

## أثر تسارع الوفيات وتقدير الأجل المتوقع

الدكتور عدنان غانم

الدكتور مطانيوس مخول

قسم الإحصاء التطبيقي

كلية الاقتصاد - جامعة دمشق

### الملخص

حاولنا في هذا البحث تسليط الضوء على كيفية حساب الأجل المتوقع عند الولادة والمرتبطة بقوة دالة الوفيات في الزمن  $t$ ، لتبيان مدى اختلاف التقديرات التقليدية لمدة الأجل المتوقع وعلاقته بالأثر المتسارع غير المرغوب فيه. إذ اقترحنا تعديلاً في حساب الأجل المتوقع التقليدي من خلال الافتراض التناسبي لقوة دالة الوفيات والتركيبة العمري المعياري في الزمن  $t$  وقياس أثرهما، لأجل وضع إجراءات تلائم إمكانية التطبيق في السياق الديمغرافي.

## مقدمة

طريقة جدول الحياة من أقدم الأدوات الديموغرافية وأكثرها استخداماً، إذ يتم من خلاله حساب الأجل المتوقع والمستند إلى معدلات الوفيات العمرية، ومن ثمّ يمكننا معرفة مدى تأثير التقديرات التقليدية لمدة الأجل المتوقع وعلاقته بالأثر المتسارع غير المرغوب فيه للوفيات، إذ يكون هذا الأثر إيجابياً، عندما يكون متوسط العمر عند الوفاة مرتفعاً، وسلبياً عندما يكون متوسط العمر عند الوفاة منخفضاً.

يمكننا حساب متوسط العمر عند الوفاة ببساطة وبشكل مباشر لدى دراسة مجموعة من الأشخاص منذ ولادتهم حتى وفاتهم، وهذا يتوقف على مدى الإحصائيات المتوافرة عن الولادات في لحظة ما، فعلى سبيل المثال، يعكس متوسط عمر الإناث المولادات في السويد عام 1850، معدل الوفيات في منتصف القرن التاسع عشر حتى منتصف القرن العشرين، وهي المدة التي شهدت زيادات تاريخية غير مسبوقه في معدلات العمر البشري، الأمر الذي يتطلب أسلوباً مختلفاً لدراسة هذه المتغيرات. يُحسب الأجل المتوقع عند الولادة من خلال جدول الحياة الذي يُعدّ كحل معياري منذ منتصف القرن التاسع عشر (Preston, S. H., Heuveline, P., and Guillot, M., 2001, P. 125)، إلا أن هذا الحل هو حل غير كامل، لأن الأجل المتوقع عند الولادة والمحسوب بهذه الطريقة هو غير دقيق ومتغير، بسبب العوامل الديمغرافية وغير الديمغرافية المؤثرة في الوفاة (كالعمر، والنوع، وسبب الوفاة، والحالة الاجتماعية، والدخل الفردي... وغيرها) خلال الزمن.

لقد اقترحنا تعديلاً على حساب الأجل المتوقع التقليدي عند الولادة نظراً إلى ارتباطه بشدة دالة الوفيات في الزمن  $t$ ، وذلك بالاعتماد على كل من معدلات الوفيات ومعدل التغير في متوسط العمر المعياري عند الوفاة، أي إننا افترضنا: أن قوة دالة الوفيات في أي مدة زمنية، لها التأثير نفسه في التركيب العمري المعياري للسكان في الزمن  $t$ ، والتي تعكس تاريخ وفيات السكان، ليكون هذا الافتراض ملائماً لواقع المجتمعات السكانية ذات الأجل المتوقع المرتفع عند الولادة من جهة، ومتوافقاً مع الإجراءات المتخذة ضمن السياق الديمغرافي من جهة أخرى.

## أهمية البحث وأهدافه

تنبع أهمية البحث من خلال تسليطه الضوء على:

- كيفية تقدير الأجل المتوقع عند الولادة بالاعتماد على قوة دالة الوفيات ومتوسط العمر المعياري عند الوفاة؛

- إقامة مقارنة في آلية احتساب الأجل المتوقع تقليدياً وما نرمي الوصول إليه.
  - مفهوم التسارع وأثره في حساب الأجل المتوقع عند الولادة، وذلك لمعرفة مدى إمكانية تطبيقه على المجتمعات السكانية.
- وبناءً عليه، هدف البحث إلى:
- ١) إعادة النظر في طرائق حساب الأجل المتوقع عند الولادة، واقتراح إجراءات تتلاءم وإمكانية التطبيق في السياق الديمغرافي.
  - ٢) التركيز على الطرائق المستنبطة من جداول الحياة والمعتمدة على افتراض التناسب لكل من قوة دالة الوفيات والتركيب العمري المعياري وما ينجم عنهما من أثر خلال المدة الزمنية نفسها.
  - ٣) إمكانية التمييز بين معدلات الوفيات المشاهدة وظروف الوفيات الحالية.

## 1- طرائق وضع جداول الحياة

### 1-1- متوسط عمر الفوج

يمكننا وصف توزيع أعمار مجموعة من الأشخاص الذين ولدوا في مدة زمنية معينة  $(a)$  (مواليد الفوج) بثلاث طرائق مختلفة، منها:

- دالة البقاء على قيد الحياة:

$$l(a) \quad , \quad a \geq 0 \quad (1a)$$

وهي تعطي نسبة الأفراد الذين يبقون على قيد الحياة بالضبط في العمر  $(a)$ ، وهي غير متزايدة، إذ إن  $l(0) = 1$  و  $l(w) = 0$  لأجل العمر المتقدم  $(w)$ .

- دالة كثافة الوفيات:

$$d(a) \equiv \frac{-\partial l(a)}{\partial a} \quad (1b)$$

وهي تعطي توزيع الوفيات وفق العمر (انظر: Bongaarts, J. and Feeney, G. 1998, P. 275).

- قوة دالة الوفيات:

$$m(a) = \frac{d(a)}{l(a)} = \frac{-\partial l(a)/\partial a}{l(a)} \quad (1c)$$

وهي تعطي خطر الوفاة في كل عمر.

وهذه الدوال مترابطة فعلياً فيما بينها، بحيث يمكننا من بين كل دالتين أن نشتق الدالة الثالثة، فقوة دالة الوفيات  $m(a)$  قد تكون مشتقة من  $d(a)$  أو من  $l(a)$  وذلك باستخدام العلاقة (1c)، فعلى سبيل المثال، قد تكون  $l(a)$  مشتقة من  $m(a)$  أو من  $d(a)$  وذلك باستخدام العلاقة:

$$l(a) = \int_a^w d(x)dx = \exp\left[-\int_a^w m(x)dx\right] \quad (1d)$$

ويوضح الشكل رقم (1) هذه الدالات الثلاث  $l(a)$  و  $d(a)$  و  $m(a)$  بالنسبة إلى فوج من المواليد الإناث في السويد عام 1850 (انظر: McKendrick, A. G., 1926, P.98 – 103)، إذ يلاحظ تراجع دالة البقاء على قيد الحياة إلى الصفر عند العمر 100 سنة، وتصل دالة كثافة الوفيات ذروتها إلى الصفر عند العمر 80 سنة تقريباً، وتظهر قوة الوفيات شكل الحرف  $U$  وبحد أدنى في العمر 10 سنوات. وما يجدر الإشارة إليه، أنه جرى استخدام مقياس منطقي لاحتواء الاختلافات الحادة من حيث الحجم ولمختلف الأعمار، وقد استخدمت أنماط نموذجية على نطاق واسع، على الرغم من اختلاف مستويات الوفيات اختلافاً كبيراً بين السكان وعلى مر الزمن (انظر: Bongaarts, J.; Feeney, G. 2002, P.15).

