

التحول الديمغرافي وتسارع آثاره (انتقادات وتطبيقات حول تأثير معدل الوفاة)

الدكتور عدنان غانم

الدكتور مطانيوس مخول

قسم الإحصاء التطبيقي

كلية الاقتصاد

جامعة دمشق

الملخص

استعرضنا في هذا البحث مفهوم الآثار المتسارعة في الديمغرافيا، بالتركيز على التسارع من خلال التعديلات المقترحة من قبل Feeney و Bongaarts وبالإشارة إلى ما كتبه كل من Zeng و Ryder و Land. إذ بينا بنموذج مرحلي تلك التعديلات المقترحة التي تدفع بعدم تسريع الزمن لفوج Cohort¹ افتراضي، كما اقترحنا إجراءات بديلة لمثل هذا التسارع تحت أثر تغيير كل من الخصوبة والوفيات التي تشكل تفسيراً تركيبياً للفوج من خلال القياس الحقيقي للنظم الكمية، كما شدّدنا على أوجه التشابه بين نتائج الخصوبة والوفيات، وبخاصة من حيث متوسط سن الإيجاب والأجل المتوقع، على الرغم من ملاحظتنا لاختلافات مهمة فيما بينهما.

وأشرنا أخيراً إلى تعديلات الخصوبة، التي تمكنا بمساعدتها التمييز بين الآثار الكمية وتسارعها، وهذا ما برهنه كل من Feeney و Bongaarts في حالة الوفيات، لأن قياس الأجل المتوقع يختلف عن التقديرات التقليدية، فيما إذا كانت تعكس الوفيات الماضية.

¹ الفوج Cohort : مجموعة من الأشخاص الذين ولدوا خلال فترة معينة وغالباً هي: السنة الميلادية .

المقدمة:

انطلاقاً من السؤال الآتي: كم من العمر نريد أن نعيش؟ نجد تفاوتاً بالإجابة، وذلك تبعاً للبلد المعنى بالدراسة، إذا ما أخذنا بالحسبان الأجل المتوقع لهذا البلد أو ذلك، فمثلاً وحسب الإحصاءات الصحية للمركز الوطني في الولايات المتحدة، نجد أن الأجل المتوقع عند الولادة في عام 2002 كان 77.3 سنة. (Arias, E., 2004, P.275)، إذ أوضح القائمون في المركز الوطني للإحصاءات الصحية في الولايات المتحدة، بأن إجراءً قد طبق على فوج افتراضي شمل إجمالي حياة أفراد هذا الفوج وضمن اعتبار ظروف الوفيات خلال مدة معينة ولوقت ما، كما هو الحال لعام 2002، فوجد بالواقع، أن الطفل المولود في الولايات المتحدة في ذلك العام، ربما يعيش مدة أطول من 77.3 سنة بالمتوسط، نتيجة لتحسن في معدل الوفيات بالمستقبل، أي تراجع معدل الوفيات إلى أدنى مستوياته.

حاولنا في هذا البحث مناقشة النقاط الآتية:

- الجدول الكبير الذي آثاره كل من Feeney و Bongaarts في الوسط الديمغرافي عام 2002، من خلال افتراضهما بوجود تسارع لآثار الوفيات، الأمر الذي شكل انحيازاً واضحاً في المقاييس المعيارية لطول العمر، كالأجل المتوقع مثلاً، والمستمر بالارتفاع، لأنه ومع تغير الوفيات ومعدلاتها إلى الأدنى، اتجه الأجل المتوقع صعوداً نحو الأعلى. وقد توصلنا إلى ذلك، نتيجة علمهم بارتفاع الأجل المتوقع للثلاث في ثلاثة بلدان، إذ ارتفع إلى 1.6 سنة في كل من الولايات المتحدة والسويد، و 2.4 سنة في فرنسا خلال المدة الزمنية 1980 - 1995. (انظر: Bongaarts, J. and Feeney, G. (2002), P.11 - 29)
- التعرض لمفهوم " تحريف التسارع " الذي نشأ في مجال تحليل الخصوبة الذي مكّننا من التمييز بوضوح بين الكم والتسارع، من خلال تخفيض معدلات الخصوبة خلال مدة زمنية نتيجة التأخر في الإجاب ودون أي تغيير في حجم الأسرة للفوج المدروس، فضلاً عما أثبتته كثير من الديمغرافيين، من أن ثمة لغزاً سيحل، إذا ما طبق هذا المفهوم على الوفيات، لأن تخفيض الوفيات خلال مدة زمنية يعني أن الناس سيموتون لاحقاً، ومن ثم سيكون التغيير في حجم الوفيات ناجماً فقط عن تسارع التغيير؛
- إمكانية التمييز " تحريف التسارع و آثاره " من خلال التركيب العمري للوفيات بين أفراد الفوج والزمن المتبقي لهم في هذا الفوج، وهذا ما اعتقده كل من Feeney و Bongaarts على الرغم من ملاحظتهما لمعدلات الوفيات وما يقابلهما من الأجل المتوقع. (Bongaarts, J. and Feeney, G.)

Vaupel (2002, P.11)، لأن هذا كان محتملاً جداً في العصور القديمة، نتيجة عدم التجانس، إذ أفاد Bongaarts بما اعتقده " يمكن لآثار التسارع أن تحرف (تشوه) وفيات السكان المتجانس، ونحن كالأخرين، اقتنعنا بالحجة الرياضية الكامنة وراء ذلك ولم نجد أي خطأ فيها، إلا أننا وجدنا تفسيرات مختلفة للنتائج التي توصل إليها كل من Feeney و Bongaarts"، (انظر: Vaupel, (J.W., 2002, P. 366

- مناقشة المقاييس المرتبطة بشدة بمعدلات الوفيات المشاهدة والمحددة بالتركيب العمري المتأثر بمعدلات الوفيات الماضية أكثر من الحالية، انطلاقاً مما لاحظته Wachter في مقالته أن: " لكل شيء مقاييس تقيسه ". (Wachter, K. W., 2005, P. 222)
- التعرض لما قام فيه Ryder عام 1964 من خلال مقولاته الشهيرة المطبقة على الخصوبة مع اهتمامنا بتوضيح الرؤية والظروف الصحيحة لإمكانية التطبيق (Ryder, N.B., 1964 , P.76)، فضلاً عن التعرض لأفكار Feeney و Bongaarts (1998) المتعلقة بتسارع معدل الخصوبة الكلية وتركيب الفوج المدروس، والعودة بتغيراتها إلى كل من Land و Zeng، وذلك من خلال إمكانية تعديل مدة التحول بالخصوبة للنموذج المطبق من قبل Feeney و Bongaarts بنموذج تأخر الفوج، لأنه مع مرور الزمن يتجه ببطء نحو الأسفل، وهذا يمكننا من الحصول على قياس لمتوسط سن الإجاب تحت تغيير التسارع، إلا أن Feeney و Bongaarts أكملوا مدة تسارع معدل الخصوبة الكلية الذي يختلف عن تقدير تسارعه. (Zeng, Y.; Land, K.C., 2001, P.19; 2002, P.372)
- المحاولة لتطبيق الأسس الموضوعية في مجال الخصوبة، أيضاً في مجال الوفاة، علماً بأن صيغ Ryder (1964) في الوفيات لم تلق أي نجاح، فكيف يمكن للمرء أن يعرف ما نعرفه نحن الآن؟
- إظهار إطار Bongaarts و Feeney وما أدى إليه نموذجهما الزمني حول الوفاة، من تباطؤ في مدة التحول وإطاره الزمني، من خلال مناقشة الإجراءات والتدابير المختلفة والمقترحة عن طول العمر، مع الإشارة إلى بعض المؤشرات المستندة إلى الماضي والمتعلقة بالتركيب العمري، إذ اعتمدنا على فوج تركيبى لقياس متوسط الأجل المتوقع وتحت اعتبار الوفيات، التي توفر تشابهاً أكثر دقة لإجراءات تسارع الخصوبة والمختلفة جوهرياً عن تلك المقترحة من قبل Bongaarts و Feeney في قياس متوسط الأجل المتوقع؛

• التركيز على أوجه التشابه بين تحليل الخصوبة والوفاء، بالتنويه إلى ملاحظة الاختلافات الأساسية، لأنه في حالة الخصوبة لدينا أحداث متكررة يمكننا التمييز بين الكم والزمن سواء من حيث المعنى والأهمية، وهذا يقود إلى ضرورة إجراء تعديلات عند تحديد المدى الذي تعكس فيه تغيرات المدة الزمنية الآثار الكمية أو الزمنية.

ومما لا شك فيه، تُعد اتجاهات الوفيات تفسيراً واضحاً لآثار التسارع، وإن الإجراءات المقترحة تتناسب وتختلف عن متوسط الأجل المتوقع ولا يشوبها أي تحيز، وهي في حقيقة الأمر إجراءات مختلفة لأشياء متفاوتة، ولاسيما أن الأجل المتوقع يعتمد فقط على شدة الوفيات، وتعديل الإجراءات يرتبط بالتركيب العمري وبالوفيات الماضية.

مشكلة البحث:

تتلخص مشكلة البحث في توضيح مفهوم " تحريف التسارع " في مجال تحليل الخصوبة الناجم عن تخفيض معدلات الخصوبة لفترة زمنية نتيجة التأخر في الإجاب ودون تغيير في حجم الأسرة للفوج المدروس، مع إمكانية توسيع هذا المفهوم ليشمل تحليل الوفيات، للوقوف على أوجه التشابه والاختلاف بين التحليليين سواء من حيث الهدف أم الأهمية، لنتمكن من إجراء التعديلات الضرورية والمتعلقة بتغيرات الفترة الزمنية كمياً كانت أم زمنياً.

أهمية البحث وأهدافه:

تتبع أهمية البحث من خلال التعرض الشامل والمعق لمفهوم التسارع لمعدل الخصوبة الكلية وتركيب الفوج كما عرضه Bongaarts و Feeney سواء من خلال النماذج المطبقة أم التي يقترح تطبيقها، ولاسيما تلك القائمة على تأخير الخصوبة إلى الفئات العمرية المتقدمة بالعمر للفوج، وخاصة أن شدة الوفيات تبدأ بالانخفاض بمرور الزمن، وعندها يصبح متوسط العمر عند الوفاة مناظراً تماماً لمتوسط العمر عند الإجاب .

