAG* مع مفتاح الجودة وبلـورة تيتـان – اليـاقوت الأزرق 0-(Ti:sapphire) مع مفتاح الكسب الذاتي في حالـة الاقتـران مـع البلورة اللاخطية KTP من أجل حالة الضخ بطولي موجة

الثابت	القيمة	الواحدة	الثابت	القيمة	الواحدة
$W_{Pi}\ (i=1,2)$	3.73×10^{-19}	J	$(\sigma_{em}^{Ti})_{averag}$	3×10^{-19}	cm^2
L_{Nd}	11	cm	R_1	100%	-
η	1.82	-	R_2	67%	-
μ	0.55	-	R_3	76%	-
W_L	2.479×10^{-19}	J	$L_{cav}^{Ti}=L_{cav\,1}^{Ti}$	10	cm
ρ	0.003	cm^{-1}	$L_{cav\,2}^{Ti}$	12	cm
τ_F	230	μs	L_{nk}^{Ti}	1.8	cm
$\sigma_{em\,1}^{Ti}$	4.11×10^{-19}	cm^2	τ_{ul}^{Ti}	3.2	μs
$\sigma_{em\,2}^{Ti}$	4.45×10^{-19}	cm^2	N^{Ti}	3×10^{19}	cm^{-3}
$\lambda_{em\,1}^{Ti}$	780	nm	$\tau_c^{Nd}=L_c^{Nd}/c$	3×10^{-19}	s
$\lambda_{em\,2}^{Ti}$	790	nm	A	2.3×10^{-4}	cm^2
$\Delta k(\lambda_m)L_{nk}$	2×10^{-2}	-	$\sigma_{\lambda_{P1}}^{Nd}$	6.5×10^{-19} 8.8×10^{-19}	cm^2
τ_{ul}^{Nd}	230	μs	$\sigma_{\lambda_{P2}}^{Nd}$	2.9×10^{-19} 2.2×10^{-19}	cm^2
λ_{p1}^{Nd}	1064(532 (SH))	nm			

النتائج والمناقشة

يشير الشكلان (6 و7) إلى السلوك الزمني لكثافة الانقلاب الإسكاني، ولنبضات الخرج الليزري من أجل قيم مختلفة لانعكاسيتي الخرج. في حالة تساوي معاملي التضخيم الأعظمي، ومعاملي الضياعات في فرعي المجاوب الليزري (عند ليزر الضخ). يبين الشكلان (6 و7) درجة تزامن (synchronization) كثافتي الانقلاب الإسكاني ونبضتي الخرج الليزري لليزر الضخ Nd^{3+}-YAG. كما يبينان أيضاً أن تغير النفوذيات المطبقة يؤدي إلى تغير القمم العظمى لنبضتي الخرج. نلاحظ أنه عندما تكون R_2 صغيرة نسبياً يصبح طول الموجة 1064 nm هو المتحكم في تضاؤل انقلاب الإسكان، ومن ثم تُضغط الموجة الإشعاعية 1318 nm، أما عندما يزداد ضياع الموجة 1064 nm، فيزداد معامل التضخيم، والنفاذ لإشعاع الموجة 1318 nm. يبدأ عندئذٍ اهتزاز الموجة 1318 nm بالنهوض. وأخيراً يقلب اهتزاز الإشعاع 1064 nm.

هذا يعني أنه يمكن التحكم بدرجة إسهام التراكب أو التزامن بين طولي موجة الإشعاع المذكورتين، أو مراقبتها بوساطة معدلات الاقتران للانعكاسيتين R_2 وR_3، إذ R=1-T وT هي النفوذية للمرآتين (معامل الضياع)، ومعامل التضخيم الأعظمي. كما يمكن التحكم بطاقة الخرج أو الاستطاعة أيضاً بوساطة النفوذية (معامل الضياع) ومعامل التضخيم الأعظمي.

