

فعالية استخدام توزيع وايبل الاحتمالي في التنبؤ

الدكتور مطانيوس مخول الدكتور عدنان غانم

الأستاذ في قسم الإحصاء التطبيقي

كلية الاقتصاد

جامعة دمشق

الملخص

حاولنا في هذا البحث تطبيق أحد التوزيعات الاحتمالية المستمرة، ولاسيما توزيع وايبل الاحتمالي الذي يستخدم في دراسة الموثوقية (Reliability) والرقابة على الجودة (Quality Control) وفي التنبؤ، وقد قمنا بتطبيقه على بيانات فعلية لدرجات الحرارة العظمى والأمطار لمدينة دمشق خلال المدة (1988-2007)، وتوصلنا إلى الآتي:

- كيفية تحويل توزيع وايبل الاحتمالي إلى الانحدار الخطي و كيفية تقدير معلمته ؛
- إمكانية استخدام توزيع وايبل الاحتمالي المعمم في إيجاد الاحتمال المتوقع لدرجات الحرارة العظمى؛
- محاولة تطوير أساليب التقدير وتقانات التحليل الإحصائي.

مقدمة

تعد مسألة تقدير المعلمات المجهولة للتوزيعات الاحتمالية، من المسائل المهمة التي حظيت وتحظى باهتمام الباحثين والمهتمين بالإحصاء الرياضي، نظراً إلى تطوّر طرائق التقدير وتباينها، الأمر الذي يدعو إلى دقة التقدير وإيجاد أفضل مقدر لهذه المعلمات.

ركزنا في هذا البحث على ماهية توزيع وايبيل، ولاسيماً توزيع وايبيل ذي الالتواء السالب، لأجل إمكانية تقدير معالمه. وفي عام 1990 توصل (AL-Baidhani, F.A) إلى صيغة بديلة لتوزيع وايبيل أطلق عليها اسم "توزيع وايبيل المعمم"، وذلك لتفادي المشكلات التي تواجه الباحثين في تقدير معالم ذلك التوزيع، ولاسيما عندما تتجاوز قيمة معلمته 3.6، لذا اقترح لصيغته الجديدة عدة طرائق، كان من أهمها طريقة المربعات الصغرى.

مشكلة البحث

تنصب مشكلة البحث الأساسية في تحديد أفضل الطرائق والأساليب المستخدمة في تقدير المعلمات المجهولة للتوزيع وايبيل الاحتمالي، بغية تحقيق التقدير الأمثل وإمكانية استخدامه في التنبؤ.

أهمية البحث وأهدافه

تتبع أهمية البحث من كونه يقدم توزيعاً احتمالياً يؤكد مدى فعاليته في التقدير، لذا انصب هدف البحث على المعرفة النظرية والتطبيقية لطرائق التقدير لمعالم توزيع وايبيل وأساليبه والتأكد من مدى فعاليتها، فضلاً عن التركيز على إمكانية استخدام هذا التوزيع في التنبؤ عن الاحتمالات المتوقعة لأحوال الجوية واتجاهاتها المستقبلية لمدينة دمشق، مع إمكانية المقارنة بين بياناتها الفعلية والتقديرية.

منهجية البحث

اعتمدنا في هذا البحث على المنهج الوصفي التحليلي في توصيف توزيع وايبيل، وخصائصه، وكيفية تقدير معالمه، فضلاً عن تحليل بيانات درجات الحرارة العظمى وكميات الأمطار لمدينة دمشق المستقاة من المديرية العامة للأرصاد الجوية السورية خلال المدة الزمنية الممتدة بين عامي 1988 و2007 مع التنبؤ المستقبلي لها.

فرضيات البحث

سلط البحث الضوء على فرضيتين أساسيتين، هما:

- 1- مدى ملائمة بيانات درجات الحرارة العظمى وكمية الأمطار التقديرية لتوزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين.
- 2- معرفة مدى تماثل القيم الحقيقية والتقديرية من خلال توزيع وايبيل الاحتمالي.

ماهية توزيع وايبيل (Weibull Distribution)

سنتطرق هنا إلى الإطار النظري لتوزيع وايبيل وحالاته المختلفة، من خلال دالتي الموثوقية، والمخاطرة، وأساليب التقدير الخطي لمعالم هذا التوزيع.

ليكن لدينا X المتغير العشوائي المستمر والخاضع لتوزيع وايبيل بثلاثة مؤشرات، هي: $(K$ و I و q)، إذ تمثل K تركيب التوزيع (معلمة الشكل Shape Parameter)، و I قياس التوزيع (معلمة القياس Scale Parameter)، و q وضع التوزيع (معلمة الموقع Location Parameter)، وبشرط أن تكون: $(k \neq 0)$ و $(I \neq 0)$ و $(q \neq 0)$ (انظر: [Strom, R., 1986,P.68-70]، وعليه يُعطى تابع كثافته كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } X \leq 0 \\ \frac{k}{I} \left(\frac{X - q}{I} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{X - q}{I} \right)^k}, & \text{for } X > 0 \end{cases} \quad (1)$$

نضع $\left(\frac{k}{I} = a \right)$ و $(b = k)$ و $\left(\left(\frac{X - q}{I} \right) = X \right)$ ، أي إننا نكتب العلاقة (1) كالتالي:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } X \leq 0 \\ a(X)^{b-1} e^{-(X)^b}, & \text{for } X > 0 \end{cases} \quad (1')$$