وعليه هدف البحث إلى معرفة:

- النموذج الزمني حول الوفاة المقدم من قبل Bongaarts و Feeney الآخذ بالحسبان التباطؤ في التحول بمرور الزمن.

- مناقشة الإجراءات والتدابير المتخذة تجاه طول العمر ومدى تأثيره في كل من معدلات الوفيات والتركيبة العمري للفوج وغيرها من المؤشرات ذات الصلة.
- التفسيرات الواضحة عن آثار التسارع والإجراءات المقترحة فيما يتعلق بالأجل المتوقع للفوج، وما يعكسه على التحول الديمغرافي عامةً.

منهجية البحث:

اعتمدنا في هذا البحث على المنهج الوصفي الاستنباطي، إذ استعرضنا ما جرى من مناقشات سابقة ذات الصلة، وصولاً إلى ما هدف إليه البحث من نتائج ساعدتنا على حل ما طرحته مشكلة البحث، مستفيدين من صيغ النماذج المختلفة سواءً في تحديد تسارع معدل الخصوبة الكلية، أم في تعديل مدة التحول بالخصوبة المرتبط بتخفيض الوفيات مع مرور الزمن.

1. الخصوبة

لننظر في جوهر معدلات الخصوبة العمرية خلال مدة زمنية ما، ولتكن $f(a, t)$ معدل الخصوبة للعمر a وبالزمن t ، بحيث يرتبط هذا المعدل بكل من الزمن t وبأفراد الفوج الذين ولدوا في المدة الزمنية $t - a$.

1.1. تحول الخصوبة

اهتم Ryder (1964) في نقاط القوة والضعف النسبي للفوج خلال المدة الزمنية وبتراكيبات هذه المعدلات، إذ من المفيد أن تكون التراكيبات لمواليد الفوج في الوقت t شاملة لمتوسط عدد الأطفال لكل امرأة، والذي نرسم له $TFR_c(t)$ وهو إجراء لمقدار الخصوبة ولمتوسط العمر الإيجابي $m_c(t)$ ، ومن ثم هو إجراء لتسارع الخصوبة، يعبر عنه:

$$TFR_c(t) = \int f(a, t + a) da \quad (1)$$

$$m_c(t) = \int af(a, t + a) da / TFR_c(t)$$

وتدلنا هذه المؤشرات، هل للمرأة أطفال أكثر أو أقل، وسواءً أكان هؤلاء الأطفال على قيد الحياة في وقت سابق أو لاحق، وهذا يمكننا من احتساب المجاميع خلال مدة زمنية، وهي عادة ما تفسر فوجاً

تركيبياً يمر من خلال حياة الأطفال ليلحظ الوضع في معدلاتها الحالية . يمثل الفوج التركيبي للمدة t بـ $TFR_p(t)$ أطفالاً في متوسط أعمارهم $m_p(t)$ حيث إن :

$$\begin{aligned} TFR_p(t) &= \int f(a,t)da \\ m_p(t) &= \int af(a,t)da / TFR_p(t) \end{aligned} \quad (2)$$

على الرغم من القلق الذي أبداه رئيس Ryder، من اعتبار المدة الزمنية تقدم خلاصة صورة مشوهة عن سلوك الأفواج، إذا تغيرت الخصوبة، انطلق Ryder (1964) من افتراض: أنه يمكن توسيع $f(a,t)$ وفق سلسلة تايلور وبشكل منفصل ولكل عمر، لنحصل على نتيجة ذات استعمال أكبر من خلال تركيب المعدلات لهذه الأفواج، (Ryder, N.B., 1964, P.76)، وهي تقارن الآن مع متوسط العمر لدى الإيجاب والشروط الموضوعية وبالنسبة إلى المشتق الأول، هل كان الفوج موضوع الدراسة مرتبطاً بمتوسط العمر لدى الإيجاب m وأنجب في المدة $(t-m)$ ، وعليه نكتب :

$$f(a, t-m+a) \approx f(a,t) + (a-m)f'(a,t) \quad (3)$$

وفي إطار هذا التقريب، حصل Ryder على العلاقة التالية بين مدة الفوج ومعدلات الخصوبة الكلية TFR :

$$TFR_c(t-m) = \frac{TFR_p(t)}{1-r_c} \quad (4)$$

حيث إن: r_c المشتق الزمني أو النسبة المئوية لتغير الفوج في سن الإيجاب في اللحظة الزمنية $(t-m)$.

يتبين لنا من ملاحظة العلاقة (4)، أنه وللوهلة الأولى عند سحب الأفواج الذين في سن الإيجاب ستصبح المدة الزمنية لمعدل الخصوبة الكلية TFR أقل من معدلات الخصوبة الكلية TFR لتلك الأفواج (لفوج) بالمقارنة مع متوسط العمر عند الإيجاب، حيث إن قيمته تتعلق بكيفية ازدياد تسارع متوسط العمر لدى الإيجاب، فيما إذا تناقص متوسط العمر لدى الإيجاب، ومن ثمّ ستكون المدة الزمنية لمعدل الخصوبة الكلية TFR أكبر مما يقابلها لمعدلات الخصوبة الكلية للفوج، وهذا يحدث حقيقة في أثناء جيل الطفرة الاقتصادية (Baby-Boom)، فعندها ترتفع المدة الزمنية لمعدلات الخصوبة الكلية إلى مستوى يتجاوز خصوبة الأفواج النشطة جميعاً:

(Ryder, N.B., 1964, P.76; Schoen, R., 2004, P.825)

ونشير هنا، إلى أن نتيجة Ryder استندت بشكل أولي إلى علاقات متسلسلة تايلور في تقريب تلك المعدلات عند كل عمر، على خلاف الاعتقاد السائد بعدم وجود افتراض كون المدة الزمنية أو المدد الزمنية للفوج ثابتة، أو أن تكون المدد الزمنية للفوج ولمعدلات الخصوبة الكلية TFR ثابتة. وبناءً على ذلك، نلاحظ استيفاء المعدلات الناتجة $f(a, t)$ لافتراض العلاقة الخطية للإزاحة بين المدتين الزمنيين $f(a, 0)$ و $f(a, t)$ عند ذلك العمر، وأن اعتبار Ryder (1964) أسلوب متوسط العمر عند الإيجاب، كان مدخلاً لنوع ثانٍ من العلاقات الرياضية وإذا افتراضات أقوى، ليشار من خلالها بعض الشكوك، التي لن نستمر بمتابعتها وبرهنتها نظراً إلى عدم أهميتها، وهذا سيكون استثناءً من استنتاجات Ryder، باعتبار الزمن كمتغير مشوه للفوج، فيما إذا تغير كمياً، كما أن مجموع الزمن هو متغير مشوه لمجموع الأفواج، فيما إذا تغير التسارع .

2.1. تعديل تسارع الخصوبة

اقترح كل من Bongaarts و Feeney عام 1998 تعديل تسارع معدل الخصوبة الكلية، ونرمز له عادة بـ TFR^* وهو يقوم بالأساس على مفهوم ما لاحظته Ryder، أي :

$$TFR^*(t) = \frac{TFR_p(t)}{1 - r_p(t)} \quad (5)$$

ومع ذلك، ثمة اختلافان مهمان، أولهما: $r_p(t)$ وهو على وجه الدقة، تسارع التغيرات خلال الزمن (t) وليس تسارعاً للفوج ومتوسط العمر لدى الإيجاب في المدة الزمنية (t) ، وهذا أسهل ما يكون حسابيه للبيانات المتاحة، وثانيهما: TFR^* معدل الخصوبة الكلية كإجراء زمني صافي لتصحيح تسارع الخصوبة وليس كمعدل للفوج، وهذا ما نراه حالياً. ونود هنا إضافة اختلاف ثالث نصح فيه Bongaarts و Feeney وهو تطبيق أسلوبهما بشكل منفرد عن ترتيب الولادة، بحيث تؤخذ معدلات المواليد من ترتيب محددة وللنساء جميعاً، كما يمكننا تجاهل هذا التقسيم لبقية البرهان سهلاً، [ونعتقد أيضاً، أن المتكافئة من أفضل المعدلات التحليلية لمواليد من الرتبة k وموزعة على النساء من الرتبة $k-1$ / انظر : Van Imhoff, E., Kleiman, N., 2000, P.549 – 553

سنعتمد المعادلة (5) في اختبار الحالة التي تكون فيها جميع الأفواج متأخرة في بدء خصوبتها وبالوقت نفسه لم توشك من تخفيض حجم أسرها، أما الحالة التي تكون فيها الكميات ثابتة، فهي

بسيطة وأكثر ملاءمة لتحليل معدلات الوفيات - لأن الكميات تتغير - ومن ثمَّ يصبح تعديل Feeney و Bongaarts مطبقاً في كل الحالات، وأبسط الأمور هو افتراض أن معدل التغير ثابت، ولاسيما أنها ستؤدي إلى نتائج واضحة، علماً بأنه يمكن تطبيق المعادلة (5) عندما يكون معدل التغير بمرور الزمن متغيراً.

من المفيد جداً، أن نعبر عن قيمة الدالة $F(a, t)$ ، وهي تضمين معدلات الخصوبة التراكمية أو كمتوسط عمر المرأة لدى الإجاب في العمر a وحتى اللحظة الزمنية t (فوج من الإناث اللاتي ولدن في اللحظة الزمنية (a, t))، بحيث يمكننا الحصول على جدول زمني لكامل حياة الفوج الذي لا يتجزأ من خلال معدلات الخصوبة التراكمية لقطر مخطط لكسيس بالمعادلة الآتية:

$$F(a, t) = \int_0^a f(x, t - a + x).dx \quad (6)$$

إن المعدلات النوعية لمرحلة عمرية $F(a, t)$ هي فوج من مشتقات هذه المعدلات، بحيث يمكننا استردادها عن طريق التفريق بين $F(a, c + a)$ بالنسبة إلى a ، أي بالنسبة إلى كل من العمر والزمن.