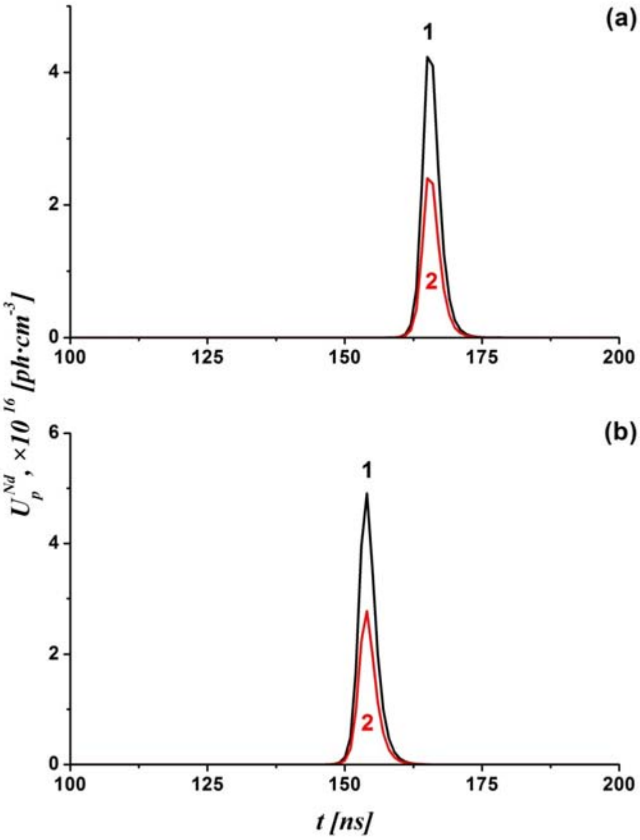


الشكل (6) السلوك الزمني لكثافة الانقلاب الإسكاني عند تشغيل ليزر Nd^{3+}-YAG بطولي موجة: $(\lambda_{P_1}^{Nd} = 1064\,nm,\ \lambda_{SH}^{Nd} = 532\,nm)$ **و** $(\lambda_{P_2}^{Nd} = 1318\,nm,\ \lambda_{SH}^{Nd} = 659\,nm)$

(a) $R_2 = 45.5\%$، $R_3 = 70.\%$، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,cm^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\,cm^{-1}$،

(b) $R_2 = 55.5\%$، $R_3 = 30.\%$، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,cm^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\,cm^{-1}$.

إذ: $R_i = 1 - T\ ;\ (i = 2,3)$ و T هي النفوذية كما هو مبين في الشكل (3).



الشكل (7) درجة التراكب الزمني لنبضتي خرج ليزر Nd^{3+}-YAG عند تشغيله بطولي موجة:

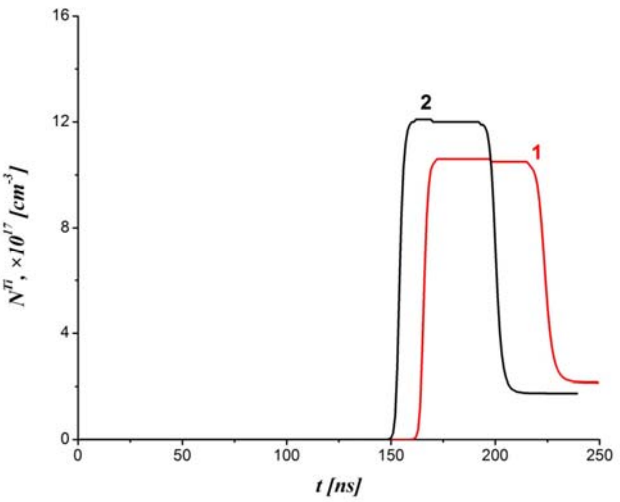
$(\lambda_{P_2}^{\mathrm{Nd}} = 1318\,\mathrm{nm},\ \lambda_{SH}^{\mathrm{Nd}} = 659\,\mathrm{nm})$ **و** $(\lambda_{P_1}^{\mathrm{Nd}} = 1064\,\mathrm{nm},\ \lambda_{SH}^{\mathrm{Nd}} = 532\,\mathrm{nm})$

(a) $R_2 = 45.5\%$ ، $R_3 = 70.\%$ ، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,\mathrm{cm}^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\,\mathrm{cm}^{-1}$ ،

(b) $R_2 = 55.5\%$ ، $R_3 = 30.\%$ ، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,\mathrm{cm}^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\,\mathrm{cm}^{-1}$.