ويحسب متوسط العمر لفوج من المواليد ( $M$ ) سواءً من  $l(a)$  بالعلاقة:

$$\int_0^{\infty} l(a)d(a) \quad (2a)$$

أو من  $d(a)$  بالعلاقة:

$$\int_0^{\infty} ad(a)da \quad (2b)$$

أو من  $m(a)$  بالعلاقة:

$$\int_0^{\infty} \left\{ \exp \left[ - \int_0^a m(x) dx \right] \right\} da \quad (2c)$$

وأياً كانت الصيغة المطبقة ( Bongaarts, J., Feeney, G., 1998, P. 271 )، فهذه الصيغ جميعها تعطي نتائج متماثلة بالنسبة إلى فوج المواليد الإناث في السويد لعام 1850، حيث كانت قيمة متوسط العمر لفوج من المواليد الإناث للسويد وفق كل صيغة من الصيغ المشار إليها أعلاه مساوية لـ  $(M = 48.1)$  سنة.

## 1-2- مدة متوسط العمر

ليكن لدينا

$$l(a, t) \equiv l_{t-a}(a) \quad (3a)$$

$$d(a, t) \equiv d_{t-a}(a) \quad (3b)$$

$$m(a, t) \equiv m_{t-a}(a) \quad (3c)$$

حيث تشير الحدود اليمنى من العلاقات السابقة إلى زمن الولادة، ويبدل  $l(a, t)$  على نسبة الأشخاص الذين ولدوا في الزمن  $(t - a)$  والذين ما زالوا على قيد الحياة في الزمن  $(t)$ ، وتدل  $d(a, t)$  على كثافة الوفيات لهذا الفوج في العمر  $a$  والزمن  $(t)$ ، وتدل  $m(a, t)$  على قوة الوفيات المقابلة لذلك، علماً بأن  $d(a, t)$  و  $l(a, t)$  تختلف عن دالتي البقاء وكثافة الوفيات للفوج الافتراضي المستند إلى جداول الحياة التقليدية، لأن حسابها يتطلب بيانات عن الولادات السابقة والهجرة أو الوفيات الماضية.

لنشير بـ  $l(a, t)$  إلى التوزيع العمري المعياري للسكان في الزمن  $(t)$ ، وإلى  $d(a, t)$  للتوزيع العمري للوفيات في الزمن  $(t)$ ، كما أن التوزيع العمري المعياري للسكان والتوزيع العمري للوفيات، هي مشابهة لما يقابلها من الحالات غير المعيارية ولأي فوج سكاني، فيما إذا كانت الولادات ثابتة على مر الزمن.

وبصورة مشابهة لمعادلات (2a) و (2b) و (2c) ، يمكننا حساب متوسط العمر في الزمن  $(t)$  كالآتي:

$$M_1(t) = \int_0^{\infty} l(a,t) da \quad (4a)$$

$$M_2(t) = \frac{\int_0^{\infty} ad(a,t) da}{\int_0^{\infty} d(a,t) da} \quad (4b)$$

$$M_3(t) = \int_0^{\infty} \exp\left[-\int_0^a m(x,t) dx\right] da \quad (4c)$$

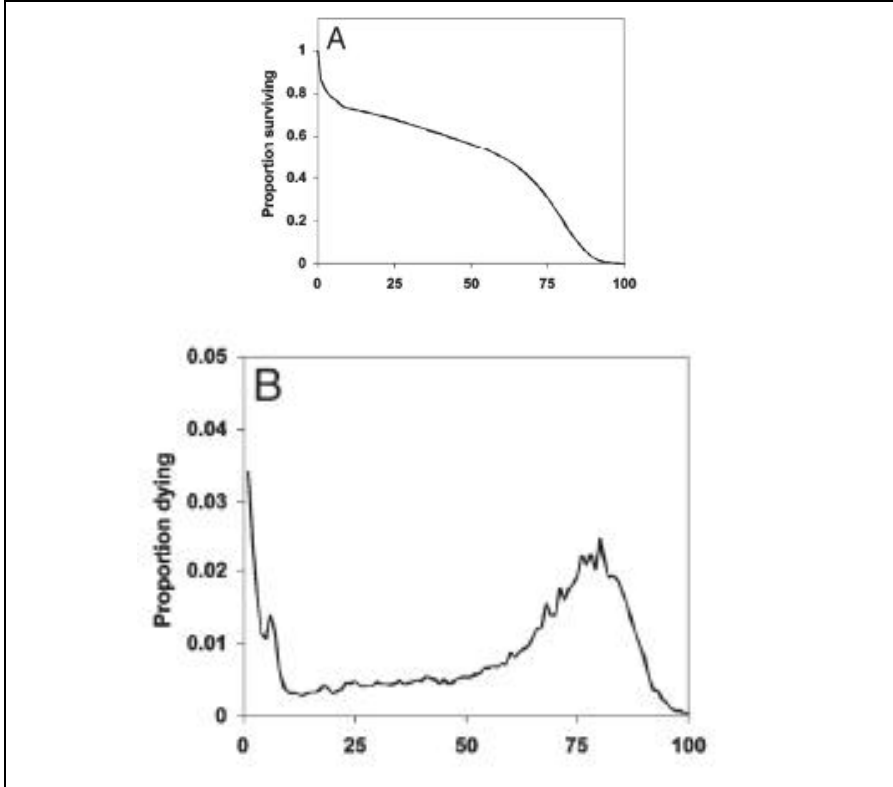
استخدمت كل صيغة من الصيغ الثلاثة في الديمغرافيا لأجل حساب مدة متوسط العمر ولبعض الحوادث الديمغرافية، فغالباً ما يحسب متوسط عمر الزواج الأول كمتغير  $M_1(t)$  وللأشخاص غير المتزوجين، وهو عبارة عن متوسط عمر العزاب عند الزواج والذي عرضه Hajnal, J. (1953, P.111 - 136)، والذي أخذ  $l(a,t)$  كنسبة للأشخاص العزاب في العمر  $a$  وبالزمن  $(t)$  (وللمزيد حول ذلك، على سبيل المثال، انظر (United Nations (1990)). كما يجري عادة حساب متوسط العمر لدى الإنجاب من خلال  $M_2(t)$  عند عمر محدد أو لمعدلات ولادة محددة بالعمر بدلاً عن  $d(a,t)$ . (انظر على سبيل: Council of Europe (2001))، وبحسب الأجل المتوقع عند الولادة  $e_0(t)$  في الزمن  $(t)$  والمحسوب تقليدياً من خلال  $M_3(t)$ .

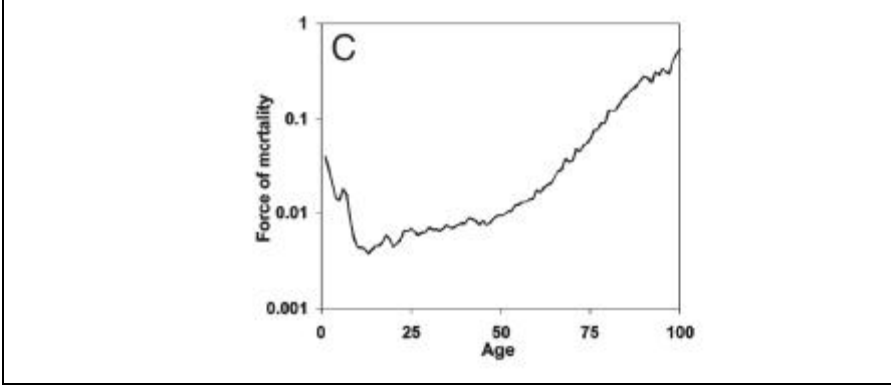
نشير بـ  $M_2(t)$  إلى متوسط العمر المعياري عند الوفاة، الذي استخدم استخداماً كبيراً كإجراء من إجراءات متوسط العمر لمدة يصعب فيها حسابه بسهولة كبيرة، وذلك بعكس متوسط العمر غير المعياري عند الوفاة، الذي هو مقياس مقبول لمتوسط الحياة، بسبب تأثره بالتوزيع العمري للسكان.