لنعمد إلى إدخال معدل الخصوبة $f_0(a)$ مع ما يقابلها من معدل الخصوبة التراكمي $F_0(a)$ ، ومعدل الخصوبة الكلية $TFR_0 = \int f_0(a)da$ ومتوسط العمر لدى الإجاب $m_0 = \int a.f_0(a).da / TFR_0$ ، لتكون الأساس الذي يمثله الجدول الزمني في حالة كهذه، وفي اللحظة الزمنية المساوية للصفر، أي أن: $F(a, 0) = F_0(a)$ عندما يكون معدل الخصوبة ثابتاً خلال مدة طويلة من الزمن، نظراً إلى كون كل هذه المعدلات قبل هذه المدة الزمنية مساوية للصفر، كما هو الحال في الجدول الزمني الأساس، إلا هذا الافتراض ليس ضرورياً، لأن التطورات المتتالية، وكل ما نحتاج إليه هو افتراض تصبح فيه الإناث قبل اللحظة الزمنية صفرًا بالمقارنة مع الجدول الزمني التراكمي $F_0(a)$.

لنفترض أن اللحظة الزمنية الآن ولكامل الفوج مساوية للصفر وذلك لإبطاء تسارع إجابهم وبالمعدل نفسه r . ولتوضيح ذلك بدقة، إن الفوج يصل إلى متوسط التكافؤ $F_0(a)$ بالعمر a والزمن 0 ، ويتوقع أن يصل متوسط التكافؤ $F_0(a + 1)$ بعد مرور عام على العمر a ، وبدلاً من ذلك، سيرتفع فقط بمقدار $F_0(a + 1 - r)$ ، وهذا يقارن باللواتي يأخذن حيوب منع الحمل، ليمنعن جميع

المواليد (فهو يشبه توقف عقارب الساعة البيولوجية للمرأة) لجزء من r لتلك السنة، إلا أنه يفضل العمل بالزمن المستمر، وهذه هي الفكرة نفسها التي طبقها Coale's 1971 في النموذج الكلاسيكي للزواج، الذي من شأنه أن يسرع أو يبطئ الجدول الزمني السويدي للزواج الأول، غير أن أداة التسريع أو التخفيض ستستخدم بمرور الزمن في تحليل البقاء على قيد الحياة، كما سنرى في المقطع 2. [انظر Coale, A.J., 1971, P.193ff]

ويتضح لنا، أن هذا التباطؤ في الزمن يعادل بالضبط مدة التحول في الجدول التراكمي لمعدلات الخصوبة، أي:

$$F_0(a, t) = F_0(a - rt) \quad (7)$$

$$t \geq 0$$

فعلى سبيل المثال، الفوج في العمر a باللحظة الزمنية 0 هو مكافئ لـ $F(a, 0) = F_0(a)$ وسنتقل الآن إلى $F(a + 1, 1) = F_0(a + 1 - r)$ ، فيما إذا كنا أمام مشتقات الفوج بالنسبة إلى كل من العمر والزمن (وهي تختلف بطبيعة الحال من فوج إلى آخر)، وعليه نحصل:

$$f(a, t) = f_0(a - rt)(1 - r) \quad (8)$$

$$t \geq 0$$

وهذا يدل على تباطؤ تسارع الإيجاب للأفواج جميعاً وبالمعدل نفسه r والمرتبطة بالعمر الإيجابي لاحتساب عامل التناقص المرتبط بالعامل $1 + r$ وهو بدء التحول إلى سن اليأس.

ولكي نثبت ببساطة العلاقة (8)، نكتب نموذجاً للتحول الزمني وفوج وصل العمر a في الزمن $(t = c + a \text{ f } 0)$ ، عندما يكون:

$$F(a, c + a) = F_0(a - r(c + a)) = F_0(a(1 - r) - rc) \quad (9)$$

وبعد ذلك، نأخذ المشتقات الجزئية بالنسبة إلى a وثبات c ، فنحصل على:

$$f(a, c + a) = f_0(a(1 - r) - rc)(1 - r) = f_0(a - r(c + a))(1 - r) \quad (10)$$

ويتكامل فترة الجدول الزمني في العلاقة (8) ولأكبر من a مع ثبات t ، نحصل على مدة معدل الخصوبة الكلية TFR وعلى $1 - r$ أيضاً، ما دام استمر الجدول الزمني التراكمي للعمر a بالمعدل r ، أي:

$$TFR_p(t) = TFR_0(1-r) \quad (11)$$

و

$$m_p(t) = m_0 + rt$$

ويُعد معدل الخصوبة الكلية في اللحظة الزمنية 0 والعامل $1-r$ كنتيجة للتأخير وليس كتغير في مقدار الخصوبة. بالحقيقة، أن مشتق متوسط العمر الإيجابي هو r كإمكانية جيدة تؤدي ببساطة استعادة معدل الخصوبة الكلية من خلال تقسيم $1-r$ ، وهذا يؤدي إلى صيغة Bongaarts- Feeney العلاقة (5)، وهذه النتيجة تشترط، تأخر كل الأفواج بالإيجاب بالوقت ذاته وبالمعدل نفسه، وهذا يؤدي إلى تفسير مباشر لتسارع معدل الخصوبة الكلية المعدلة كإجراء احترازي [انظر Bongarts, J., Feeney, G., 1998, P. 271-291]، يوفر تقديراً لمعدل الخصوبة الكلية في مدة زمنية ما، حتى ولو لم تتأخر الأفواج بإيجابها في الزمن t ، مع اعتباره بالواقع كإجراء صافٍ للمدة الزمنية، كما يدعى، ما هو إلا تقديرات لـ TFR_0 ، لا تتوافق وحجم الأسرة لفوج حقيقي، فيما إذا كانت معدلات الخصوبة ثابتة لآخر خمسة وثلاثين عاماً أو نحو ذلك، ومن ثمّ يمكننا تفسير، أن حجم الأسرة قد أكتمل للفوج المفترض، كما سنرى فيما بعد.

وما يمكن ملاحظته، هو أن Bonngarts و Feeney ركزا على الضبط الكمي للخصوبة وليس على تسارعها، مع الأخذ بالحسبان متوسط العمر الإيجابي وتأثره بوتيرة تأخره، ولكن في إطار محدد، لأن $m_p(0) = m_0$ كنتيجة نحصل عليها، عندما يكون العامل $1-r$ ظاهراً في كل من البسط والمقام للمتوسط، لأن التأخير لا يؤثر في متوسط عمر الإيجاب إلا بعد الزمن الصفر، وهذه النقطة مهمة جداً، عندما ننتقل إلى تحليل الوفيات.

3.1. تفسير الفوج الافتراضي

ركزنا فيما سبق على إجراءات المدة الزمنية، ولنختبر الآن، ماذا يحدث لفوج يبدأ عمره الإيجابي في اللحظة الزمنية صفر، فيما إذا تباطأ مرور الزمن.

لنرمز بـ a_0 للحد الأدنى للعمر الإيجابي، فيكون الفوج الذي ولد في اللحظة الزمنية a_0 كما هو معطى في العلاقة (8)، إلا أننا نرى، أنه بإمكان هذا الفوج أن يتبع الجدول الزمني

$$f^t(a) = f_0(a - r(a - a_0))(1-r) = f_0(a(1-r) + ra_0)(1-r) \quad (12)$$

ونجد بتكامل العلاقة (12) ولكل الأعمار الأكبر من a ، أن معدل الخصوبة الكلية لهذا الفوج يُعطى بالعلاقة الآتية:

$$TFR^t = \int f_0(a(1-r) + ra_0)(1-r)da = TFR_0 \quad (13)$$

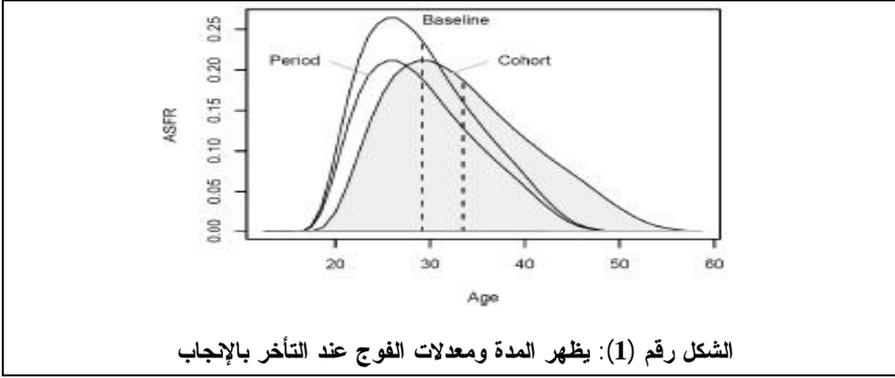
لنعرض النتائج التالية من خلال تغير المتغيرات من a إلى $y = a(1-r) + ra_0$ وذلك بالاستناد إلى مصفوفة جاكوب $\frac{da}{dy} = \frac{1}{(1-r)}$ التي تلغي المضروب فيه $(1-r)$ ، لأن كلاً من Land و Zeng قد قدما اشتقاقاً مبسطاً عن تعديل Feeney و Bongaarts، وذلك لأن $TFR^t = TFR^*$ ، بحيث أن صيغة Land و Zeng ستقود إلى تفسير مهم لإجراء Bongaarts و Feeney بالنسبة إلى الفوج الافتراضي، لأن عدد الأطفال لهذا الفوج وفي ظل الظروف الحالية التي نقصدها، هي المعدلات الحالية، وبالْحَقِيقَة فهي تتحول إلى الأعمار المتقدمة وبمعدل ثابت r . / للمزيد انظر Zeng, Y.; Land, K.C., 2001, P. 17 - 28

ونحصل على المتوسط المطابق لمتوسط عمر الإيجاب لهذا الفوج من خلال استخدام الأسلوب نفسه بعد تغير المتغيرات، التي تم تجاهلها في الأدبيات والمراجع، أي:

$$m^t = \frac{\int af_0(a(1-r) + ra_0)(1-r)da}{TFR_0} = \frac{m_0 - ra_0}{1-r} \quad (14)$$

ونلاحظ إمكانية قياس العمر a_0 على النحو الذي قام به Land و Zeng (2001)، وفي هذه الحالة، تبسط العلاقة (14) لـ $m^t = \frac{m_0}{(1-r)}$ ، بحيث تكون النتيجة الملحوظة في إطار المدة الزمنية لحجم الخصوبة وتسارعها متأثرين بالمنحى نفسه.