يشير الشكلان (8) و(9) إلى كثافة الانقلاب الإسكاني والخرج الليزري لبلورة تيتان – الياقوت الأزرق في حالة الإصدار ثنائي طول الموجـة. يتزايـد الانقـلاب الإسـكاني $\Delta N^{Ti}(t)$ بسرعةٍ في بداية نبضة الضخ، في حين يتناقص معدل الضخ في نهاية نبضة الضخ. ومن ثم تتناقص كثافات فوتونات الإشعاع الصادر من بلـورة تيتـان – اليـاقوت الأزرق عند التشغيل بطولي موجة. تزداد كثافة الانقلاب الإسـكاني $\Delta N^{Ti}(t)$ بـبطء، وحالما تبلغ كثافات الفوتونات قيماً محددةً، يبدأ الاهتزاز الليزري عند تطابق الـضياعات

والكسب. بعدئذٍ يغلب الكسب في كلا فرعي المجاوب، و تتطور نبضتان بآنٍ واحـدٍ، أي كلتا النبضتين تحددان دائماً في الوقت ذاته. كما يلاحظ مـن الـشكلين (8) و(9) أنـه إذا اختلفت النفوذيات، واختلف الكسب لكلتا نبضتي الخرج، وكان الكسب في أحـد فرعـي المجاوب أكبر بكثير من الفرع الآخر، عند ذلك تتطور نبضة واحدة فقط.



الشكل (8) السلوك الزمني للانقلاب الإسكاني المعكوس في بلورة تيتان – الياقوت الأزرق عنـد التشغيل بطولي موجة و تداخل نبضتي الخرج ($\lambda_2^{Ti} = 790\,nm, \lambda_1^{Ti} = 780\,nm$) من أجل:

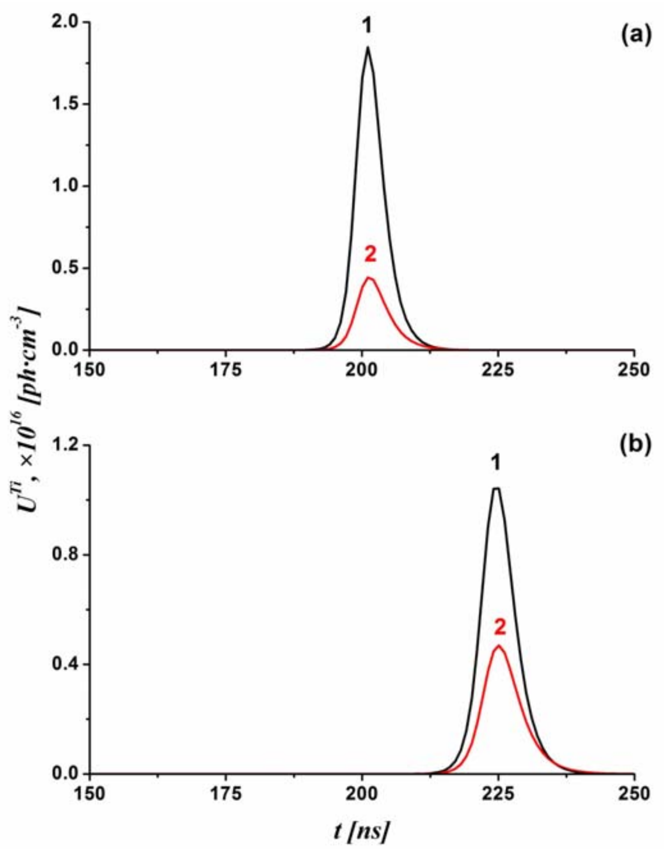
(1) $R_2 = 45.5\%$ ، $R_3 = 70.\%$ ، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,cm^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\,cm^{-1}$ ،

(2) $R_2 = 55.5\%$ ، $R_3 = 30.\%$ ، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,cm^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\,cm^{-1}$.