وفي حال كانت  $l(a, t)$  ثابتة بالنسبة إلى الزمن  $(t)$  ، فإن المتوسطات الثلاثة المعرفة بالعلاقات (4a) و(4b) و(4c) متطابقة، غير أنه مع تغير طول العمر، فإن هذه المتوسطات الثلاثة تختلف وتتباين، والفقرات الآتية مدى تطور العلاقة فيما بينها.

الشكل رقم (1): معدل الوفيات لفوج من الإناث السويدي المولودات في عام 1850 كخلاصة عن دالة البقاء

(A) -  $l(a)$  ، و دالة كثافة الوفيات (B) -  $d(a)$  ، ودالة شدة الوفيات (C) -  $m(a)$





2. دراسة أثر التسارع على أنماط جداول الحياة وتغيرها

1.2. العلاقة بين  $M_1$  و  $M_2$

لإقامة علاقة ترابطية بسيطة بين  $M_1(t)$  و  $M_2(t)$ ، نكتب:

$$d_s(a,t) = \frac{-\partial l(a,t)}{\partial a} \quad (5a)$$

$$m_s(a,t) = \frac{d_s(a,t)}{l(a,t)} \quad (5b)$$

إذ إنَّ الجداول العمرية  $d_s(a,t)$  و  $m_s(a,t)$  مرتبطة بالتوزيع العمري المعياري للسكان في الزمن  $(t)$ ، وهي تفسر التوزيع العمري للوفيات و قوة دالة الوفيات للمجتمع السكاني المتوقف، الذي يكون فيه، التوزيع العمري معطى بـ  $l(a,t)$  و  $l(0,t) = 1$  للقيم جميعها التي تأخذها  $(t)$ ، وهذا التفسير ينطبق فقط، في حال كان تاريخ وفيات السكان  $l(a,t)$  غير مرتبط بالدالة  $(dl(a,t)/da \leq 0)$ .

لنفترض الآن، أن  $(t)$  تأخذ المجال الزمني  $[0, a]$  ولنضع الدالة  $p(t)$  المرتبطة بالعمر، بحيث نكتب:

$$m(a,t) = p(t)m_s(a,t) \quad (6a)$$

$$d(a,t) = p(t)d_s(a,t) \quad (6b)$$

وبأن الدالة  $p(t)$  قيمة حقيقية لتكامل الدالة أدناه عند الصفر، وهذا ما نعتبره بالافتراض التناسبي، الذي يتضمن الجداول العمرية  $m(a,t)$  و  $d(a,t)$  التي لها شكل الجداول العمرية



نفسه  $m_s(a, t)$  و  $d_s(a, t)$  مع اختلاف بسيط في مستوياتها، كما سيظهر ذلك فيما بعد، غير أن هذا الافتراض يقدم تقديراً جيداً لأنماط معدلات وفيات البالغين في البلدان المتقدمة نتيجة ارتفاع الأجل المتوقع. ونكتب من العلاقات (4a) و (5a):

$$M_1 = \frac{\int_0^{\infty} l(a, t) da}{\int_0^{\infty} d_s(a, t) da} = \frac{\int_0^{\infty} ad_s(a, t) da}{\int_0^{\infty} d_s(a, t) da} \quad (7a)$$

ومن العلاقات (4b) و (6b) :

$$M_2 = \frac{\int_0^{\infty} ap(t)d_s(a, t) da}{\int_0^{\infty} p(t)d_s(a, t) da} \quad (7b)$$

ولدى إلغاء عامل التناسب  $p(t)$  تصبح العلاقة (7b) هي العلاقة (7a)، أي إن:  $M_1(t) = M_2(t)$ ، أي يتطابق متوسط العمر المعياري  $M_1(t)$  مع متوسط عمر عند الوفاة  $M_2(t)$ .

## 2-2- آثار الافتراض التناسبي

بالاعتماد على ما أُثبت في الملحق (A)، وفي حال تطبيق الافتراض التناسبي، سنحصل على:

$$P(t) = 1 - \frac{\partial M_1(t)}{\partial t} \quad (8a)$$

نستبدل العلاقة (8a) في العلاقات (6a) و (6b)، فنجد أن:  $M_1(t) = M_2(t)$ ، وعليه نكتب:

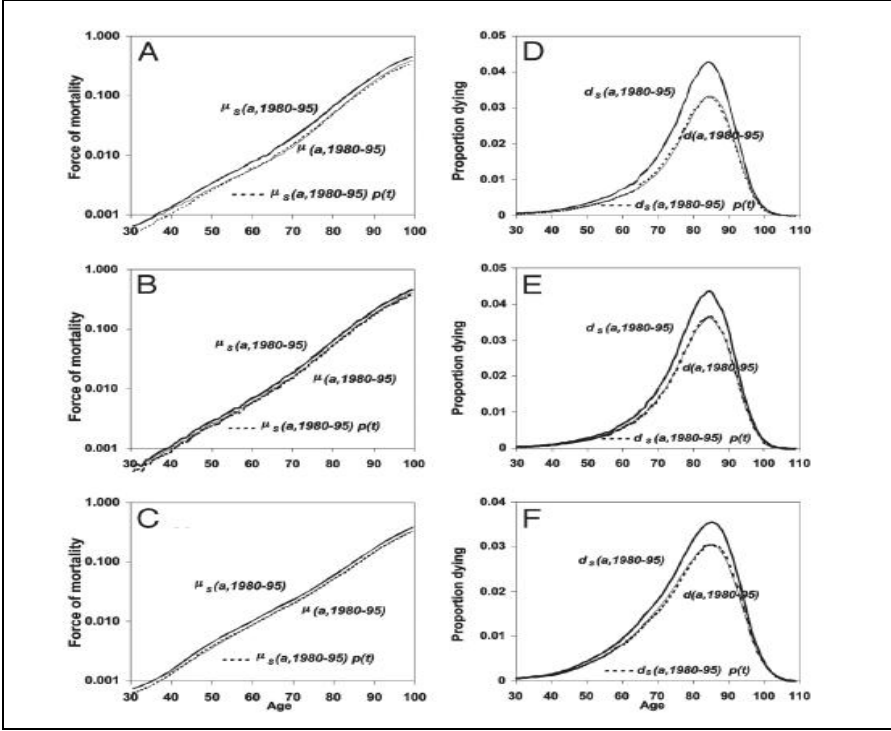
$$m(a, t) = \left[ 1 - \frac{\partial M_2(t)}{\partial t} \right] m_s(a, t) \quad (8b)$$

$$d(a, t) = \left[ 1 - \frac{\partial M_2(t)}{\partial t} \right] d_s(a, t) \quad (8c)$$