أثبت Bongaarts و Feeney عام (1998) أن TFR^* يبتعد بتسارعه عن TFR ، ومن ثمَّ يبتعد m^t بتسارعه عن m . وبناءً على ذلك، نستنتج مجموعتين من مؤشرات القياس المختلفة، وهما: TFR و m ، بحيث يوضح كل منهما: كم من الأطفال سيصبح للفوج الافتراضي، فيما إذا خضع الفوج لخصوبة المدة الزمنية المحددة بالجدول الزمني الثابت من حيث الشكل والحجم والتسارع، وبالمقابل تكون TFR^* و m^t توضحان كم من الأطفال سيصبح للفوج الافتراضي فيما إذا خضع الفوج لخصوبة مدة زمنية أطول بالجدول الزمني مع ثبات الشكل والحجم وتغير التسارع.

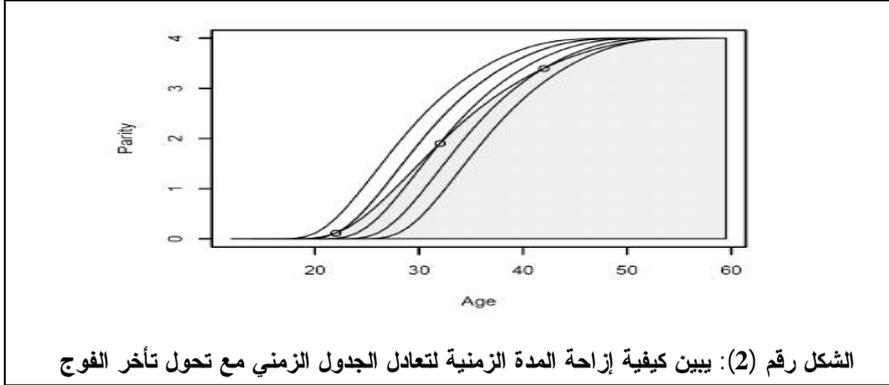


يوضح الشكل رقم (1) أفكار Coale - Trussell (1974) حول خصوبة الجدول الزمني، إذ 90% من الإناث يتزوجن بعمر 23 سنة وبانحراف معياري 4 سنوات، ليكون مستوى الخصوبة الطبيعية ($M = 1$) ومؤشرات السيطرة ($m = -1$)، وتبعاً لهذا الجدول الزمني يكون معدل الخصوبة الكلية مساوياً لأربعة أطفال لكل امرأة في سن الحمل ($TFR = 4$)، ومتوسط عمر الإيجاب مساوياً لـ 29.2 سنة.

انظر: /Coale, A.J., Trussell, T.J., 1974, P 185-258

لنفترض أن الإناث يبدأن بتأخير خصوبتهن بمعدل (سنة $r = 0.2$) لكل سنة، وكما هو واضح في المعادلة (8)، فإن المدة الزمنية لمعدلات الخصوبة العمرية الخاصة ستتناقص مباشرة بنحو 20%، وهذا نتيجة حتمية لما في الحقيقة، لأن الإناث خففن من حدة إجابهن. فسالمنحنى "المدة period" يبين احتساب عامل الانخفاض المرتبط بالجدول الزمني، ومن ثم فإن (TFR) سنخفض إلى 3.2 طفلاً لكل امرأة مع بقاء متوسط عمر الإيجاب على حاله.

أما منحنى "الفوج cohort" فيبين الجدول الزمني لفوج تال بدأ وظيفته الإيجابية، بشرط أن التحول لم يتغير مع الزمن وبالقياس نفسه، فيكون عندها معدل الخصوبة الكلية مساوياً لأربعة أطفال لكل امرأة ($TFR = 4$) ومتوسط العمر الإيجابي المساوي لـ 33.5 سنة، كما هو واضح بالمعادلة (14).



ويبين الشكل رقم (2) كيف أن الإزاحة في مدة الجدول الزمني تؤدي إلى تداخل الجدول الزمني للفوج، إذ إننا عالجنا الجدول التراكمي $F_0(a)$ كمجال من 10 سنوات، كما أظهرنا في الجدول الزمني باللون الرمادي (مساحة الجزء الواقع على الجهة اليمنى من النقاط الدائرية الصغيرة)، وهو يمثل تعادل الفوج بدءاً من الحياة الإيجابية، وعند بدء التحول، إذ إننا حددنا ذلك بنقاط دائرية صغيرة التي فيها تتقاطع ثلاثة منحنيات مركزية لمعدلات الخصوبة التراكمية، علماً بأن الجداول جميعها ستؤدي في النهاية إلى حجم أسرة من أربعة أطفال، غير أن الفوج سيستغرق وقتاً أطول للوصول إلى ذلك.

وباختصار، وضحنا كيف يمكن تخفيض الخصوبة في المدة من 4.0 إلى 3.2 بحيث يؤدي إلى تأخر الإجاب من دون إحداث تغيرات في الكم، علماً بأن متوسط عمر الإجاب يزداد بمعدل (0.2) سنة سنوياً، فحصلنا على $(TFR = 4)$ ، بحيث يمكننا تفسير هذا العدد كتقدير مضاد لمعدل الخصوبة الكلية في مدة ما، فيما إذا لم يتأخر الحمل لدى الإناث، وفي هذه الحالة سيبقى متوسط عمر الإجاب 29.2 سنة، كما يمكننا تفسير هذا العدد أيضاً على أنه كعدد من الأطفال لفوج افتراضي فيما إذا استمر التأخير لأجل غير محدد، وفي هذه الحالة سيصبح متوسط عمر الإجاب مساوياً لـ 33.5 سنة، وكأخر تقدير لمعدل الخصوبة الكلية TFR^* مع m^f هو تقدير متوسط عمر الإجاب في إطار تغير التسارع المقترح هنا.

4.1 الفوج وفترة التحولات

بالإمكان تعميم النتائج المتوصل إليها على أفواج عدة، فيما إذا افترضنا استمرار المدة الزمنية التجميعية للجدول الزمني $F(a, t)$ في تحولها وفق العلاقة (7)، وهذا يعني أنه ليس بمجرد أن

يبدأ الحمل لفوج لاحق، يشرع بمعدل أبطأ من ذي قبل، وإنما تتأخر بداية الحمل في حد ذاته، الأمر الذي سيعطي الآثار المترتبة على هذه المدة لنماذج التحول بعض الأهمية، ولاسيما عندما تنتقل إلى الوفيات. وإذا ما أخذنا بالضبط التغيير نفسه في المتغيرات التقنية المستخدمة لفوج Zeng - Land، فإنه يمكننا أن نبين فوج المواليد باللحظة الزمنية t ولأجل $t \geq -a_0$:

$$TFR_c(t) = TFR_0 \quad (15)$$

و

$$m_c(t) = m^t + r_c(t + a_0)$$

حيث إن: r_c هو معدل تغير الفوج كمتوسط لعمر الإيجاب، وهو يرتبط بمشتق الزمن، أي:

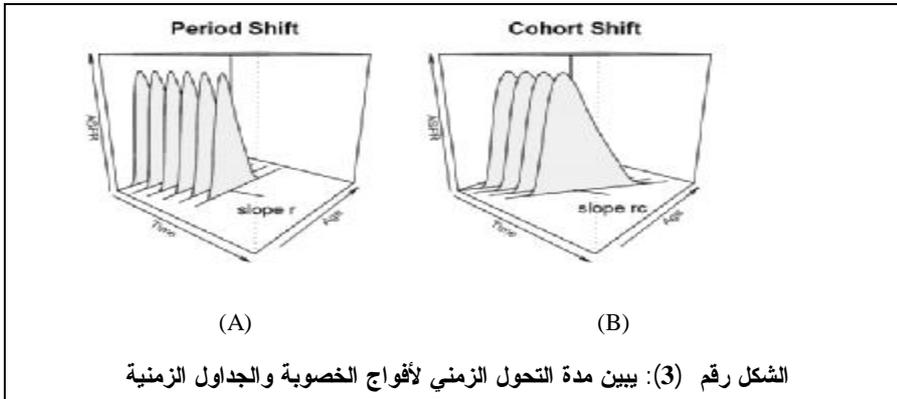
$$r_c = \frac{r}{1-r} \quad (16)$$

فالمعادلة (16) ترجع إلى Zeng - Land (2002)، وتشير إلى أن تغير مدة التسارع بصورة مشوهة لفوج التغييرات في التسارع، فهو عائد لفوج ولد سابقاً في المدة $t = -a_0$. (فهم استخدموا r^* بدلاً من r_c)، وهذه المفاهيم تؤدي إلى كل من TFR^t و m^t / انظر: Zeng, Y., Land, /K.C., 2002, P.269-285

إن الإزاحة في مدة الخصوبة والجداول الزمنية ينتج عنها إزاحة موازية لفوج جداول الخصوبة وكلاهما يحركان محور العمر، مما يؤدي هذا إلى اختلافات بسيطة في r و r_c ، ولهذه النتائج آثار مهمة تظهر بوضوح فكرة نموذج الجداول الزمنية لـ Coale - Trussell، كما في فالشكل رقم (3)، فالشكل رقم (A - 3) فيظهر الجدول الزمني للمدة الزمنية العائدة لفئات عمرية سابقة بمعدل (سنة $r = 0.2$) سنوياً، أما الشكل رقم (B - 3) يظهر الفوج المطابق للجدول الزمني العائدة لمعدل (سنة $r_c = 0.25$) ولكل الفوج.