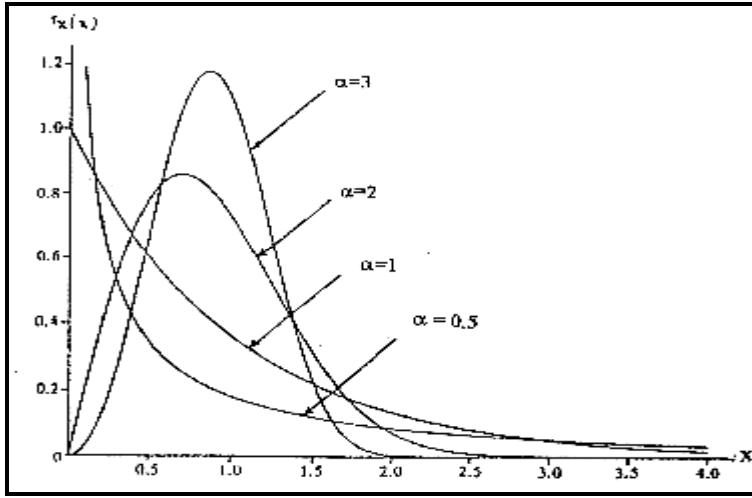
ويُعطى تابع توزيعه:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } X \leq 0 \\ 1 - e^{-(X)^b}, & \text{for } X > 0 \end{cases} \quad (2)$$

ونوضح في الشكل رقم (1)، العرض البياني للكثافات المتناظرة والمتكررة من توزيع وايبيل لأجل $(q = 0)$

و ($I = 1$) وقيم مختلفة لـ (k) تراوح بين (0.5 و 3) ، كالاتي:

الشكل رقم (1): تابع (دالة) كثافة توزيع Weibull



وبالاعتماد على تابع كثافة توزيع وايبيل، وعلى ما عُرض في الشكل رقم (1) نحصل على توزيع وايبيل المعمم وجداول توابع توزيعه [انظر: Mueller, P.H., Neumann, P., Strom, R., 1979, P.75]، إذ يمكننا استخدام تلك الجداول مع المؤشرات نفسها التي سبق وذكرناها، لأنه وحسب النظرية الآتية: "يخضع المتغير العشوائي X لتوزيع وايبيل بمؤشراته (k و I و q)، كما يخضع المتغير العشوائي $\left(y = \left(\frac{X}{I}\right)^k\right)$ لتوزيع وايبيل المعمم، بحيث تكون القيمة المتوقعة والتباين لهذا التوزيع، كالاتي:

$$m = E(X) = I \cdot \Gamma\left(\frac{1}{k} + 1\right) \quad (3)$$

$$s^2 = D^2(X) = I^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{k} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{k} + 1\right) \right] \quad (4)$$

إذ إن:

Γ هو تابع توزيع غاما، [للمزيد حول هذا التوزيع، انظر: الأفندي، ع. القادر، 1976، ص 79-80،

و [Fisz, M., 1978, P.182 - 19-86] ، وعندها يصبح:

$$\Gamma(1) = 1 \quad -$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{p} \quad -$$

$$\Gamma(X) = (X-1)\Gamma(X-1) \quad -$$

وعندما تكون $(q = 0)$ ، فإننا نحصل على توزيع وايبل لمؤشرين، دالة كثافته، هي:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } X \leq 0 \\ \frac{k}{I} \left(\frac{X}{I}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{X}{I}\right)^k}, & \text{for } X \geq 0 \end{cases}$$

وعندما تكون قيمة $(k = 1)$ يتحول توزيع وايبل بمؤشرين إلى التوزيع الآسي ذي القيمة:

$$f(x) = \frac{1}{I}$$

ودالة كثافته هي، كالآتي:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{for } X < 0 \\ c.e^{-\infty}, & \text{for } X \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

وتُعطى دالة التوزيع الآسي:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x).dx = \begin{cases} 0, & \text{for } X < 0 \\ 1 - e^{-\infty}, & \text{for } X \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

إذ إن:

$$m = E(X) = \frac{1}{X} \quad - \text{ قيمته المتوقعة:}$$

$$s^2 = D^2(X) = \frac{1}{X^2} \quad - \text{ تباينه:}$$

ومن ثمَّ نحصل على شكل خاص لتوزيع وايبل عندما تكون: $(q = 0)$ و $(k = 1)$ و $(I = \frac{1}{X})$ ،

وذلك لأن توزيع وايبل يتعلق بثلاثة مؤشرات، ويوجد جانباً لجانب مع التوزيع الآسي في التطبيقات العملية، إلا أن استخداماته أكثر من استخدامات التوزيع الآسي، فهو يستخدم اليوم في أمور عدة، نذكر منها:

- في تحليل البقاء على قيد الحياة؛
- في تحليل الموثوقية (الاعتمادية) الصناعية وحالات الإخفاق؛
- في نظرية القيمة القصوى؛
- في التنبؤ بالأحوال الجوية، وفي وصف توزيع سرعة الرياح؛
- في هندسة نظم الاتصالات: (أنظمة الرادار - في تصميم نموذج لتشتت مستوى الإشارات الواردة - والاتصالات اللاسلكية)؛
- في مجال التأمين العام، وبخاصة في تصميم نموذج لحجم مطالبات إعادة التأمين ... وغيرها.