إذ إن:  $m(a, t)$  و  $d(a, t)$  دوال لمعدل التغير في متوسط العمر المعياري عند الوفاة  $M_2(t)$ ، وذلك لأن  $m_s(a, t)$  و  $d_s(a, t)$  محددة بظروف الوفيات للزمن  $(t)$  (انظر: Bongaarts, J.; Feeney, G. (2002, P.17-19)، أي:

• إذا كان متوسط العمر مرتفعاً، كانت  $m(a, t) \mathbf{p} m_s(a, t)$  و  $d(a, t) \mathbf{p} d_s(a, t)$ ؛

- أما إذا كان متوسط العمر منخفضاً، كانت  $d(a,t) \mathbf{f} d_s(a,t)$  و  $m(a,t) \mathbf{f} m_s(a,t)$  كانت  $m(a,t)$  الشكل رقم (2): معدل قوة الوفيات للمدة الزمنية من 1980 - 1995، وملاحظة  $m(a,t)$  وتقدير من  $l(a,t)$  لـ  $m_s(a,t)$  وتقدير للنساج  $m_s(a,1980-1995)P(t)$  لفرنسا (A) وللسويد (B) وللولايات المتحدة الأمريكية (C)، وكذلك معدل دالة كثافة الوفيات للمدة الزمنية من 1980 - 1995، وملاحظة  $d(a,t)$  وتقدير من  $l(a,t)$  لـ  $m_s(a,t)$  وتقدير للنساج  $m_s(a,1980-1995)P(t)$  لفرنسا (D) وللسويد (E) وللولايات المتحدة الأمريكية (F)



وبالنظر إلى الملحق (B)، فإن الافتراض التناسبي يشمل الجدول العمري  $l(a,t)$  الذي يتغير بشكل متماثل لكبار السن (لصغار السن) كارتفاع لمتوسط العمر عند الوفاة (كإخفاض)، ومن ثم سيكون التغير بين الزمن (0) والزمن (T)، مما يعني بوجود الدالة  $F(t) = M_1(t) - M_1(0)$  التي تعطي حجم التغير بين الزمن (0) والزمن (T)، وذلك لأجل  $0 \leq t \leq T$ ، أي نكتب:

$$l(a,t) = l(a - F(t), 0), \forall a \geq F(t) \quad (9)$$

$$و \quad l(a,t)=1 \text{ لأجل } a \leq F(t).$$

ونشير هنا، إلى إمكانية التحول التنازلي على الرغم من التحول التصاعدي، ولكن بشرط أن يكون  $l(a,t)=1$  لأجل  $a$  أقل من أي عدد أكبر من 0.

تظهر المعادلة (5) التغييرات المتماثلة في  $l(a,t)$  التي تتضمن تغييرات متماثلة في  $m_s(a,t)$  و  $d_s(a,t)$  ويتابع التغيير نفسه  $F(t)$  وبـ  $m_s(a,t) = d_s(a,t) = 0$  عندما  $l(a,t)=1$ ، ومن ثم فإن افتراض النسبة يعادل افتراض التغيير لدى Bongaarts, Feeney (2002, P.13-29).

هذا ويتم التغييرات على جداول  $d(a,t)$  و  $m(a,t)$  بمرور الزمن على نوعين:

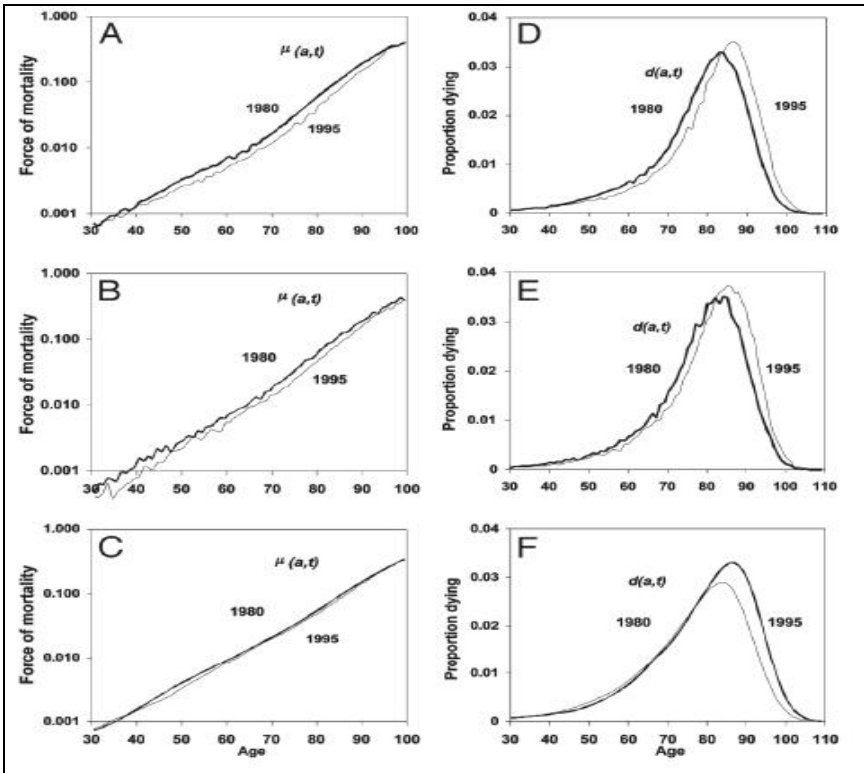
- الأول: إن ارتفاع متوسط العمر عند الوفاة أو انخفاضه  $m(a,t)$  و  $d(a,t)$  سيتحول إلى الأعمار العليا أو الدنيا وفق  $l(a,t)$  و  $m(a,t)$  و  $d(a,t)$ .
- الثاني: تتزايد  $m(a,t)$  و  $d(a,t)$  أو تنخفض من خلال عامل النسبة  $p(t)$ .

### 2-3- تغيير الوفيات في البلدان المدروسة

سنظهر الآن، بأن أنماط الوفيات الملاحظة تتفق جداً وافترض التناسب وفق المعادلة (6) فيما إذا تم تجاهل وفيات الأطفال ووفيات الطاعنين بالسن، إذ حسبت الكميات جميعها في هذه الفقرة، وفي الشكل (2) بالاستناد إلى بيانات الجدول رقم (1) وهي القيم المشاهدة عن  $m(a,t)$  للأعمار الأكبر من 30 سنة، غير أن  $m(a,t)$  هي مجموعة من الصفر بالنسبة إلى الأعمار الأقل من 30 سنة ولأجل قيم  $t$  جميعها، ومن ثم فإن تقديراتنا لمتوسط العمر المتوقع عند الولادة تعادل 30 سنة مضافاً إليها متوسط العمر المتوقع عند العمر 30، وبالنسبة إلى المجتمع السكاني ذي الأجل المتوقع المرتفع، فإن وفياته جميعها تتقرب من (97-98%) وتحدث في الأعمار الأكبر من 30 سنة، في حين أن الأجل المتوقع الفعلي عند الولادة يقترب من 30 مضافاً إليه الأجل المتوقع عند العمر 30 سنة. الجدول رقم (1): التقديرات البديلة لمتوسط العمر عند الوفاة وخلال السنوات من 1980 - 1995 (على افتراض عدم حدوث أية وفاة دون العمر 30 سنة)