يعزى الانقلاب الإسكاني المستنزف بعملية الإصدار بطولي الموجة، لوجود الـسوية الليزرية العليا (العامة أو المشتركة). إذا استنزفت إحدى النبضتين كثيـراً، فستـستنزف النبضة الثانية بشكل أقل. نلاحظ من الشكلين (7) و(8) أي النبضتين ستـستنزف أكثـر، ومن ثم ستقود إلى انقلاب إسكاني أكثر، سينعكس بدوره على الكسب للنبـضة الأخـرى. تستنزف النبضة إسكاناً أكثر، عندما تكون القمم العظمى لكثافة الفوتونات أعلى. يحـصل تبادل المنافسة حسب قيم معامل التضخيم الأعظمي المطبقـة، والنفوذيـات المـستخدمة، ومعاملات الضياع عند منبع الضخ. لا تكون مميزات الإصدار بطولي الموجة مستقلة عن بعضها بسبب شمولية السوية الليزرية العليا.

إذا تغيرت الضياعات في أحد فرعي المجاوب الليزري لا تتغير القمة العظمـى لكثافـة النبضة الليزرية الأولى فقط، وإنما تتغير القمة العظمى لكثافة النبضة الليزرية الثانية أيضاً.

إذا تم توليف أحد الأطوال الموجية الصادرة مثلاً، فإن القمتـين العظميـين لنبـضتي الإصدار بطول موجة ستتغيران: إحداهما ستزداد والأخرى ستتناقص، وهذا يعني أن كل نبضة تنافس الأخرى.



الشكل (9) السلوك الزمني لخرج بلورة تيتان – الياقوت الأزرق عند التشغيل بطـولي موجـة، وتداخل نبضتي الخرج ($\lambda_2^{\text{Ti}} = 790\,\text{nm}, \lambda_1^{\text{Ti}} = 780\,\text{nm}$) من أجل:

(a) $R_2 = 45.5\%$ ، $R_3 = 70.\%$ ، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,\text{cm}^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\text{cm}^{-1}$ ،

(b) $R_2 = 55.5\%$ ، $R_3 = 30.\%$ ، $\chi_1 = \chi_2 = 40\,\text{cm}^{-1}$ و $K_{loss_1} = K_{loss_2} = 0.01\text{cm}^{-1}$.

عندما يعمل النظام بطولي موجة بآنٍ معاً (ترجع الأطوال الموجية الصادرة 780 nm و790 nm إلى ضخ بلورة تيتان – الياقوت الأزرق مع مفتاح الكسب الذاتي بطول موجة التوافقية الثانية 532 nm فقط)، فإن تغير ضياعات التجويف لأحـد فرعـي المجـاوب، وتغير استطاعة الضخ، يمكن أن يسببا تغير القمم العظمى لكثافـة الفوتونـات الـصادرة

بطولي موجةٍ بآنٍ معاً. تدعى هذا ظاهرة الاتصال (connection effect). إذا تم تشغيل أحد فرعي المجاوب فقط بسبب حدوث ضياعات كبيرةً في الفرع الآخر، عندئذٍ ستكون القمة العظمى لكثافة فوتونات الخرج صغيرةً، وتصبح النبضة ذات عرض أكبر، و زمن تأخيرٍ طويلٍ جداً، والعكس بالعكس. تدعى هذه الظاهرة بالكفاءة الزمنية (efficiency effect) [22].

إذا شغل ليزر تيتان – الياقوت الأزرق بطولي موجة أو بنمطين بحيث لا تكون الضياعات كبيرة، عندئذٍ تكون استطاعة الخرج كبيرةً جداً، ويكون زمن التأخير قصيراً. إذا كان الكسب في كلا المجاوبين أكبر من الضياعات، يكون زمن تأخير النبضتين المعتبرتين متزامناً تقريباً. بعدئذٍ سيستنزف الانقلاب الإسكاني نبضتي طولي الموجة بآنٍ معاً. فيحدث عندئذٍ الاهتزاز الليزري في كلا المجاوبين في الوقت نفسه. إذا كان الكسب أكبر من الضياع في أحد المجاوبين وعكس هذا الوضع في المجاوب الآخر، فإن نبضةً واحدةً سوف تستنزف الإسكان، ولن يهتز المجاوب الثاني.