[أنظر: Nelson, Jr. Ralph, 2088, P.105]

هذا ويُعدُّ توزيع وايبل من التوزيعات الاحتمالية المتطرفة، إذ يُعطى كتوزيع حدي لأجل القيمة الصغرى لعدد كبير من المتغيرات العشوائية المستقلة. [أنظر: Gunbel, E.J., 1958, P.58] ، كما أنه من التوزيعات الاحتمالية المستمرة، التي تسمى بتوزيعات الاختبار، مثل توزيع C^2 وتوزيع t وتوزيع F ، نظراً إلى أهميتها في الطرائق الإحصائية الرياضية.

وبناءً على ما سبق، وبالاعتماد على التوزيع الاحتمالي للقيم المتطرفة، يمكننا أن نعبّر عن توزيع وايبل المعمم (Generalized Weibull Distribution)، بالدالة التوزيعية للمتغير العشوائي X ،

(AL-Baidhani, F.A, 1990, pp.30-31) ، كالآتي:

$$G(X; q, a, k) = p(X \leq x) = \exp \left[- \left\{ 1 - \frac{k}{q} (x-a) \right\}^{\frac{1}{k}} \right] , \quad k \neq 0 \quad (7)$$

$$G(X; q, a) = \exp \left[\left\{ - \exp \left\{ - \left(\frac{x-a}{q} \right) \right\} \right\} \right] , \quad k = 0 \quad (8)$$

إذ تمثل:

k معلمة الشكل (Shape Parameter)

q معلمة القياس (Scale Parameter)

b معلمة الموقع (Location Parameter)

كما أن العلاقة بين توزيع وايبل المعمم وتوزيع القيمة المتطرفة، هي: $(T = -X)$ ، علماً بأن (T) تمثل المتغير العشوائي لتوزيع ويبول المعمم (Zacks, S., 1992, p.152) ، وعليه نكتب:

$$p(T \leq t) = p(-X \leq x) = 1 - G(x; q, a, k)$$

إذ تمثل:

(t) قيمة المتغير العشوائي (T) وتكون محددة من الأسفل بـ $\left(b - \frac{q}{k}\right)$ ، ولكي نحصل على الدالة التوزيعية لتوزيع وايبل المعمم ذي المعالم الثلاث وذي المعلمتين، نستبدل (x) بـ ($-t$) وقيمة ($-a$) بـ (b) في العلاقتين (7) و (8)، فيصبح لدينا:

$$F(t; q, b, k) = 1 - \exp\left\{-\left(1 + \frac{k}{q}(t-b)\right)^{\frac{1}{k}}\right\} \quad ; k \neq 0 \quad (9)$$

$$F(t; q, b) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{t-b}{q}\right)\right\} \quad ; k = 0 \quad (10)$$

وللحصول على دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع وايبل المعمم ذي المعالم الثلاث وذي المعلمتين، نأخذ مشتقاً لكلتا العلاقتين (7) و (8)، فينتج:

$$f(t; q, b, k) = \frac{1}{q} \left(1 + \frac{k}{q}(t-b)\right)^{\frac{1}{k}-1} \exp\left[-\left(1 + \frac{k}{q}(t-b)\right)^{\frac{1}{k}}\right] \quad ; k \neq 0 \quad (11)$$

$$f(t; q, b) = \frac{1}{q} \exp\left[\frac{t-b}{q}\right] \exp\left[-\exp\left(\frac{t-b}{q}\right)\right] \quad ; k = 0 \quad (12)$$

وبناءً على ذلك، يمكننا أن نكتب دالة الموثوقية (Reliability Function):

$$R(t) = \exp\left[-\exp\left(\frac{t-b}{q}\right)\right] \quad (13)$$

ومعدل الخطورة (Hazard rate) لهذا التوزيع، كالتالي:

$$h(t) = \frac{1}{q} \exp\left[\frac{t-b}{q}\right] \quad (14)$$

أساليب التقدير الخطي (Linear Estimation Techniques)

ليكن (T) متغيراً عشوائياً خاضعاً لتوزيع وايبل المعمم ذي المعلمتين، وبحسب العلاقة (10) نكتب:

$$F(t; q, b) = 1 - \exp\left[-\exp\left(\frac{t-b}{q}\right)\right] \quad ; k = 0$$

ولتكن $(t_n, \dots, t_3, t_2, t_1)$ البيانات الخاضعة لتوزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين، فعندئذ يمكننا تقدير معالمه، كالآتي:

$$q = \sum_{i=1}^n c_i t_i \quad \text{و} \quad b = \sum_{i=1}^n a_i t_i$$

إذ إن:

i هي $(n, \dots, 3, 2, 1)$

c_i, a_i هي معاملات ترجيح خطية (Linear Weighting Factors).