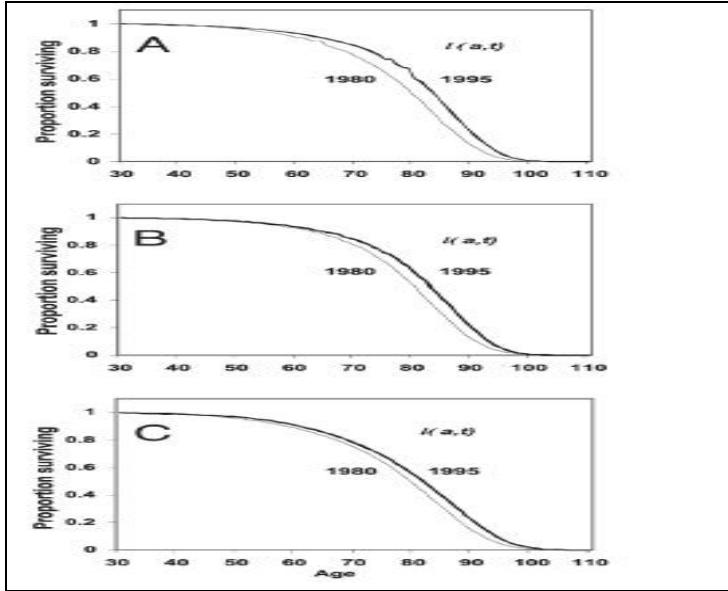
متوسط العمر عند الوفاة - الإناث ، 1980 - 1995					
البلد	$M_1(t)$	$M_2(t)$	$M_3(t) = e_0(t)$	$M_4(t)$	أثر التسارع $M_3(t) - M_4(t)$
فرنسا	79.0	79.2	81.4	79.0	2.4
السويد	79.5	79.5	81.1	79.4	1.6
الولايات المتحدة	78.3	78.3	79.9	78.3	1.6

يُظهر الشكل (A-C) الجداول العمرية  $m(a,t)$  و  $m_s(a,t)$  و  $p(t)m_s(a,t)$  التي حُسبت كمعدل لمتوسط القيم للسنوات 1980 - 1995 ولكل من فرنسا، والسويد والولايات المتحدة. ويُظهر الشكل (D-F) الجداول العمرية  $d(a,t)$  و  $d_s(a,t)$  و  $p(t)d_s(a,t)$  المحسوبة بالطريقة نفسها، حيث قُدرت  $p(t)$  من العلاقة (8a). ويظهر بشكل تقريبي كل من  $m_s(a,t)$  و  $m(a,t)$  و  $p(t)m_s(a,t)$  وكذلك  $d_s(a,t)$  و  $d(a,t)$  و  $p(t)d_s(a,t)$  افتراض التناسب كتقريب جيد لهذه البلدان الثلاثة جميعها، علماً بأن المقياس اللوغاريتمي المستخدم في الشكل (A-C) يمثل التناسب المثالي للفروقات المستمرة بين القيم المرسومة لكل من  $m_s(a,t)$  و  $m(a,t)$ . الشكل رقم (3): يُظهر قوة وفيات المدة  $m(a,t)$  في عامي 1980 و 1995 بالنسبة إلى فرنسا (A) والسويد (B) والولايات المتحدة (C)، كما يُظهر كثافة وفيات المدة  $d(a,t)$  في عامي 1980 و 1995 بالنسبة إلى فرنسا (D) والسويد (E) والولايات المتحدة (F)



يُظهر الشكل (3 A-C)  $m(a,t)$  لعامي 1980 و 1995 وللبلدان الثلاثة نفسها، ويُظهر (3 D-F) القيم المتوافقة لـ  $d(a,t)$  ، بحيث يتوافق نمط تغيير هذه الجداول مع نمط التغيير والتضخم / الاتكماش المشار إليه أعلاه.

الشكل رقم (4): يبيّن مدة البقاء على قيد الحياة المُعطى بالدالة  $l(a,t)$  في عامي 1980 و 1995 بالنسبة إلى فرنسا (A) والسويد (B) والولايات المتحدة (C)



الشكل رقم (4) الجدول العمري  $l(a,t)$  لعامي 1980 و 1995 في البلدان الثلاثة، إذ يوضح  $l(a,t)$  التغيرات الصغيرة جداً، غير أن هناك تحولاً في الأعمار العليا مع ارتفاع الأجل المتوقع، حيث بلغ هذا التحول 3.4 سنة في فرنسا و 2.4 سنة في السويد و 2.1 سنة في الولايات المتحدة.

وتمثل الأعمدة الثلاثة الأولى من الجدول رقم (1) المعدلات الحالية للتقديرات السنوية لـ  $M_1(t)$  و  $M_2(t)$  و  $M_3(t)$  للسنوات 1980 - 1995، إذ يلاحظ تطابق قيم  $M_1(t)$  و  $M_2(t)$  تقريباً وكما متوقع، في حين أن قيم  $M_3(t)$  تكون مرتفعة جداً، وسنناقش ارتفاع قيمة  $M_3(t)$  لاحقاً.

## 2-4- آثار التسارع في التحليل الديمغرافي

اكتشفت آثار التسارع وحللت في دراسة الخصوبة، لأنه إذا غيرت المرأة عمرها الإيجابي في ولادة أطفالها إلى عمر أعلى، ودون أن تتغير خصوبتها التراكمية، فإنه سيكون لديها عدد أقل من الولادات السنوية مما كان لها، بسبب أن هذه الولادات قد وزعت على مدة زمنية أطول. وبصورة مشابهة، إذا بدأت المرأة إنجاب أطفالها في فترة الشباب، فإن عدد ولاداتها السنوي سيكون أكبر مما كان عليه، بسبب أن العدد نفسه من الولادات يحدث في مدة زمنية أقصر، وعليه تسمى التغييرات في العدد الولادات السنوي الناجم عن التغيير في مراحل الولادة "بآثار التسارع".

وتقت آثار تسارع الخصوبة بصورة مكثفة في مرحلة ما بعد الحرب العالمية الثانية، وبخاصة في الولايات المتحدة، نظراً إلى التزايد في أعداد المواليد وانخفاض متوسط العمر عند الولادة خلال أواخر أربعينيات وخمسينيات القرن الماضي (Hajnal, J., 1947, p. 137 - 164 و Ryder, N.B., 1964, p. 78, 1980, p. 45 و Bongaarts, J., Feeney, G., 1998, p. 285).

تجري دراسة آثار التسارع على مستويات الخصوبة واتجاهاتها، لأنها تحدث تغييرات في معدلات الخصوبة للمدة الزمنية المرتبطة فيها هذه المعدلات التي تتغير مع متوسط العمر لدى الإيجاب، ويغض النظر عن التغييرات الحاصلة في خصوبة الأجيال. وضع (Ryder, 1956) مصطلح "تسويته التوقيت" للإشارة إلى آثار التسارع، لأنه من غير المرغوب فيه، وفي معظم التحليلات الخاصة بالخصوبة واتجاهاتها.

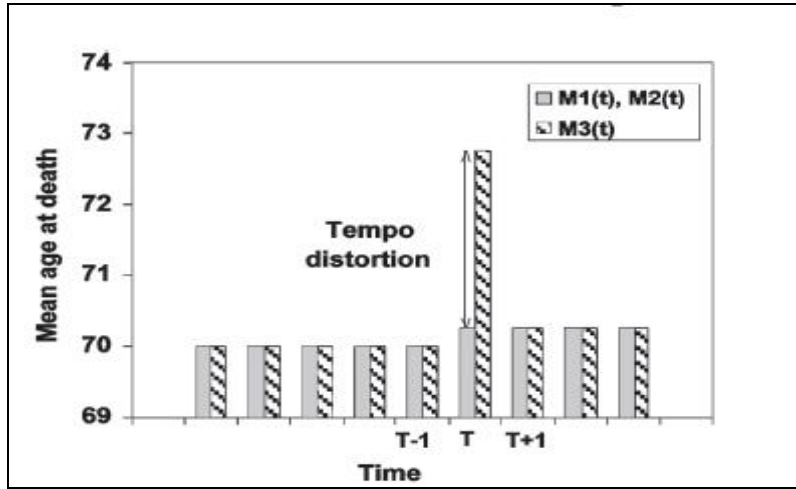
هذا وتؤثر آثار التسارع ليس فقط في الخصوبة، وإنما أيضاً في العمليات الديمغرافية الأخرى، حيث يُعرف أثر التسارع بشكل عام، بأنه تضخم أو انكماش لزمّن وقوع الحدث الديمغرافي (الولادة، والزواج والوفيات) الناتج عن ارتفاع متوسط العمر أو انخفاضه لوقوع الحدث.