الخاتمة

درست في هذا العمل ديناميكية الإصدار من بلورة تيتان-الياقوت الأزرق بطولي موجة بآنٍ معاً 780 nm و 790 nm بعد أن ضخّت بالتوافقية الثانية لفوتونات إصدار ليزر Nd^{3+}-YAG. وجد أن تغيرات وسائط دخل منبع الضخ تؤثر في مميزات نبضات خرج بلورة تيتان-الياقوت الأزرق من حيث: زمن التأخير، وعرض النبضة، ومدة نشوء النبضة و قيم القمم العظمى لكثافة فوتونات الإصدار. تم التعبير عن هذه المنظومة بنموذج رياضي مطور يصف ديناميكية الإصدار ثنائي طول الموجة من بلورة تيتان-الياقوت الأزرق. كما أمكن تقدير درجة تزامن النبضتين الصادرتين من ليزر الضخ Nd^{3+}-YAG أو تراكبهما، والبلورة المضخوخة تيتان – الياقوت الأزرق. بينت الحسابات العددية أن مميزات نبضات خرج بلورة تيتان-الياقوت الأزرق تتأثر بشدة بتغييرات وسائط دخل منبع الضخ.

REFERENCES المراجـع

[1] T. M. Fortier, *et al.*, "Octave-spanning Ti:sapphire laser with a repetition rate > 1 GHz for optical frequency measurements and comparisons", Opt. Lett. 31 (7), 1011 (2006).

[2] I. Matsushima, *et al.*, "10 kHz 40 W Ti:sapphire regenerative ring amplifier", Opt. Lett. 31 (13), 2066 (2006).

[3] G. T. Nogueira, *et al.*, "Broadband 2.12 GHz Ti:sapphire laser compressed to 5.9 femtoseconds using MIIPS", Opt. Express 16 (14), 10033 (2008).

[4] A. Bartels, *et al.*, "Passively mode-locked 10 GHz femtosecond Ti:sapphire laser", Opt. Lett. 33 (16), 1905 (2008).

[5] A. Stingl, *et al.*, "Sub-10-fs mirror-dispersion-controlled Ti:sapphire laser", Opt. Lett. 20 (6), 602 (1995).

[6] S. H. Cho, *et al.*, "Low-repetition-rate high-peak-power Kerr-lens mode-locked $TiAl_2O_3$ laser with a multiple-pass cavity", Opt. Lett. 24 (6), 417 (1999).

[7] P. F. Moulton, "Spectroscopic and laser characteristics of $Ti:Al_2O_3$", J. Opt. Soc. Am. B 3 (1), 125 (1986).

[8] G. N. Gibson, *et al.*, "Electro-optically cavity-dumped ultra short-pulse Ti:sapphire oscillator", Opt. Lett. 21 (14), 1055 (1996).

[9] D. H. Sutter, *et al.*, "Semiconductor saturable-absorber mirror-assisted Kerr lens mode locked Ti:sapphire laser producing pulses in the two-cycle regime", Opt. Lett. 24 (9), 631 (1999).

[10]U. Morgner, *et al.*, "Sub-two cycle pulses from a Kerr-lens mode-locked Ti:sapphire laser", Opt. Lett. 24 (6), 411 (1999).

[11]R. Ell, *et al.*, "Generation of 5-fs pulses and octave-spanning spectra directly from a Ti:sapphire laser", Opt. Lett. 26 (6), 373 (2001).

[12]G. A. Henderson, "A computational Model of a dual – wavelength solid state laser", J. Appl. Phys. 68 (11), 5451-5455, (1990).

[13] W. Koechner, "Solid -State Laser Engineering", Springer Verlag, (2005).

[14]R. Sheps and J. F. Myers, "Dual-wavelength coupled –cavity Ti: sapphire laser with active mirror for enhanced red operation and efficient intracavity sum frequency generation at 459 nm", IEEE Journal of Quantum Electronics (30), (4) 1050-1057, (1994).

[15]L. Richard, Sutherland, "Hand Book of Nonlinear Optics", Marcel Dekker Inc, (1996).

[16]C. E. Byvik, and A. M. Buoncristiani, "Analysis of vibronic transitions in titanium doped sapphire using the temperature of the fluorescence spectra", IEEE Journal of Quantum Electronics (21), (10) 1619-1624, (1985).