وعليه نكتب العلاقة الرياضية لمعكوس الدالة التوزيعية لتوزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين، كالآتي:

$$t_p = b + q x_p \quad (15)$$

$$x_p = \ln(-\ln(1-p)) \quad \text{علمًا بأن:}$$

ومن ثمَّ يمكننا إيجاد قيمة كل من b و q ، على اعتبار أنهما يمثلان الميل والجزء المقطوع في معادلة خط الانحدار (15)، من خلال عدة طرائق يمكننا من تقدير معلمتي توزيع وبيول المعمم، غير أننا سنقتصر هنا فقط على استخدام طريقة وايت (White Method)، المستندة إلى نظرية تحليل الانحدار، وذلك من خلال تحويل دالة التوزيع التجميعية للعلاقة (10) إلى صيغة نموذج انحدار خطي بسيط (كاظم، أهادي وآخرون، 1988، ص 134)، أي:

$$F(t; q, b) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{t-b}{q}\right)\right\}$$

أو أن نكتب:

$$1 - F(t; q, b) = \exp\left\{-\exp\left(\frac{t-b}{q}\right)\right\}$$

ونحصل بأخذ اللوغاريتم مرتين للدالة أعلاه، على:

$$\ln\{-\ln[1 - F(t; b, q)]\} = \frac{t-b}{q}$$

وبفرض أن $(t_n, \mathbf{f} \dots \mathbf{f} t_3, \mathbf{f} t_2, \mathbf{f} t_1)$ ، وهي مشاهدات مرتبة لعينة عشوائية حجمها (n) ، فعندها نكتب العلاقة السابقة بعد أخذ اللوغاريتم مرتين، كالآتي:

$$\ln\{-\ln[1 - F(t_{(i)}; b, q)]\} = \frac{t_{(i)} - b}{q}$$

ومنها:

$$t(F_i) = b + \ln[-\ln(1 - \hat{F}_i)]$$

وإذا وضعنا x_i بدلاً من $\ln[-\ln(1 - \hat{F}_i)]$ و y_i بدلاً من $t(F_i)$ ، فعندها تصبح معادلة الانحدار

الخطي كالتالي:

$$y_i = b + q x_i \quad (16)$$

إذ إن:

$\hat{F}_{(i)}$ هي نقطة تقدير لـ $F(t_{(i)}; b, q)$ ، التي يتم إيجادها من خلال إحدى الطرائق اللا معلمية الآتية:

$$\hat{F}_i = \frac{i}{n+1} \quad -1$$

$$\hat{F}_i = \frac{i - \left(\frac{3}{8}\right)}{n + 0.25} \quad -2$$

$$\hat{F}_i = \frac{i - 0.5}{n} \quad -3 \quad \text{(للمزيد انظر: Nelson, Jr. Ralph, 2008.)}$$

(P.156

ولهدف تقدير معلمتي توزيع وايبيل المعمم وفق طريقة وايت، باستخدام طريقة المربعات الصغرى (Hung, W. L., 2004, pp.701-711)، سيُصغَّرُ المقدَّر الآتي:

$$G(b, q) = \sum_{i=1}^n [t(F(i)) - b - q \{ \ln[-\ln(1 - \hat{F}_i)] \}]^2$$

فسنحصل على ثوابت معادلة الانحدار أعلاه، من خلال تطبيق العلاقة الآتية:

$$\hat{q} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (17)$$

$$\hat{b} = \bar{y} - \hat{q} \cdot \bar{x}$$

إذ إن:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{و} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad -$$

- وهي تمثل معدل قيم مشاهدات الظاهرة المدروسة والمرتبة تصاعدياً. $y_i = t(F_i)$

$$x_i = \ln[-\ln(1 - F_i)] \quad -$$

$$F_i = \frac{i-0.5}{n} \quad \text{في هذه الدراسة.} \quad -$$

كما يمكننا الحصول عليها من خلال تقدير الرتبة الأولى لسلسلة تايلور للبيانات المرتبة تصاعدياً، كالآتي:

بافتراض أن:

$$Z_i = \ln(-\ln(1 - P_i))$$

$$t(P_i) = b + q Z_i$$

$$\frac{\partial t}{\partial b} = 1 \quad , \quad \frac{\partial t}{\partial q} = Z_i$$

$$f(a+h) = f(a) + h_1 f'(a) + h_2 f''(a)$$

$$f(a) = b_0 + q_0 Z_i \quad \text{إذ إن:}$$

$$\begin{aligned} E(t_i) &= b_0 + q_0 Z_i + (b - b_0) \cdot 1 + (q - q_0) \cdot Z_i \\ &= b_0 + q_0 Z_i + b - b_0 + q Z_i - q_0 Z_i \\ &= b + q Z_i \end{aligned}$$

ويمكننا باستخدام طريقة OLS (المستندة إلى أسلوب المصفوفات)، تقدير معالم توزيع وايبل المعمم،

حيث نستخرج القيم التقديرية لـ b ، q من العلاقة الآتية:

$$\begin{pmatrix} b \\ q \end{pmatrix} = (H^T H)^{-1} H^T t(i) \quad (18)$$

إذ إن:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 1 & Z_2 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ 1 & Z_n \end{bmatrix}$$

وبغرض معرفة مدى ملائمة بيانات أي ظاهرة مدروسة لتوزيع وايبل المعمم، فإنه بالإمكان إخضاع تلك البيانات إلى اختبار حسن المطابقة، وذلك بالاستناد إلى جدول القيم A^{2n} لتوزيع وايبل ذي

المعلمتين وتوزيع للقيمة المتطرفة، الذي قدمناه (D, agostion, R.B., Stephens, M.A.,1986,P. 86-90)،
 إذ يمكن التوصل إلى جدول القيم A^2n لتوزيع وايل ذي المعلمتين، كالآتي:
 نتكن لدينا عينة من حجم (n) من المشاهدات المرتبة ($t_{(1)}, t_{(2)}, \dots, t_{(n)}$) و القيم التقديرية
 (\hat{b}, \hat{q}) لتوزيع وايل المعمم ذي المعلمتين، وكانت الدالة التوزيعية التقديرية لتوزيع وايل المعمم
 ذي المعلمتين، (Kahadawala,c.2006.pp.265-277)، كالآتي:

$$F(t; \hat{q}, \hat{b}) = 1 - \exp\left\{-\exp\left(\frac{t - \hat{b}}{\hat{q}}\right)\right\} \quad ; k = 0 \quad (19)$$