ويكون النموذج الخطي البسيط وتحول الفوج والمدة الزمنية مقادير ثابتة، وتختلف عن بعضها بالعامل $1-r$ بالزمن 0 وما بعد، لأن الفوج وتسارعه الزمني يتغير بمرور الزمن. وتعني المدة الزمنية، أن العمر الإيجابي سيزداد بمعدل (سنة r) سنوياً بدءاً من m_0 باللحظة الزمنية 0، ويتغير متوسط عمر الإيجاب للفوج ما بين m_0 و m^t لأفواج النشطة في اللحظة الزمنية 0 وتزداد معدلاتها الإيجابية بعد هذا الزمن، فهذه النتيجة تعطي إثباتاً واضحاً للفترة الزمنية للفوج

وحجمه وتسارعه، إلا هذه الافتراضات تتطلب تفسيرات أكثر شدة من التفسير المضاد لـ TFR^*



2. الوفيات:

نهتم الآن بالوفيات مع التركيز على جوهر المعدلات العمرية الخاصة للمدة المحددة $m(a, t)$ ، وهذا يمثل شدة الوفاة في العمر a والزمن t لمواليد فوج في المدة $t - a$ ، بحيث يمكننا أن نستخدم هذه المعدلات كخط مائل (كقطر) في حساب جدول الحياة لفوج، إلا أن البيانات المطلوبة غير متوافرة في أغلب الأحيان، ولا يمكن حسابها إلا بعد أن يتوفى كامل الفوج.

تستخدم في أغلب الحالات معدلات الوفيات الثابتة للمدة t وذلك لحساب جدول الحياة عند العمر a ، وهذا ما يفسر لنا، بأن الفوج الافتراضي سيمر حياته تحت شدة الوفيات السائدة في المدة t ، وهذا ما تطلب من Bongaarts و Feeney أن يتخذا في اعتبارهم إجراءات المدة الزمنية المتضمنة لمدة الأجل المتوقع وغيرها من المعدلات التي يمكن أن تشوه من خلال أثر التسارع.

1.2. التحول في الوفيات:

لاحظ Ryder (1964)، على الرغم من إحراره تقدم في تعامله مع لوغاريتمات معدلات الوفيات، من أن تطور عمليات التحول بالنسبة إلى معدلات الوفيات أكثر صعوبة منها بالنسبة لمعدلات الخصوبة، بسبب العلاقات المشتركة

والمضاعفة لعملية الاستنزاف. / انظر: Ryder, N.B., 1964, P.74 -82

وفي وقت آخر حصل Keilman (1994) على تحول مفيد لصيغ مخاطر عدم تكرار الأحداث، والذي لا يؤدي إلى نتائج مبسطة، كالتالي رأيناها في المعادلة (4).

تمثل $S(a, t)$ احتمال أن يولد شخص في اللحظة الزمنية $t - a$ ويبقى على قيد الحياة في العمر a وفي اللحظة الزمنية t . / انظر: Keilman, N., 1994, P.341-357

$$S(a, t) = \exp \left\{ - \int_0^a m(x, t - a + x) dx \right\} \quad (17)$$

ونحصل من تكامل العمر a للقطر الرئيس على الأجل المتوقع عند الولادة للفوج :

$$e_0^{(c)}(t) = \int_0^{\infty} S(a, t + a) da \quad (18)$$

للأسف، لا يؤدي التكامل الأعلى من العمر a في اللحظة الزمنية الثابتة t إلى اللحظة الزمنية للأجل المتوقع، بسبب ثبات الوفيات، وإنما تؤدي إلى إمكانية بديلة لقياس اللحظة الزمنية وذلك بالتحليل العرضي لمتوسط طول الحياة (CAL) كما وصفها Guillot (2003) :

$$CAL(t) = \int_0^{\infty} S(a, t) da \quad (19)$$

ويمكننا تفسير ثبات احتمالات البقاء على قيد الحياة $S(a, t)$ خلال المدة الزمنية t ، بأن التركيب العمري لأي مجتمع سكاني لديه تيارات ثابتة من المواليد ويخضع لمخاطر الوفيات $m(a, t)$ ، لهذا أولى Feeney و Bongaarts أهمية معيارية للتركيب العمري، إذ إنَّ CAL هو دالة للتركيب العمري ويرتبط بذلك بالوفيات الماضية، وهذه نقطة سننترق إليها لاحقاً. / انظر: Bongaarts, J. , Feeney, G. (2002), P. 11

فضلاً عن الأجل المتوقع و CAL سيكون مفيداً أن نعرّف $a = \int a.S(a)da / \int S(a)da$ كما أن متوسط العمر في المجتمع السكاني المتوقع يفسر البقاء على قيد الحياة لجدول زمني $S(a)$ ، وتعد صيغة (Ryder's 1964) من أبسط التطبيقات على ذلك، وبتحويل تلك الصيغة لتوسع احتمالات البقاء على قيد الحياة الآن لفوج بمتوسط لعمر في مجتمع سكاني متوقف حول التركيب العمري الحالي باستخدام النشر الأولي لسلسلة تايلور، فنحصل على :

$$e_0^{(c)}(t-a) = \frac{CAL(t)}{1-r_c} \quad (20)$$

إذ إن: r_c هو معدل التغير في الفوج ويعني العمر المتوقع (الثابت)، وهذا يدل على أن النشر الأولي للعلاقة، يكون CAL أقل من الأجل المتوقع للفوج، فيما إذا تراجعت الوفيات لدرجة مقبولة، وهذا يرتبط بسرعة أو حدة هذا التراجع، ونحن نقصد بالدرجة الأولى الأفواج والمدد الزمنية للعمر المتوقع.

طبق Guillot أفكار Ryder's صيغاً مختلفة بعض الشيء، فتوصل علمياً إلى النتائج نفسها، كما أنه قسّم $CAL(t)$ للتخلص من مؤشر آثار توزيع التشويه للحصول على إجراءات مصححة، بحيث يمكنها أن تفسر كم متوسط مثقل للأجل المتوقع للأفواج جميعاً الذين هم على قيد الحياة في اللحظة الزمنية (t) . هذا وقد أثبت في تطبيقه على فرنسا، أن النتيجة قريبة جداً من الأجل المتوقع لمواليد الفوج في اللحظة الزمنية $(t - A(t))$ ، إذ إن $A(t)$ هي متوسط العمر للمجتمع السكاني المتوقع في اللحظة الزمنية t ، ما بين 30 و 37 سنة لفرنسا في القرن العشرين. سنستخدم هنا $(1-r)$ بدلاً من مؤشر التشويه والفوج بدلاً من المدة الزمنية لمتوسط العمر، غير أننا نخلص إلى أن كلاهما عند انخفاض الوفيات سيتغير CAL والأجل المتوقع للفوج ويتقربا من متوسط العمر للمجتمع المتوقع / انظر: Guillot, M. (2003), P.41-54 / (سنين هذا لاحقاً، في إطار افتراضات مختلفة، أن CAL يطابق الأجل المتوقع للفوج الآن بمتوسط العمر عند الوفاة). ويمكننا أخذ هذه النتيجة لنشير إلى أن CAL تقدم صورة مضللة عن الأجل المتوقع للفوج تحت تأثير أثر التسارع، فيما إذا انخفضت الوفيات، وبالشكل والأسلوب بنفسه ستختلف مدة TFR عن خصوبة الفوج. ونستنتج هنا، من أن التركيب العمري المتأثر بالوفيات سيكون وراء انخفاض الجدول الزمني للفوج، وبعبارة أخرى: أن ثمة وقت يأخذه السكان لنسيان ماضيهم. كما أننا ندرك، أن تطوير استخدام أية صيغة عن حجم الخصوبة بالنسبة إلى أثر الوفيات يظهر وفيات غير مأثوفة، فيما إذا لم تكن خاطئة، مما يعطي نتيجة Ryder's العمومية. لنعطي مدة عمر وهمية، فسينتج أن الفوج يتكامل مع المدة الزمنية ومع معدلات التغير للفوج في لحظته الأولى.

نطبق في الخصوبة معدلات العمر الخاصة، بحيث يكون تكامل إجراءات الحجم للحظة الأولى هي التسارع، في حين طبقنا في الوفيات احتمالات البقاء على قيد الحياة (التركيبيات العمرية)، بحيث تتكامل مع البقاء على قيد الحياة ومع اللحظة الأولى للعمر المتوقع.

2.2. نموذج Feeney و Bongaarts

إن نموذج Feeney و Bongaarts لتغير الوفيات هو متطابق بشكل أساسي مع نموذج الخصوبة، إلا أن الجدول الزمني لمدة التحولات التي مر فيها التوزيع العمري المعياري $S(a, t)$ بدلاً من الجدول الزمني المتكافئ $F(a, t)$.

سنعرض في هذه الفقرة النموذج بالنسبة إلى تباطؤ مرور الزمن، كما فعلنا بالنسبة إلى الخصوبة، بحيث سنناقش لاحقاً الإجراءات لمختلف المدد والفوج في إطار التحليل الطولي للنموذج.

لنرمز بـ $S_0(a)$ لدالة البقاء على قيد الحياة و بـ $d_0(a)$ لدالة الكثافة السكانية الموافقة لذلك و بـ $m_0(a)$ لدالة الخطر، بحيث تشكل هذه مدة الحياة التقليدية للجدول أو للنموذج الرياضي. سنفترض أن البقاء على قيد الحياة في اللحظة الزمنية صفر هو $S_0(a)$ ، بمعنى أن الفئات العمرية جميعها تكون في النهاية خاضعة للجدول الزمني، وهذا يدعونا لقبول أن عدد السكان سيكون بتوزيع عمري متوقف (ثابت) هو $S_0(a)$.

لنفترض أيضاً، بأنه في اللحظة الزمنية صفر ستؤجل كل الأفواج الوفاة بالمعدل نفسه r ، ولنراعي بشكل خاص الفوج والعمر المتحقق a في اللحظة الزمنية صفر، وهو جزء من $S_0(a)$ لمن هو على قيد الحياة، إذ نتوقع للجزء $S_0(a+1)$ أن يبقى على قيد الحياة بعد سنة في العمر $a+1$ ، غير أننا نلاحظ بأن نسبة الباقيين على قيد الحياة قد ارتفعت إلى $S_0(a+1-r)$ ، وهذا يعني على وجه التحديد، عما إذا كان الفوج يتراوح عمره فقط $1-r$ سنة في سنة واحدة. فهذا النوع من النماذج معروف كثيراً في المراجع الإحصائية والمعرفة بنماذج الحياة المتسارعة (انظر: Kalbfleisch, J. D. ; Prentice, R. L., 2002, P. 65)، وخير مثال على ذلك، تشابه حالة أخذ حبوب منع الحمل بحالة عدم الموت (توقف الشيخوخة) للجزء r من السنة، غير أننا نفضل أن تكون عملية التطوير في زمن مستمر.