## 2-5- آثار التسارع في الوفيات

سنبين من خلال مثال بسيط، كيفية عمل آثار التسارع في الوفيات لمجتمع سكاني مستقر، فيه الأجل المتوقع عند الولادة مساوياً لـ 70 سنة، وبافتراض العمر الحقيقي عند وفاة كل شخص محدد مسبقاً إلى حين إجراء الاستطلاع "تمديد الحياة" الذي أضاف 3 أشهر إلى عمر كل شخص، أي إذا اشترك كل شخص من السكان في هذا الاستطلاع في 1 يناير من سنة ما، فإنه لا يكون هناك أية حالة وفاة خلال الأشهر الثلاثة الأولى من السنة نفسها، ومن ثم سينخفض عدد الوفيات بنسبة

25%، وسيرتفع متوسط العمر عند الوفاة من 70 إلى 70.25 سنة، لأن تأثير الاستطلاع هو ذاته في الأعمار جميعها، وإن مستوى شدة دالة الوفيات ستخف بنسبة 25%، وهذا سيزيد من كل عمر يرتبط فيه، كقيمة من المؤشر بنسبة 25%، لأن مثل هذا الانخفاض في شدة دالة الوفيات سيغير جنباً إلى جنب مع الأعمار العليا، بسبب الأجل المتوقع عند الولادة والمحسوب على أنه سيرتفع إلى 73 سنة في السنة  $T$ .

الشكل رقم (5) : يبين التفسير الفرضي لأثر زيادة متوسط العمر عند الوفاة بنسبة 0.25 سنة (من 70 إلى 70.25 سنة) خلال العام  $T$  بالنسبة إلى الأجل المتوقع قبل العام  $T$  وبعده، إذ إن  $M_1(t) = M_2(t) = M_3(t)$  وخلال  $T$  سيكون تسارع التشويه (Tempo distortion) - 25% في عدد الوفيات الناتج عن التشويه التصاعدي  $\approx 2.5$  سنة في  $M_3(t)$ .



سنلاحظ من الشكل رقم (5) أن عدد الوفيات وقوة دالة الوفيات في العام التالي ( $T + 1$ ) سيرتفع إلى المستوى ما قبل العام  $T$ ، ولكن قيم التغير ستتجه إلى الأعمار العليا بنسبة 0.25 سنة، كما أن الأجل المتوقع عند الولادة سيحسب تقليدياً، فيما إذا ارتفع من 70 سنة في العام  $T$  إلى  $\approx 73$  سنة خلال العام  $T$  وإلا تراجع إلى 70.25 سنة، ويمكننا أن نعزو هذا الارتفاع المؤقت في الأجل المتوقع عند الولادة والمحسوب تقليدياً إلى تسارع التشويه، وذلك لأنه يختلف عن طريقة حساب متوسط مدة الحياة، وهذا التشويه هو نوع من متوسط العمر المعياري عند تغير الوفاة.

## 2-6- إزالة آثار التسارع

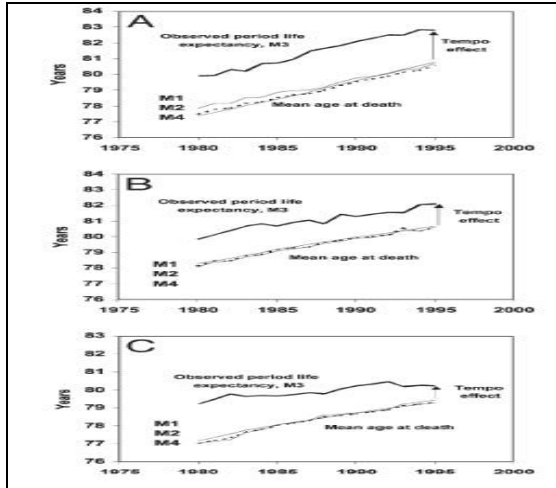
تنقص (تتزايد) آثار التسارع  $d(a,t)$  و  $m(a,t)$  عندما يرتفع (يتناقص) متوسط العمر المعياري عند الوفاة، كما في العلاقات (8b,c) التي تظهر هذا التناقض أو التزايد عند تقدير عامل المضاعف  $1 - \partial M_2(t) / \partial t$  وذلك عند افتراض ثبات التناسب. هذا ويمكننا إزالة آثار التسارع من خلال تقسيم  $d(a,t)$  و  $m(a,t)$  على  $1 - \partial M_2(t) / \partial t$  ، وذلك لأن  $M_1(t) = M_2(t)$  ويتقسيمها على  $1 - \partial M_2(t) / \partial t$  يعطي النتيجة ذاتها، غير أنه يفضل الأسلوب الثاني، لأنه يعطي نتائج أكثر استقراراً عند تطبيقه على معدلات الوفيات المشاهدة. وعليه نعرف:

$$m^*(a,t) = \frac{m(a,t)}{1 - \partial M_1(t) / \partial t} \quad \text{و} \quad (10a)$$

$$d^*(a,t) = \frac{d(a,t)}{1 - \partial M_1(t) / \partial t} \quad (10b)$$

وقد أشير إلى عبارات على اليسار، كما في التسارع المعدل لكثافة وقوة الوفيات، لأننا نستنتج من العلاقة (8)، أن  $m^*(a,t) = m_s(a,t)$  و  $d^*(a,t) = d_s(a,t)$  ، وذلك عند ثبات افتراض التناسب.

الشكل رقم (6): اتجاهات عام 1980 حتى عام 1995 للتقديرات البديلة لمتوسط العمر عند الوفاة  $M_1$  ،  $M_2$  ،  $M_3$  و  $M_4$  في فرنسا (A) والسويد (B) والولايات المتحدة (C) والفرق بين  $M_3 - M_4$  المساوي لأثر التسارع.





نستخدم العلاقة (4c) لحساب الأجل المتوقع عند الولادة والمصحح من أثر التسارع، بعد استبدال  $m^*(a, t)$  بـ  $m_s(a, t)$  فنحصل:

$$(11) \quad M_4(t) = \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \int_0^a \left[ \frac{m(x, t)}{1 - \partial M_1(t) / \partial t} \right] dx \right\} da = \int_0^{\infty} \exp \left\{ - \int_0^a m_s(a, t) dx \right\} da = \int_0^{\infty} l(a, t) da = M_1(t)$$

يدل  $M_4(t)$  على الأجل المتوقع عند الولادة ودون أثر للتسارع، ونحصل على النتيجة نفسها، عند إزالة أثر التسارع من  $M_3(t)$ ، مثلما عمدنا إلى ذلك في  $M_1(t)$  و  $M_2(t)$ ، كما يمكننا تقدير الأجل المتوقع عند الولادة، مثل  $M_1(t)$ ، أو  $M_2(t)$  أو  $M_4(t)$ .