وبفرض أن:

$$Z_i = -\exp\left[\frac{t_i - \hat{b}}{\hat{q}}\right]$$

وبتعويض هذا الفرض في المعادلة (19)، نحصل على:

$$F(t; \hat{q}, \hat{b}) = 1 - \exp[z_i]$$

وعليه نتوصل إلى جدول القيم A^2n لتوزيع وايل المعمم ذي المعلمتين من خلال تطبيق العلاقة الآتية:

$$A^2n = -n - 2 \left\{ \sum_{i=1}^n P_i \ln(F_i) + (1 - P_i) \ln(1 - F_i) \right\} \quad (20)$$

$$p_i = \frac{i - 0.5}{n}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad \text{إذ إن:}$$

الدراسة تطبيقية

بعد استعراضنا لأحد التوزيعات الاحتمالية، ولاسيما توزيع وايل الاحتمالي، فإنه يمكننا القول: إن استخدام التوزيعات الاحتمالية يُعدُّ من الأساليب الإحصائية المهمة والأساسية في عمليات التنبؤ للظواهر الحياتية، بغية التوصل إلى نماذج إحصائية تهدف إلى تشخيص هذه الظواهر وتقديرها وتحليلها المختلفة ودراسة التفاعل فيما بينها، باستخدام الطرائق الإحصائية والرياضية لمعرفة اتجاهاتها، وتفسيرها من خلال ما يتوصل إليه من مؤشرات وتقديرات دقيقة لها، تكون الأساس في وضع الحلول الممكنة وفي كيفية التعامل معها مستقبلاً.

ولمّا كانت "الأحوال الجوية - المناخ" من الظواهر الحياتية المهمة والمرتبطة بمختلف جوانب الحياة الاقتصادية والاجتماعية، ركزنا في دراستنا التطبيقية على دراسة اتجاهات معدل درجة الحرارة العظمى وكميات الأمطار في مدينة دمشق خلال المدة الواقعة (1988 - 2007) بالاستناد

إلى توزيع وايبل وتقدير معلمته باستخدام طريقة المربعات الصغرى في إيجاد الاحتمال المتوقع لحدوث معدل درجات الحرارة العظمى وكميات الأمطار في المستقبل. استخدمنا في هذه الدراسة البيانات الخاصة بالمعدلات الشهرية لكل من درجة الحرارة العظمى وكميات الأمطار لمدينة دمشق لفصل الشتاء (كانون الأول - كانون الثاني - شباط)، خلال المدة الواقعة بين (1988-2007) من واقع سجلات المديرية العامة للأرصاد الجوية - مديرية المناخ، (انظر البيانات الواردة في الملحقين رقم (1) ورقم (2)، اللذين يبينان معدل درجة الحرارة العظمى وكميات الأمطار لمدينة دمشق)، فتوصلنا إلى البيانات الواردة في الجدول رقم (1)، الآتي:

الجدول رقم (1):

الترتيب التصاعدي لمتوسط معدل درجات الحرارة العظمى وكمية الأمطار لفصل الشتاء لمدينة دمشق خلال مدة الدراسة

كميات الأمطار	درجة الحرارة العظمى
12.37	9.03
19.90	12.83
21.03	12.83
21.17	13.03
22.17	13.05
24.33	13.20
25.30	13.30
27.37	13.37
29.55	13.47
32.80	13.50
36.93	13.87
41.23	13.97
42.63	14.00
50.20	14.10
54.23	14.13
55.93	14.27
57.57	14.83
67.40	15.00
69.03	15.03
80.67	16.13

المصدر: أُعد من البيانات الواردة في الملحقين رقم (1) ورقم (2)

وبالاستناد إلى ما سبق استعراضه في الإطار النظري لتوزيع وايبيل المعمم وتقدير معالمه وفق أسلوب المربعات الصغرى (OLS)، وبالاتماد على الحزمة البرمجية "STATGRAPHICS"، وذلك بعد الترتيب التصاعدي للبيانات الخاصة بدرجات الحرارة العظمى وكميات الأمطار لمدينة دمشق لفصل الشتاء (كما هي موضحة في الجدول رقم (1))، قمنا بتقدير معلمتي توزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين q ، b لتلك البيانات وتطبيق العلاقة (17) أو العلاقة (16) التي حصلنا عليها، كما هي موضحة في الجدول رقم (2) الآتي:

الجدول رقم (2):

يوضح القيم التقديرية لمعلمتي توزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين

المعلم	الأمطار	درجة الحرارة العظمى
b	47.535	14.23
q	14.105	1.03

ومن خلال استخدامنا لاختبار (Anderson Darling) بحسب العلاقة (19)، إذ حُسب A^2n للتأكد من مدى ملائمة بيانات درجات الحرارة العظمى والأمطار بحسب القيم التقديرية في الجدول رقم (2)، لتوزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين، حيث بلغت قيمة A^2n لدرجة الحرارة العظمى (0.72)، في حين كانت قيمتها للأمطار (1.80)، وبمقارنة هذه القيم بالقيمة الجدولية عند مستوى معنوية ($a = 0.025$) والمساوية لـ (0.877)، فإننا نقبل بيانات درجات الحرارة العظمى، لأن قيمة A^2n المحسوبة أقل من قيمتها الجدولية، لذا نقول عن تلك البيانات إنها خاضعة لتوزيع وايبيل المعمم ذي المعلمتين، فسي حين أننا لا نقبل بيانات كميات الأمطار، لأن قيمة A^2n المحسوبة أكبر من قيمتها الجدولية، فهي إذًا لا تخضع لتوزيع وايبيل المعمم.