ومن المعروف، أن هذا النموذج متكافئ مع الأفواج النشطة جميعها للمدة الزمنية المرافقة للتركيب العمري المعياري، إذ إن:

$$S(a, t) = \begin{cases} 1 & \text{if } a < \mathbf{p} \, rt \\ S_0(a - rt) & \text{if } a \geq rt \end{cases} \quad (21)$$

فعلى سبيل المثال، فإن احتمالات البقاء على قيد الحياة للفوج والمشار إليها في الفقرة السابقة هي $S(a,0) = S_0(a)$ و $S(a+1,1) = S_0(a+1-r)$ ، فيما إذا حسبنا اشتقاقات الفوج من خلال تفاضل العلاقة (21) بالنسبة إلى كل من العمر وتغيير الزمن، فإتينا نحصل على الكثافة السكانية التي تعكس التركيب العمري للوفيات في كل زمن، أي:

$$d(a,t) = \begin{cases} 0 & \text{if } a < rt \\ d_0(a-rt)(1-r) & \text{if } a \geq rt \end{cases} \quad (22)$$

إذ إن $d(a,t)$ تابع الكثافة الاحتمالية للفوج فقط، وهذا يعني أنه إذا اخترنا $d(a,c+a)$ مع ثبات c ، فإن المدة الزمنية لا تعكس الصورة الحقيقية، وإنما كثافة تجميع لكثافات مختلف الفئات العمرية، وفي هذا النموذج يتكامل بـ $1-r$ وليس بواحد. ويصف Bongaarts و Feeney تكامل $d(a,t)$ مع ثبات t بالوفيات الإجمالية (TMR). (انظر: Bongaarts, J. and Feeney, G. (2002), P. 11، غير أن Watcher أثبت بأن هذا التكامل يفسر في أي مدة زمنية تُحصى حوادث الوفيات). (انظر: Wachter, K. W., 2005, P.201 - 222)

لنقسم الوفيات $d(a,t)$ على عدد المعرضين للوفاة $S(a,t)$ فنحصل على عمر - مدة زمنية خاصة بشدة الوفيات، أي:

$$m(a,t) = \begin{cases} 0 & \text{if } a < rt \\ m_0(a-rt)(1-r) & \text{if } a \geq rt \end{cases} \quad (23)$$

سيكون هناك خطر على كل من المدة الزمنية والفوج سواءً بالنسبة إلى اللحظة الزمنية t أم لمواليد الفوج باللحظة الزمنية $t-a$. وهذا يدعونا لملاحظة، عما إذا كانت الأفواج جميعها قد بدأت تأخير الوفاة بنسبة الخطر نفسه والذي يعكس مباشرة في احتساب العامل $1-r$ ، بحيث يبدأ التحول إلى سن الشيخوخة، وهذا يبيّن تأثير التسارع الناجم عن التأخر بالوفاة.

لا نعتقد، بأن هذا التشويه سيكون الطريقة الوحيدة التي تمكن الأفواج من تأخير الوفاة لمعدلات دنيا، وإنما ستخفف المخاطر بشكل حقيقي. ويكمن السؤال المثير للاهتمام بآثار التغيير بطول العمر؟

ومن المفيد، أن نعرض لإتمام فكريتي Bongaarts و Feeney الإضافيتين في المعادلات $5a$ و $5b$ / انظر: Bongaarts, J. and Feeney, G. (2002), P. 11، ولاسيما إذا اشتقنا $S(a,t)$ بالنسبة إلى الزمن فقط

(بدلاً من الزمن والعمر بآن واحد)، فنحصل على كثافة الوفاة:

$$d_s(a, t) = d_0(a - rt) \quad (24)$$

ونحصل على دالة الخطر من خلال التقسيم على عدد الباقيين على قيد الحياة $S(a, t)$ ، أي:

$$m_s(a, t) = m_0(a - rt) \quad (25)$$

وبمعالجة دوال الكثافة والخطر لأجل $a \geq rt$ ، نتوصل إلى رؤية أفضل لخصائص التركيب العمري المعياري $S(a, t)$ ، وهذا ما نسميه بالتوزيع العمري وتوزيع الكثافة وتوزيع الخطر على التوالي، آخذين بالحسبان المدة الزمنية لنموذج التحول لشدة الملاحظة للوفيات $m(a, t)$ بالتناسب مع خطر التوزيع العمري $m_s(a, t)$ مع عامل التناسب $1 - r$ ، وهذا ما نسميه بالتناسب لافتراض Feeney و Bongaarts كإطار عمل.

ونرغب هنا بتعميم ملاحظة Feeney و Bongaarts كنموذج عام للتحول لا يكون فيه مقدار التأخير ثابتاً، بل إن r دالة للزمن $r(t)$ ، مع البقاء على الشكل الخطي، لأنه بسيط ويؤدي إلى نتائج واضحة للأفواج.

3.2. أربعة إجراءات عن طول العمر:

اتخذ Feeney و Bongaarts أربعة إجراءات لطول العمر، ورُمز لها بـ M_1 وحتى M_4 ، غير أن ثلاثة من هذه الإجراءات متكافئة في إطار نموذج التحول الزمني التي عرضت في الفقرة السابقة، وإجراءً أخيراً مرتبطاً بالمدة الزمنية للأجل المتوقع.

الإجراء الأول: متوسط مدة الحياة (CAL)

$$M_1(t) = CAL(t) = \int_0^{\infty} S(a, t) dt \quad (26)$$

يُعد هذا الإجراء سهل الحساب بتكامله للتركيب العمري المعياري، بحيث نجد من العلاقة (21) نموذج التحول الزمني، أي:

$$CAL(t) = CAL(0) + rt \quad (27)$$

إذ إنَّ $CAL(0)$ هو على حد سواء CAL والأجل المتوقع المستمر للحياة في الجدول الأساسي $S_0(a)$ ، ويمكننا حساب CAL عددياً من متوسط العمر عند الوفاة، بحيث نحصل على الوفاة لدى تطبيقنا لدالة خطر التركيب العمري $m_s(a, t)$ بدلاً من التركيب العمري المعياري $S(a, t)$.

وما يلفت النظر، أن CAL لا تتغير عندما تبدأ الأفواج تأخير الوفاة، ولكنها تبدأ بمعدل متزايد من r (سنة) سنوياً ما دام التحول (أو تبطؤ الزمن) مازال مستمراً. ويحدث هذا، لأن CAL يستند فقط إلى التركيب العمري في اللحظة الزمنية t ولا يستجيب للتغيرات في الوفيات، كي لا تنعكس على التركيب العمري.

الإجراء الثاني: متوسط العمر المعياري عند الوفاة

ويقوم هذا الإجراء على أساس التركيب العمري المعياري لحوادث الوفيات في الزمن t . وتنتج حوادث الوفيات في هذا المؤشر من خلال تطبيق الوضع الراهن للوفيات $m(a, t)$ ، ومن ثمَّ يمكننا ربط هذا الإجراء بالمخاطر الحالية وبوفيات التركيب العمري الحالي، أي:

$$M_2(t) = \frac{\int_0^{\infty} ad(a, t)da}{\int_0^{\infty} d(a, t)da} = a \quad (28)$$

وتكون في ظل نموذج التحول الزمني كل من شدة الوفيات $m(a, t)$ ودالة خطر التركيب العمري $m_s(a, t)$ متناسبة مع عامل التناسب $1 - r$ ، بحيث يظهر هذا العامل سواءً في بسط كسر العلاقة أم في مقامها، بمعنى أنها تنتج من $M_1(t) = M_2(t)$ وهذا ما لاحظته Bongaarts و Feeney، أنه فيما إذا كان افتراض التناسب غير مقنع، مما سيؤدي ومن ثمَّ إلى اختلاف هذين المؤشرين.

الإجراء الثالث: الأجل المتوقع للمدة الزمنية المستمرة

يمكننا النظر إلى هذا الإجراء ببساطة من خلال متوسط العمر لحوادث الوفاة، ومنها ينتج تطبيق شدة الوفيات $m(a, t)$ بالنسبة إلى المجتمع السكاني المتوقع، الذي يحوي المخاطر، وهذا طبيعي للمدة

الزمنية للباقيين على قيد الحياة $\left\{ \exp \left[- \int_0^a m(x,t) dx \right] \right\}$ (بحيث لا يمكننا التبديل بـ $S(a,t)$ ،

لأن هذا الإجراء يعتمد فقط على شدة الوفيات الحالية، أي:

$$M_3(t) = e_0^{(t)}(t) = \int_0^\infty \exp \left[- \int_0^a m(x,t) dx \right] da \quad (29)$$

في إطار المدة الزمنية لنموذج التحول تكون شدة الوفيات $m(a,t)$ متناسبة مع $m_s(a,t)$ ، ومن ثم تكون المدة الزمنية لدالة الباقيين على قيد الحياة هي سيطرة التركيب العمري المعياري، غير أنه لا توجد علاقة بسيطة بين الإجراءيين $M_1(t)$ و $M_3(t)$ أو بين الإجراءيين $M_3(t)$ و $M_2(t)$.

يلاحظ أنه، عندما تبدأ الأفواج بتأجيل الوفاة سيتأثر بذلك مباشرة الأجل المتوقع عند الولادة، لأنها ترتبط فقط بشدة الوفيات $m(a,t)$ والتي أطرت بالعامل $1-r$ ، مما يؤدي إلى تزايد بالأجل المتوقع عند الولادة e_0 ، وهذا هو ثاتية "أثر التسارع"، وليس تشويهاً لها. فالأجل المتوقع عند الولادة هو خلاصة الوفيات العمرية الخاصة بالفترة الزمنية، وهذا يتوافق تماماً مع انخفاض معدلات الوفيات. وبشكل خاص، سيفسر لنا الفوج الافتراضي e_0 كمتوسط لمدة الحياة من خلال المعدلات الحالية، كما سبق وشرحناه.