[17]P. F. Moulton, "An investigation of the $Co:MgF_2$ laser system", IEEE Journal of Quantum Elect.V.QE-21, N(10)1582-1595, (1985).

[18]M. Soukieh, B. Abdul Ghani, M. Hammadi, "Numerical calculations of intracavity dye Q- switched ruby laser", Optics and Lasers in Engineering, 41; 177-187, (2002).

[19]B. I. Stepanov, "Calculation methods of optical quantum generators II", Minsk: Nayka, (in Russian), (1968).

[20]H. Su, H. Shen, W. X. Lin, R. R. Zeng, C. H. Huang, and Zhang, "Computational model of Q- switch $Nd:YALO_3$ dual –wavelength laser", J. Apll. Phys. V(84), N(12), 6519-6522, (1998).

[21]S. G. Bartoshevich, G. A. Mikhnyuk, I. G. Tarazevich and Skripko, "Efficient difference frequency Oscillator Based on a Ti: Sapphire laser", IEEE Journal Of Quantum Electronic V(27), N(10), (1991).

[22]F. Song, J. Q. Yao, D. W. Zhou, et al., "Rate –equation theory and experimental research on dual – wavelength operation of a Ti: sapphire laser", Spring Verlag 605-610, (2001).

[23]J. E. Murray and S. E. Harris, "Pulse lengthening via internal second – harmonic generation", Journal of Applied Physics. V(41),N(2), (1970).

[24]A. K. Mohamed, J. A. Pruvost, I. Ribet, M. Lefebvre, E. Rosencher and D. J. Binks, "Laser Diode Injected Intracavity-Doubled Ti: Sapphire laser for Single –Mode Tunable UV Sources", IEEE Journal Of Quantum Electronics V(37), N(2), (2001).

[25]A. V. Kir'yanov, V. A. Abortes et al., "Second-harmonic generation by Nd^{3+}:YAG / Cr^{4+}:YAG laser pulses with changing state of polarization", Optical Society of America, TB4-3/331: TB4-1/329, (1999).

[26]C. E. Byvik, A. M. Buoncristiani, "Analysis of vibronic transitions in titanium doped sapphire using the temperature of the fluorescence spectra", IEEE Journal of Quantum Electronics (21) ,(10) 1619-1624, (1985).

[27]R. Sheps and J. F. Myers, "Dual-wavelength coupled –cavity Ti: sapphire laser with active mirror for enhanced red operation and efficient intracavity sum frequency generation at 459 nm", IEEE Journal of Quantum Electronics (30), (4) 1050-1057, (1994).

[28]S. G. Bartoshevich, G. A Mikhnyuk, I. G. Tarazevich and Skripko, "Efficient difference frequency Oscillator Based on a Ti: Sapphire laser", IEEE Journal Of Quantum Electronic V(27), N(10), (1991).

[29]M. Soukieh, B. Abdul Ghani, M. Hammadi, "Numerical calculations of intracavity dye Q- switched ruby laser", Optics and Lasers in Engineering, 41; 177-187, (2002).

[30]N. J. Vasa, M. Tanaka, T. Okada, M. Macda, O. Uchino, "Comparative study of spectral narrowing of a pulsed Ti:sapphire laser using pulsed and CW injection seeding", J. Appl. Phys. B (Laser and Optics) 62,51-57 (1996).

[31]B. I. Stepanov, "Calculation methods of optical quantum generators II", Minsk: Nayka, (in Russian), (1968).

[32]Ci-Ling pan, Nen-Wen Pu., and Jia-Min Sheih, "Dynamic pulse build up in continuous – wave passively mode –locked picosecond Ti: sapphire /DDi and Ti: sapphire /IR140 lasers", Chines Journal of Physics 37, 4, 361-379, (1999).

[33]G. A. Skripko, S. G. Bartoshevich, I. V. Mikhnyuk and I. G. Tarazevich., "LiB_3O_5: a highly efficient frequency converter for Ti:sapphire lasers", Opt. Lett. V(16), N(21) ,1-3, (1991).

[34]L. Richard, Sutherland, "Hand Book of Nonlinear Optics", Marcel Dekker Inc, (1996).