ومن خلال تطبيقنا للعلاقة (15) على كل من معدل درجات الحرارة العظمى ومعدل كميات الأمطار المقدر، من أجل معرفة دقة طريقة المربعات الصغرى في تقدير معلمتي توزيع وايبيل المعمم، توصلنا إلى ما هو مبين في الجدول رقم (3) الآتي:

الجدول رقم (3):

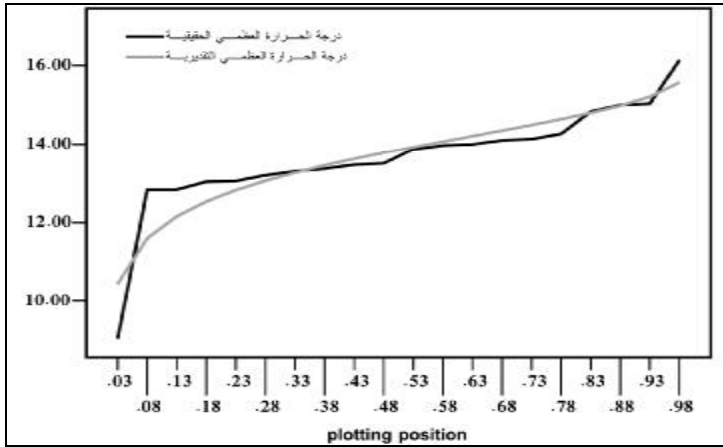
يبين القيم المقدره لدرجة الحرارة العظمى وكميات الأمطار

كميات الأمطار المقدره	درجة الحرارة العظمى المقدره
- 4.32	10.44
11.55	11.60
19.14	12.16
24.29	12.53

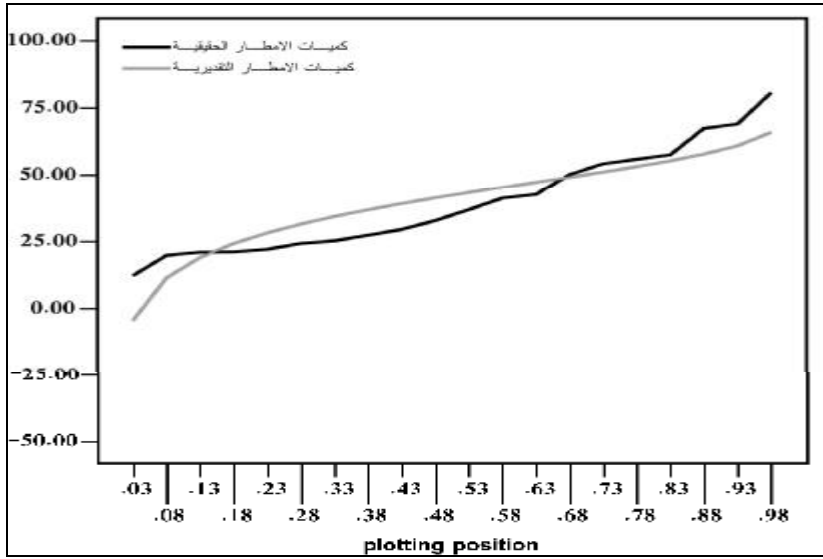
28.25	12.82
31.53	13.06
34.36	13.27
36.89	13.45
39.19	13.62
41.34	13.77
43.37	13.92
45.34	14.07
47.26	14.21
49.18	14.35
51.14	14.49
53.18	14.64
55.37	14.80
57.86	14.98
60.96	15.21
65.95	15.57

ويبين الشكل رقم (2)، مدى تماثل القيم الحقيقية والتقديرية لدرجات الحرارة العظمى، لكون بياناتها خاضعة لتوزيع وايبل المعمم، غير أن الشكل رقم (3)، يبين عدم تماثل القسم الحقيقية والتقديرية لكميات الأمطار، لكون بياناتها غير خاضعة لهذا التوزيع.

الشكل رقم (2): يوضح العلاقة بين درجات الحرارة العظمى الحقيقية والتقديرية



الشكل رقم (3): يبين العلاقة بين كميات الأمطار الحقيقية والتقديرية



كما أننا أوجدنا الاحتمال المتوقع لحدوث معدل درجات الحرارة العظمى خلال مدة مقدارها N سنة، بالاعتماد على تطبيق العلاقة (10)، وعلى القيم التقديرية لـ b ، q لمعدل درجات الحرارة العظمى المعطاة في الجدول رقم (2) أعلاه، أي :

$$G = 1 - [1 - F(t)]^N$$

فمثلاً، إذا كان معدل درجة الحرارة العظمى لفصل الشتاء في مدينة دمشق مساوياً لـ (9.03)، فسيكون:

$$F(t) = 0.0064$$

واحتمال حدوث معدل درجة حرارة عظمى خلال سنتين يساوي (0.01) وخلال 4 سنوات يساوي (0.3) ... وهكذا لبقية القيم.