الإجراء الرابع: تسارع Bongaarts - Feeney المعدل للأجل المتوقع عند الولادة

يسعى هذا الإجراء إلى إزالة أثر التسارع لشدة الوفيات من خلال التقسيم على $1-r$ ومن ثم تُعرف بـ:

$$M_4(t) = \int_0^\infty \exp \left[- \int_0^a \frac{m(x,t)}{(1-r)} dx \right] da \quad (30)$$

في إطار المدة الزمنية لنموذج التحول تكون شدة الوفيات $m(a,t)$ متناسبة مع $m_s(a,t)$ ويعامل التناسب $1-r$ ، ومن ثم تكون $M_4(t) = M_1(t) = M_2(t)$. انظر: Bongaarts, J. (2002), P. 11 and Feeney, G. / وفي هذه الحالة يصبح هذا الإجراء بمنزلة وسيلة أو طريقة جيدة لتقدير CAL أو متوسط العمر عند الوفاة بغض النظر عن الخطر، فيما إذا لم نحصل على

النموذج، فإن $M_4(t)$ ستكون إجراء آخر، يرتبط بوضوح بالشدة الحالية للوفيات ومعدل التأخير r ، غير أن التطبيق العملي يتطلب معرفة التركيب العمري المعياري للتقدير. وضح Wachter بدقة خصائص $M_4(t)$ بما ويتلاءم مع المشكلة المطروحة.

وباختصار، عندما تبدأ الأجيال بتأجيل الوفاة سيتأثر بذلك مباشرة الأجل المتوقع عند الولادة، ويكون تأثير الإجراءات الثلاثة الأولى بطيئاً، وتتغير بالتزايد آلية عمل التركيب العمري، وهذا يكمن، فيما إذا كان التأخير أو التشويه في الأجل المتوقع عند الولادة، ومن ثم سيكون هذا انعكاساً للحقيقة، لأن معدلات الوفيات ستختلف عن شدة الوفيات المتأثرة بالتركيب العمري، وسوف نتناول هذا في آثار المدة الزمنية للنموذج في الفوج.

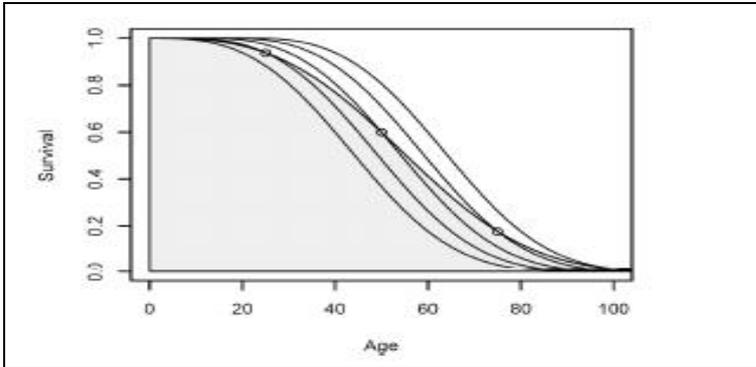
4.2. بقاء الفوج على قيد الحياة

لنعدّ ثانية بدء مواليد الفوج الذين ولدوا في اللحظة الزمنية لمدة التحول أو للتباطؤ نحو الأذى بمرور الزمن، بحيث لا يتوقع لهذا الفوج أن يتبع للجدول الزمني $S_0(a)$ ، وإنما للجدول الزمني الآخذ بالحسبان احتمال البقاء على قيد الحياة عند العمر، وكما هو معطى بالعلاقة الآتية:

$$S^{\dagger}(a) = S_0(a(1-r)) \quad (31)$$

ونحصل على هذه النتيجة مباشرة من نموذج المدة الزمنية في العلاقة (21)، وهي تظهر أن كل سنة تقويمية يكون فيها عمر الفوج فقط $(1-r)$ سنة.

الشكل رقم (4): يبين ما تؤديه مدة التحول إلى تحول بتأخر الفوج



يفسر الشكل رقم (4)، كيف أن مدة التحول تؤدي إلى تأخر الفوج، وذلك من خلال استعمال توزيع Weibull الذي يتحول نحو الأعمار الأعلى بمعدل 0.2 سنة سنوياً، وهو معدل عالٍ ومقتصر عند اختياره للتوضيح. ونظهر الجدول عند بدء العملية بـ 25 و 50 و 75 و 100 سنة لاحقة، علماً بأن احتمالات البقاء على قيد الحياة تطبق على فوج افتراضي يخضع لها، مع إمكانية تسليط الضوء على الأعمار التي يكون فيها الفوج على قيد الحياة، بحيث تتبع هذه الاحتمالات لثلاثة منحنيات مركزية، وبشكل مشابه، لما هو موضح في الشكل رقم (2) حول الخصوبة.

ويمكننا حساب الأجل المتوقع من خلال $S^+(a)$ وباستخدام التغيير نفسه في المتغيرات الفنية التي استخدمناها في حالة الخصوبة، فنجد:

$$e_0^+ = \int_0^{\infty} S_0[a(1-r)] da = \int_0^{\infty} S_0(y) \frac{dy}{1-r} = \frac{e_0}{1-r} \quad (32)$$

ومن ثم نجد، أنه إذا كانت $r \neq 0$ فإن الأجل المتوقع ضمن الجدول الزمني يتجاوز القيمة الممكنة له، فيما إذا كان الجدول الزمني محدوداً، وتكون المنطقة الواقعة تحت المنحنى الأصلي e_0 وهي المنطقة المظللة تحت افتراضات e_0^+ .

ونذكر على سبيل المثال، أن الأجل المتوقع في الولايات المتحدة الأمريكية اليوم هو 77.3 سنة في إطار الجدول الزمني المحدد للوفيات، لكنه سيكون 85.8 سنة، إذا كان الجدول الزمني قد انتقل بمعدل 0.1 سنة سنوياً، وهذا ما لوحظ من خلال الزيادة في الأجل المتوقع بين عامي 2001 و 2002، وقد

$$\text{حُساب ببساطة } 85.5 = \frac{77.3}{0.9}$$

لنعد إلى $S^+(a)$ فيكون تابع البقاء على قيد الحياة المطبق على الفوج الافتراضي، هو التفاضل لتابع الكثافة، وكالاتي:

$$d^+(a) = \frac{d}{da} S^+(a) = \frac{d}{da} S_0[a(1-r)] = d_0[a(1-r)](1-r) \quad (33)$$

ويحسب الخطر كنسبة حوادث الوفيات إلى الباقيين على قيد الحياة، أي:

$$m^+(a) = d^+(a) / S^+(a) = m_0[a(1-r)](1-r) \quad (34)$$

وهذا يعني، أنه إذا كان الجدول الزمني لتحويلات الوفيات بمعدل 0.1 سنة سنوياً، سيتوقع لشخص عمره 60 عاماً، أن يعيش 54 سنة وهو على قيد الحياة على الرغم من أنه سيعترض لـ 90% من المخاطر، أما إذا كان الجدول الزمني محدداً، فإن هذه النتائج تتفق والمعادلات (22) و (23)

$$\left(\frac{d}{dt} M_2(t) = r \right) \text{ والتي أظهرناها سابقاً } .$$

/ انظر : Bongaarts, J. and Feeney, G. (2002), P. 11

ونلاحظ ثانيةً، مع تسارع تباطؤ الزمن، سيختلف الخطر مع العامل $(1-r)$ ، ويتناسب لبقاء الفوج مدة أطول على قيد الحياة، فعلى سبيل المثال، إن دالة بقاء الفوج $S_0(a)$ على قيد الحياة مرتبطة بمؤشرات توزيع Weibull (P) و (I) ، وعليه نكتب: $S_0(a) = \exp\{- (Ia)^P\}$ ، وفي هذه الحالة، سيكون الباقيون على قيد الحياة $S^+(a)$ وحسب مؤشرات توزيع Weibull (P) و $I^+ = I(1-r)$ ، وهذا يرتب على التحول التباطؤ بمرور الزمن، وعلى الباقيين على قيد الحياة بشكل يتناسب وانخفاض الخطر بالنسبة إلى كل الفئات (P) وبشكل يتناسب مع الخطر والأسر معاً. وخير مثال على ذلك، ما يرتبط بالوفيات البشرية، وبخاصة لدى البالغين من العمر، وعليه وضع Gompertz نموذجاً بالمؤشرات a و b ، إذ إن دالة الخطر الأساسية $m_0(a) = \exp\{a + ba\}$ وهي ذات تزايد آسي مع التقدم بالعمر. وفي هذه الحالة، وبمحاكاة لدالة البقاء على قيد الحياة، نستطيع أن نكتب مؤشرات Gompertz كالتالي: $a^+ = a + \log(1-r)$ و $b^+ = b(1-r)$ ، ومنه نحصل على نتيجة مباشرة للمفهوم العام المذكور أعلاه، وبهذا الشكل سيكون التغيير في الخطر وليس في التناسب، وإنما ستصبح أكبر نسبياً مع التقدم بالعمر. فمثلاً، بلد مثل الولايات المتحدة، حيث معدلات وفيات البالغين تقترب من مؤشرات Gompertz، فسيكون التحول بمعدل 0.1 سنة ولكل سنة وبدءاً من العمر 30، ومن ثم سيقبل الخطر 10% بالعمر 30 سنة، و30% بالعمر 60 سنة، و46% بالعمر 90 سنة. ويتوقع نتيجة لـ 30 عاماً، أن يبقى على قيد الحياة 43.4 عاماً آخر في إطار الظروف الحالية للحياة، وبالمتوسط نحو 53.8 سنة (تمت هذه الحسابات بالاستناد إلى $(a = -9.636)$ و $(b = 0.0855)$ ، وهذا يعني أن: $a^+ = -9.545$ و $b^+ = 0.07694$ ، مع الإشارة إلى أن التحول سيبدأ بدءاً من العمر a_0 بدلاً من الصفر، أي: $a^+ = a + \log(1-r) + brm_0$ ، وعليه ستكون قيمة $a^+ = 53.8$ وهي عبارة عن حاصل قسمة $\frac{48.4}{0.9}$ أو من خلال التكامل العددي لخطر Gompertz.