يُظهر الجدول رقم (1) متوسط القيم السنوية لـ  $M_1(t)$  و  $M_2(t)$  و  $M_3(t)$  و  $M_4(t)$  وذلك للنساء في فرنسا والسويد والولايات المتحدة خلال السنوات الزمنية 1980 - 1995. وتؤكد الاتجاهات السنوية الموافقة لها الواردة في الشكل رقم (6) مدى تطابقها تقريباً مع كل من  $M_1(t)$  و  $M_2(t)$  و  $M_4(t)$ ، غير أن حساب  $M_3(t)$  الأجل المتوقع عند الولادة، مازال يتم من خلال الطرائق التقليدية التي تعطي قيماً أعلى من تلك المحسوبة بالأساليب الثلاثة، إذ إن أثر التسارع  $[M_3(t) - M_4(t)]$  هو لفرنسا 2.4 سنة و 1.6 سنة لكل من السويد والولايات المتحدة.

استندنا في تحليل آثار التسارع على اتجاهات معدلات وفيات الأفراد البالغين فقط، حيث تجاهلنا آثار تسارع وفيات الأفراد ما دون العمر 30 سنة، لأنها صغيرة ويصعب قياسها كمياً. ففي حالة عدم وجود آثار للتسارع ما دون 30 من العمر، فإن أثر التسارع في الأجل المتوقع عند الولادة لا يتجاوز 2% - 3% وهو أصغر منه ما فوق العمر 30 سنة، وذلك لأن احتمالات البقاء على قيد الحياة منذ الولادة حتى العمر 30، هو عادة 0.97 - 0.98 في المجتمعات المعاصرة، التي يكون فيها الأجل المتوقع عند الولادة مرتفعاً.

### 3- مناقشة وتوصيات

يُعدُّ حساب الأجل المتوقع عند الولادة تقليدياً مشوهاً، فيما إذا كان هناك تغيير، لذا قدمنا صيغاً رياضية تتلاءم وهذا التشويه من جهة، ولتكون قابلة للتطبيق على أي مجتمع سكاني ذي أجل متوقع مرتفع من جهة أخرى، فلهذا خفضت التعديلات قيمة الأجل المتوقع عند الولادة المحسوب تقليدياً في كل من فرنسا والسويد والولايات المتحدة بمقدار 1.6 إلى 2.4 سنة، وهذا ما أكدته نتائج دراسة بونغارتس وفيني (Bongaarts, J. and Feeney, G. 2002, P. 25).

إذ إننا استندنا إلى نقطة أساسية مفادها: أنه إذا كان :

- افتراض التناسب تقريبي، كان الأجل المتوقع عند الولادة مرتفعاً وتم تجاهل معدلات الوفيات بين الأطفال والشباب؛
- أما إذا كان افتراض التناسب ثابتاً، فإن زيادة (نقصان) في قيمة الأجل المتوقع تتحقق من خلال التحول المنظم إلى التركيب العمري المعياري للسكان ودالة شدة الوفيات الموجودة في التركيب العمري في فئاته العمرية العليا (الدنيا)، لأن شكل التركيب العمري المعياري ومستواه أو قوة دالة الوفيات لا يتغيران، إلا إذا تغير مكانهما بالنسبة إلى العمر.

وبصورة مشابهة، فإن قوة دالة الوفيات تتحول إلى الفئات العمرية الأعلى (الأدنى) ودون أي تغيير في الشكل، وإنما يتغير مستواها مع معدلات التغير في متوسط العمر المعياري عند الوفاة، كما أوضحنا ذلك من خلال العلاقة (8b)، لأنه عندما يرتفع (ينخفض) متوسط العمر المعياري عند الوفاة، فإن قوة دالة الوفيات تنخفض وتتجه نحو اليمين (ترتفع وتتجه نحو اليسار)، فهذا الانخفاض (الارتفاع) في قوة دالة الوفيات يمثل أثر التسارع الذي يؤدي إلى ارتفاع (انخفاض) غير مرغوب فيه في الأجل المتوقع عند الولادة المحسوب تقليدياً. ففي مثالنا الافتراضي [الشكل رقم (5)]، يزيد متوسط العمر المعياري عند الوفاة من 70 إلى 70.25 سنة وأكثر من سنة واحدة، مما ينتج عنه انخفاض مؤقت بنسبة 25% في دالة شدة الوفيات وارتفاع مؤقت بنحو 3 سنوات في الأجل المتوقع عند الولادة والمحسوب تقليدياً، ومن ثمَّ سيكون أثر التسارع في الأجل المتوقع في هذه الحالة مساوياً تقريباً 10 مرات التغير الصافي في متوسط العمر.

ومن الأهمية بمكان، أن نميز عند تفسير النتائج بين المعدلات الحالية للوفيات المشاهدة وظروف الوفيات الحالية (Ryder, N. B., 1956, P.18). لأننا نشكك في آلية الحساب التقليدي لجدول الحياة

لمدة الأجل المتوقع من معدلات الوفيات العمرية المشاهدة، لهذا طرحنا بديلاً عن ذلك، نتيجة لما يتركه تشويبه أثر التسارع في كل من معدلات الوفيات المشاهدة والأجل المتوقع التقليدي، إذ سيعطي قيماً مضللة عنها في ظل الظروف الحالية للوفيات.

ركزنا في دراستنا التجريبية هذه، على بقاء النوع البشري وعلى طرائق وضع جداول الحياة التي تجد تطبيقاتها على بيانات البقاء على قيد الحياة، إذ يمكننا تطبيقها على العديد من أنواع التحليلات الإحصائية المرتبطة بالعمر، ونذكر عدة أمثلة، منها: العمر عند الزواج (المدى الزمني الفاصل بين الولادة والزواج) وتحليل المدد الزمنية للولادات (المدد الزمنية الفاصلة بين الولادات المتتالية) ومدة الدراسة (المدة الزمنية الفاصلة بين الدخول إلى المدرسة ومغادرتها) والحياة المتوقعة بعد عملية جراحية (المدة الزمنية الفاصلة بين العملية الجراحية والوفاة)، لأنه من المرجح، أن يكون أثر التسارع مرتبطاً بالبقاء على قيد الحياة في كثير من أنواع التحليلات الإحصائية.

### الملحق (A)

يجب علينا إثبات افتراض التناسب في العلاقة (6) لأنه يكافئ ما هو في العلاقة (8a)، لذا رأى كل من

(Preston, S. H. and Coale, A. J., 1982, ) و (Bennett, N. and Horiuchi, S. 1981, P.212 ) و (P.235 ) و (Arthur, W. B. and Vaupel, J. W., 1984, P.218 ) أن:

$$m(a, t) = m_s(a, t) - r(a, t) \quad (A1)$$

عندما يكون:

$$r(a, t) = \frac{-\partial l(a, t) / \partial t}{l(a, t)} \quad (A2)$$

معدل النمو العمري الخاص للعمر  $a$  في الزمن  $t$  بالنسبة إلى مجتمع سكاني ذي تركيب عمري في الزمن  $t$ ، فإنه يُعطى  $l(a, t)$ ، علماً بأن العلاقة (A1) تكتب كالتالي:

$$m(a, t) = - \left[ \frac{\partial l(a, t) / \partial a}{l(a, t)} + \frac{\partial l(a, t) / \partial t}{l(a, t)} \right] \quad (A3)$$

وهي العلاقة التي استخدمت في نمذجة ديناميكية السكان الأحادية من قبل كل من

(Trucco, ) و (Von Foerster, H., 1959, P. 392 ) و (McKendrick, A. G., 1926, P.105 )