وبناءً على ذلك، أوجدنا الاحتمال المتوقع لحدوث معدل درجات الحرارة العظمى وفق البيانات المبينة في الجدول رقم (1) لـ N سنة، التي تأخذ القيم: (2 ؛ 4 ؛ 6 ؛ 8 ؛ 10 ؛ 12 ؛ 14 ؛ 16 ؛ 18 ؛ 20 سنة)، وكما هو موضح في الجدول رقم (4) الآتي:

الجدول رقم (4):

يبين الاحتمال المتوقع لحدوث معدل درجة الحرارة العظمى لـ N سنة

معدل درجة الحرارة العظمى	سنتان	4 سنوات	6 سنوات	8 سنوات	10 سنوات	12 سنة	14 سنة	16 سنة	18 سنة	20 سنة
9.03	0.01	0.30	0.04	0.05	0.06	0.07	0.09	0.10	0.11	0.12
12.83	0.40	0.64	0.79	0.87	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99	0.99
12.83	0.40	0.64	0.79	0.87	0.92	0.95	0.97	0.98	0.99	0.99
13.03	0.46	0.71	0.85	0.92	0.96	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00
13.05	0.47	0.72	0.85	0.92	0.96	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00
13.20	0.52	0.77	0.89	0.95	0.97	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00
13.30	0.56	0.80	0.91	0.96	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
13.37	0.58	0.82	0.93	0.97	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00
13.47	0.62	0.85	0.94	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
13.50	0.63	0.86	0.95	0.98	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
13.87	0.76	0.94	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
13.97	0.79	0.96	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
14.00	0.80	0.96	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
14.10	0.83	0.97	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
14.13	0.84	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
14.27	0.87	0.98	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
14.83	0.97	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
15.00	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
15.03	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
16.13	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

النتائج والتوصيات

من خلال ما تم استعراضه في هذا البحث سواءً من الناحية النظرية أم التطبيقية حول توزيع وايبل المعمم، يمكننا أن نستنتج النقاط الآتية:

- 1- إمكانية استخدام الانحدار الخطي في تقدير معالم توزيع وايبل المعمم، لما يعطيه من نتائج موضوعية ومنطقية، وهذا ما أظهرته دقة القياس والاختبارات الإحصائية.

2- إمكانية استخدام الصيغ الرياضية لتوزيع واييل في التنبؤ بالأحوال الجوية، للتوصل إلى الاحتمال المتوقع لحدوث ما يراد دراسته من الظواهر المناخية الملائمة لهذا التوزيع ولعدة سنوات، ليستفاد منها في التنبؤ.

وبناءً على ما تقدم، فإننا نوصي بالآتي:

- الاستفادة من التوزيعات الاحتمالية في دراسة الظواهر الحياتية المختلفة، ولاسيما توزيع واييل الاحتمالي في تقدير درجات الحرارة العظمى، وغيرها من عناصر المناخ.
- إمكانية اعتماد القائمين في المديرية العامة للأرصاد الجوية في سورية، ما توصلنا إليه في هذا البحث، لأن ما اتبعناه في التنبؤ في معدل درجات الحرارة، كان مختلفاً عما هو متبع في تلك المديرية المذكورة، وبخاصة من حيث الدقة في النتائج المتوصل إليها، أو أن يعمدوا إلى استخدام أساليب إحصائية أخرى متقدمة للتنبؤ في ظواهر الأحوال الجوية.
- إمكانية إجراء دراسات مستمرة للمناخ في سورية، وخاصة في ضوء التغيرات المناخية السائدة أخيراً، كدراسة الرطوبة النسبية، وسرعة الرياح، والإشعاع الشمسي، والضغط الجوي وغيرها.

المراجع

- الأفتدي، ع. القادر، 1976، نظرية الإحصاء الرياضي، منشورات جامعة حلب.
- كاظم، أ. هادي، وآخرون، (1988)، مقدمة في الاحدار الخطي، منشورات وزارة التعليم العالي والبحث العلمي، بغداد.
- كاظم، أ. هادي، وآخرون، (1999)، طبيعة البيانات الإحصائية وبناء النماذج القياسية، دار وائل للنشر، عمان.

- Al-Baidhani, F.A. (1990) , Reliability Theory in operational Research, ph. D. thesis, University of St. Andrews, U.K.
- D, agostion, R. B., and Stephens, M.A.,(1986), Goodness of Fit Techniques, Marcel Dekker, inc, New York.
- Fisz, M., 1978, Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik, VEB-Deutscher-Verlag der Wissenschaften, Berlin.
- Gunbel, E.J., 1958, Statistics of extremes, New York.
- Hung, W. L.,(2004), Estimation of Weibull Parameters Using a Fuzzy, Lest squares method, International Journal of Uncenation, vol.12, No., pp:701-711.
- Kahadawala, C.,(2006), Generalization of the weibull Distribution: the add weibull family, Statistical modeling ,6;pp:265-277.
- Mueller,P.H., Neumann,P., Strom,R.,1979, Tafeln der mathematischen Statistik, 3. Auflage, Leipzig.
- Nelson,Jr.Ralph, 2008, " Dispensing Prowders in Liquids, Part 1,Chap6: Particle Volume Distribution". <http://www.erpt.org/014Q/nelsa-06.htm>.Retrieved.
- Strom, R., 1986, Wahrscheinlichkeitsrechnung, mathematische Statistik und Qualitaetskontrolle, 8. Auflage,VEB Fachbuchverlag Leipzig.
- Zacks, S., (1992), Introduction to Reliability Analysis Probability Models and Statistical Methods, New York.