(E., 1965a, P. 285 , 1965b.P.465 ) فهي تكافئ كل ما يخص  $m(a, t)$  المعطاة لافتراض التناسب

في العلاقات (6a) و (A1) وبإعادة الترتيب لرموزها، نكتب:

$$r(a,t) = [1 - p(t)]m_s(a,t) \quad (A4)$$

لنستبدل العلاقات (A2) و (5b) في العلاقة (A4) ، نجد:

$$\frac{\partial l(a,t)}{\partial t} = [1 - p(t)] \frac{\partial l(a,t)}{\partial a} \quad (A5)$$

ومن تعريف العلاقة (4a) —  $M_1(t)$  نجد:

$$\frac{\partial M_1(t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{\infty} l(a,t) da = \int_0^{\infty} \frac{\partial l(a,t)}{\partial t} da = [1 - p(t)] \int_0^{\infty} \frac{\partial l(a,t)}{\partial a} da \quad (A6)$$

لأن التكامل الأخير من الطرف الأيمن للعلاقة يساوي الواحد، وهذا ما وضعناه في العلاقة (8a). ويتكامل قوة دالة كثافة الوفيات  $d(a,t)$  على مدى العمر ينتج في المدة  $a$  قياساً إلى الوفاة، يمكننا تسميته بمعدل الوفاة الكلي  $TMR(t)$  ( وهذا المقياس يكافئ معدل الخصوبة الكلية المستخدم في تحليل مستويات الخصوبة واتجاهاتها بشكل واسع)، فنكتب:

$$TMR(t) = \int_0^{\infty} d(a,t) da \quad (A7)$$

نبدل في العلاقة (8a) فنحصل:

$$TMR(t) = \int_0^{\infty} p(t) d_s(a,t) da = p(t) \quad (A8)$$

الملحق ( B )

أثبتنا أن افتراض التناسب يشمل تغييراً متوافقاً في التركيب العمري، كما في العلاقة (9) شريطة ألا يكون هنالك وفيات في فئاته العمرية الدنيا، فالخطوة الأولى تتمثل في إيجاد خاصية التحول في التركيب العمري التي تنطبق على هذه النقطة من الوقت، وذلك من خلال المشتق الاتجاهي لتلك الخاصية، الذي هو مشتق اتجاهي للدالة  $l(a,t)$  في النقطة  $(a,t)$  وفي الاتجاه  $(b,u)$  وهو معدل التغيير في الزمن  $t$  للدالة  $l(a+bt, t+ut)$  ، التي يمكننا التعبير عنها، كالآتي:

$$\frac{1}{\sqrt{b^2 + u^2}} \left[ b \frac{\partial l(a,t)}{\partial a} + u \frac{\partial l(a,t)}{\partial t} \right] \quad (A9)$$

لنضع الآن  $f(a,t)$  كمشتق اتجاهي لـ  $l(a,t)$  في النقطة  $(a,t)$  وفي الاتجاه  $[f(a,t),1]$  يساوي الصفر. هذا وتتوافق عملية التحول مع شرط أن يكون  $f(a,t)$  ثابتاً حسب العمر  $f(a,t)f(t)$  لأجل كل  $t$ ، وعليه يكون الشرط:

$$f(t) \frac{\partial l(a,t)}{\partial a} + \frac{\partial l(a,t)}{\partial t} = 0 \quad (A10)$$

وفي حال التطابق، يكون المشتق الاتجاهي لـ  $l(a,t)$  في النقطة  $(a,t)$  وفي الاتجاه  $[f(a,t),1]$  مساوياً للصفر. وعندما نطبق افتراض التناسب، فإن العلاقة (8b) تبقى كما شرحت سابقاً في الملحق (A) فضلاً عن العلاقة (A1)، بحيث تشمل التغييرات لـ  $m(a,t)$  مع تبديل الرموز:

$$\frac{\partial M_1(t)}{\partial t} m_s(a,t) - r(a,t) = 0 \quad (A11)$$

وبجداء طرفي العلاقة بـ  $l(a,t)$  - ينتج:

$$\frac{\partial M_1(t)}{\partial t} \cdot \frac{\partial l(a,t)}{\partial a} + \frac{\partial l(a,t)}{\partial t} = 0 \quad (A12)$$

وهذا يدل على أن المشتق الاتجاهي  $l(a,t)$  في النقطة  $(a,t)$  وفي الاتجاه  $(f(t),t)$  يساوي الصفر لأجل الأعمار جميعها  $a$  ومع  $f(t) = \partial M_1(t) / \partial t$ .

ولكي نظهر ما تضمنه التحول في التركيب العمري، فمن الضروري ملاحظة فقط، بأن  $f(t)$  هو معدل التغيير في خط سير العمر - الزمن المعرفة في النقاط  $(x+t, t)$  لأجل  $l(x+t, t) = l(a, 0)$ . وعليه تكون الدالة  $F(t)$  كصيغة للتحول (العلاقة (9)) التي تساوي التكامل لـ  $f(\cdot)$  من الصفر إلى  $t$ .

## المراجع

- § Arthur, W. B. and Vaupel, J. W. (1984). Some general relationships in population dynamics. *Population Index*, 50:214–226.
- § Bennett, N. and Horiuchi, S. (1981). Estimating the completeness of death registration in a closed population. *Population Index*, 47:207–221.
- § Bongaarts, J. and Feeney, G. (1998). On the quantum and tempo of fertility. *Population and Development Review*, 24:271–291.
- § Bongaarts, J. and Feeney, G. (2002). How long do we live. *Population and Development Review*, 28:13–29.
- § Council of Europe (2001). Recent demographic developments in Europe 2001. Council of Europe Publishing, Strasbourg, France.
- § Hajnal, J. (1947). The analysis of birth statistics in the light of the recent international recovery of the birth-rate. *Population Studies*, 1:137–164.
- § Hajnal, J. (1953). Age at marriage and proportions marrying. *Population Studies*, 7:111–136.
- § McKendrick, A. G. (1926). Applications of mathematics to medical problems. *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society*, 40:98–130.
- § Preston, S. H. and Coale, A. J. (1982). Age structure, growth, attrition, and accession: A new synthesis. *Population Index*, 48:217–259.
- § Preston, S. H., Heuveline, P., and Guillot, M. (2001). *Demography: Measuring and Modeling Population Processes*. Blackwell, Malden, MA.
- § Ryder, N. B. (1956). Problems of trend determination during a transition in fertility. *Milbank Memorial Fund Quarterly*, 34:5–21.
- § Ryder, N. B. (1964). The process of demographic translation. *Demography*, 1:74–82.
- § Ryder, N. B. (1980). Components of temporal variations in American fertility. In *Demographic Patterns in Developed Societies*, pages 15–54. Taylor & Francis, London.
- § Trucco, E. (1965a). Mathematical models for cellular systems. The Von Foerster equation. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 27:285–304.
- § Trucco, E. (1965b). Mathematical models for cellular systems. The Von Foerster equation. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 27:449–470.
- § United Nations (1990). Patterns of first marriage. United Nations, New York.
- § Vaupel, J. W. (2002). Life Expectancy at Current Rates vs. Current Conditions: A Reflexion Stimulated by Bongaarts and Feeneys “How Long Do We Live?”. *Demographic Research*, 7:365–377.
- § Von Foerster, H. (1959). Some remarks on changing populations. In Stohlman, F., editor, *The Kinetics of Cellular Proliferation*, pages 382–407. Grune and Stratton, New York.