الملحق رقم (1):

يبين المعدل الشهري لدرجة الحرارة العظمى لمدينة دمشق

الأعوام	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dez
1988	14.5	16.9	13.2	21.8	29.8	32.0	30.3	29.2	30.7	22.0	20.6	13.7
1989	12.2	12.8	13.6	20.7	28.4	33.0	36.7	35.6	32.9	25.2	20.1	13.5
1990	9.7	13.6	15.8	22.1	29.3	32.2	36.2	34.7	32.7	25.2	17.6	15.2
1991	11.1	12.3	17.9	22.7	28.7	33.0	35.8	35.0	32.3	27.3	21.9	16.2
1992	12.4	13.6	18.3	23.8	26.9	33.4	34.6	34.5	32.4	27.5	20.5	13.2
1993	8.9	8.1	14.8	22.5	27.6	31.0	33.7	35.3	31.5	29.3	18.0	10.1
1994	11.6	11.7	16.4	23.3	25.7	32.8	35.8	35.5	33.2	28.3	16.9	16.6
1995	14.0	13.9	18.4	25.8	29.9	33.0	33.7	35.2	34.1	26.9	18.5	11.2
1996	13.5	15.0	18.2	22.2	30.1	34.0	33.9	35.9	35.6	28.0	13.9	13.6
1997	14.0	13.8	16.7	20.1	28.6	30.4	31.8	33.0	32.6	30.0	14.0	14.3
1998	14.5	12.5	14.7	20.3	30.5	32.9	35.4	32.9	31.6	27.0	19.7	14.6
1999	12.1	14.3	15.4	24.4	28.6	34.6	37.3	38.1	3.5	29.0	24.1	16.4
2000	14.8	16.2	19.4	24.3	31.6	33.1	36.1	36.8	32.6	28.5	21.7	17.4
2001	11.4	14.3	17.4	25.1	29.1	34.9	40.1	36.9	32.2	24.7	20.0	14.4
2002	14.4	15.0	23.5	25.3	28.7	34.7	32.4	37.1	33.8	28.0	19.7	15.1
2003	11.6	17.5	20.1	22.8	28.0	33.5	36.8	35.2	33.5	29.2	21.4	12.8
2004	14.9	12.1	15.1	23.1	31.5	33.6	35.6	37.7	33.0	29.3	20.7	13.5
2005	12.0	14.7	21.3	24.2	28.7	33.9	33.2	35.5	34.4	29.2	19.7	13.7
2006	13.8	13.7	20.2	23.8	28.0	32.4	36.0	36.1	31.8	26.5	19.0	17.5
2007	12.9	15.3	19.8	23.6	29.6	35.3	34.2	37.0	33.6	26.1	19.0	14.1

المصدر: سجلات المديرية العامة للأرصاد الجوية - مديرية المناخ.

الملحق رقم (2):

يبين المعدل الشهري لكميات الأمطار لمدينة دمشق

الأعوام	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dez
1988	53.4	13.7	58.4	0.0	7.0	0.7	0.0	0.0	0.0	74.9	6.7	56.6
1989	42.1	48.9	40.7	14.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.5	9.4	81.7
1990	24.0	5.3	11.0	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	12.1	7.8
1991	20.7	50.2	30.1	9.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.2	3.2	5.0
1992	33.8	10.5	93.5	8.3	1.6	0.0	0.0	0.0	0.0	4.2	36.5	106.3
1993	33.6	97.1	13.4	0.0	29.5	13.9	0.0	0.0	0.0	0.0	30.3	111.3
1994	33.5	19.5	58.5	13.2	10.3	0.0	0.0	0.0	0.0	6.6	18.4	10.5
1995	70.5	16.6	27.2	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	6.5	2.6	102.9	80.7
1996	12.4	43.2	20.7	0.0	4.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3.4	24.5	10.9
1997	15.2	50.65	13.6	15.3	0.9	0.0	0.0	0.0	0.6	15.0	51.2	22.8
1998	18.0	48.1	14.2	17.3	0.8	0.0	0.0	0.0	0.0	17.0	59.5	34.7
1999	35.4	21.0	55.0	3.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	25.7
2000	34.9	11.0	3.6	1.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.2
2001	67.9	8.5	14.6	5.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	33.3	18.8	52.0
2002	4.1	33.4	1.8	0.2	8.9	0.0	0.0	0.0	0.0	1.5	9.1	22.2
2003	72.4	25.8	28.7	8.6	2.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	25.4	104.0
2004	27.5	129.2	47.1	1.3	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	18.4	50.4
2005	101.7	31.4	2.0	3.0	2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	2.5	75.2	29.6
2006	29.7	32.6	3.1	3.9	6.4	0.2	0.0	2.5	0.0	3.9	21.2	36.1
2007	27.2	41.4	5.0	37.0	0.5	0.0	0.0	4.8	0.0	24.4	1.0	4.4

المصدر: سجلات المديرية العامة للأرصاد الجوية - مديرية المناخ.