ويمكننا سحب هذه النتائج على عدة أفواج، كما حصل في الخصوبة، وذلك بافتراض أن التركيب العمري المعياري يستمر في تحوله بمعدل ثابت، والحجة المستخدمة بالأساس، هي نفسها في الفقرة السابقة. كما أننا نبين، أن أفراد الفوج ولدوا في اللحظة $(t \text{ f } 0)$ ويبقون على قيد الحياة من خلال الجدول الزمني، أي:

$$S(a, t+a) = \begin{cases} 1 & \text{if } a \leq t \\ S_0(a - r(t+a)) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (35)$$

وبذلك يكون الأجل المتوقع:

$$e_0^{(a)}(t) = e_0^+ + r_c t \quad (36)$$

إذ إنَّ: e_0^+ تمثل الأجل المتوقع للفوج عند الولادة في اللحظة (0) و r_c معدل التغير للأجل المتوقع للفوج:

$$r_c = \frac{r}{1-r} \quad (37)$$

ليكن $S_0(a)$ الفوج عند الولادة في اللحظة (0) والذين يستمرون على قيد الحياة، ليشكل نموذجاً مقبولاً للفئات العمرية كلها، والأفواج التالية، وذلك تحت افتراض عدم حدوث أي وفاة حتى العمر $r_c t$ ، وإلى أي لحظة زمنية تعود للجدول الزمني وتتغير عنه. فهذه الميزة تجعل من النموذج أقل واقعية لمحددات الفوج المتعددة، بحيث تصبح قابلة للاستخدام، وهذا ما عمد إليه كل من Bongaarts و Feeney، بأن عمر البلوغ، ولنقل قبل 30 سنة، ذا وفيات أقل من بقية فئات السكان العمرية الأخرى. ويحذر هنا، من أن النتائج السابقة، تسمح لنا، من سحب المدة الزمنية CAL أو متوسط العمر بدلاً من الأجل المتوقع للفوج. وكما أشرنا في فقرة سابقة، أنه إذا انخفضت الوفيات، فإن التركيب العمري سيتغير بقوتها، ونكتب الآتي:

$$CAL(t) \text{ p } e_0^{(p)}(t) \text{ p } e_0^{(c)}(t) \quad (38)$$

وسنكون أكثر دقة في إطار مدة التحول النموذجي، لأن هذا يمكننا من تبيان الإجراء الرابع M_4 — Bongaarts و Feeney، الذي يساوي بالوقت نفسه كلاً من CAL ، و M_1 و M_2 ، ويكون الأجل المتوقع للفوج الآن هو متوسط العمر عند الوفاة:

$$CAL(t + e_0^{(c)}(t)) = e_0^{(c)}(t) \quad (39)$$

وبالتعويض المباشر نتحقق نتيجة سهلة، وهي أن فوج الذين ولدوا في اللحظة t سيكون متوسط عمرهم عند الوفاة $(e_0 + rt)/(1 - r)$ ، وكبديل عن ذلك، يمكننا الرجوع إلى الزمن ونلاحظ أن الفوج يموت اليوم، ولاسيما الفوج الذي ولد في اللحظة $(t - e_0^+)/(1 - r_c)$ وأجله المتوقع $CAL(t)$. أشار Goldstein إلى العلاقة (39) واستخداماتها، لإظهار أنه في إطار الاستمرار الخطي لتغير الفوج الذي ولد اليوم، سيكون أجله المتوقع، هو نفس ما تقدمه العلاقة (32)، وهذا يعزز الثقة في تلك النتائج. (انظر: Goldstein, J. R., 2006, P. 71 - 84)

وخلاصة القول: إن إجراءات الأجل المتوقع التقليدي e_0 ، تبين كم من السنوات يبقى مولود جديد على قيد الحياة فيما إذا استمرت المعدلات على حالها، وهذا قد لا يكون تقديراً واقعياً، إذا ما أخذ معدل الوفيات بالانخفاض. وبناءً على نموذج الجدول الزمني، بينما أنه بإمكان مولود جديد، أن يعيش سنوات أطول e_0^+ ، وتصبح المدة الزمنية CAL وهي العمر عند الوفاة والتدبير الرابع لـ Bongaarts و Feeney - M_4 ، جميعها منخفضة، وهذا يطابق متوسط العمر عند الوفاة للفوج، الذي بلغ الآن أجله المتوقع، فيما إذا استوفيت افتراضات نموذج التحول الخطي البسيط .

2.5. النموذج النسبي للمخاطر

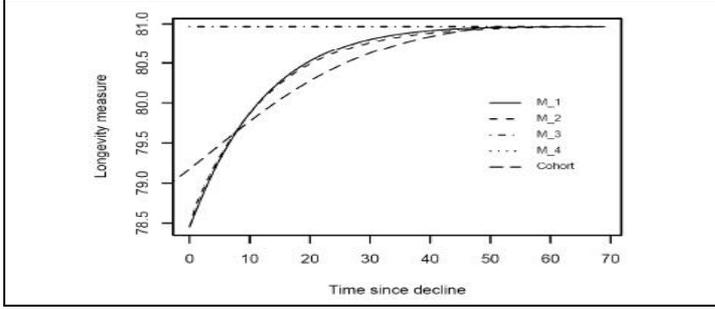
فيما إذا كان ما افترضناه ليس مرضياً تماماً على سبيل المثال، فعندها تكون كل من CAL و M_2 و M_4 مختلفة، وعلى وجه الدقة، ينظر إلى عدد السكان كتبار مستمر من المواليد، وبغض النظر عن الوفيات قبل العمر 30.

بفرض أن قوة الوفيات حسب دالة Gompertz، التي أشرنا إليها سابقاً، وكانت: $a = -9.997$ و $b = 0.0855$ ، أنها توافق جدول الحياة للولايات المتحدة الأمريكية لعام 2002، كما نفترض أن معدل الوفيات مستمراً لمدة كافية، ليصبح عندها عدد السكان مستقراً (ثابتاً)، وفي هذه الحالة، ستكون التدابير الأربعة جميعها: CAL ومتوسط العمر عند الوفاة e_0 ودالة الأجل المتوقع حسب Bongaarts و Feeney - M_4 تساوي 78.45.

لنفترض الآن، أنه باللحظة (0)، أن قوة الوفيات انخفضت ولفئات العمرية كلها بنسبة 20 %، فإن المدة التقليدية للأجل المتوقع تبدأ بتلخيص الوفيات العمرية، الأمر الذي من شأنه أن يزيد مباشرة الأجل المتوقع إلى 80.97، ليعكس مدى التحسن الحاصل.

لنحرص على عدم الاستنتاج، بأن هذه الأفواج جميعها ستبقى طويلاً على قيد الحياة، لأن الحساب ينسحب فقط على الأفواج بـ 30 سنة وفي اللحظة الزمنية (0)، وتحت افتراض بقاء معدل الوفيات مستمرة بعد ذلك. ومن جهة أخرى، فإن CAI لن يتغير في اللحظة الزمنية التي ستبدأ من (0)، وإنما سيبدأ ويشكل غير مباشر ارتفاع تراجع الوفيات، الذي سينعكس على التوزيع العمري المعياري. وسيكون كل من عدد السكان مستقرًا و $CAI = 80.97$ ، ويبين الشكل رقم (5) مسار CAI في مثالنا:

الشكل رقم (5): التدابير الأربعة لطول العمر ولمرة واحدة للحد من المخاطر.



وبشكل عام، لا يتغير متوسط العمر عند الوفاة مباشرة، على الرغم من ارتباط هذا المؤشر بقوة ملاحظة الوفيات، فعندما تنخفض الوفيات بنسبة 20% في اللحظة الزمنية (0)، فإن عامل التناقص سيغلي من كل من البسط والمقام على حد سواء، إلا أن هذا يكون فقط للحد من مساره من خلال التركيب العمري، لأن متوسط العمر عند الوفاة يبدأ بالارتفاع، ليصل بالنهاية إلى 80.97، وهذا ما تم توضيحه بالشكل رقم (5)، إذ يكون مسار متوسط العمر عند الوفاة شبيهاً بمسار CAI ، كما أن تسارع Bongaarts و Feeney وتدابيره مرتبطة بشدة الوفيات وبالعامل المصحح بالاستناد إلى r ، الذي يقدر باستخدام TMR (باستخدام المشتق العددي لـ $M_2(t)$ والذي يعطي إلى حد كبير النتائج نفسها، باستثناء السنتين الأوليين)، ونتيجة التدبير M_4 هي مماثلة تماماً للتدبيرين الآخرين، وتقترب من السنتين عاماً، لتعكس التغير اللحظي في الوفيات التي حدثت في اللحظة الزمنية (0).

ويبين الشكل رقم (5) أيضاً، تقديراً للأجل المتوقع للفوج تحت افتراض استمرار الوفيات قبل اللحظة الزمنية (0) وبعدها وبالمستوى المعطى نفسه، ومن ثم يمكننا القول: إنَّ الأجل المتوقع للفوج

سيصل إلى العام الذي سيصل إليه متوسط العمر عند الوفاة، ومن ثم سينحى مسار أثر التدابير الثلاثة لطول العمر بالزيادة عن الأجل المتوقع للفوج، وذلك بصورة تقريبية.

3. مناقشة ونتائج:

حاولنا في هذا البحث تسليط الضوء على أوجه التشابه بين تحليل الخصوبة والوفيات، كما أثبتنا إمكانية تطبيق صيغة التحول لـ Ryder's بشكل عام على الظواهر الديمغرافية، فيما إذا كانت تلك الظواهر تمثل معدلات الخصوبة العمرية، ولأن صيغة التحول تقيس المدة الزمنية والفوج بشكل كمي، أما إذا كانت تلك الظواهر تمثل احتمالات البقاء على قيد الحياة، فإن صيغة التحول تقيس المدة الزمنية والفوج كتسارع، غير أننا استخدمنا *CAL* بدلاً من الأجل المتوقع التقليدي. وقد لاحظنا، بأن المدة الزمنية والفوج كمتغيرات ديمغرافية تتغير وتختلف في أوقات التحول، وحسب اعتقادنا أن هذه الاختلافات يشوبها تحيزاً أو تشويه غير مرض، وأن مجاميع المدة الزمنية تقدم نتائج مرضية، وعلى خلاف مجاميع الفوج التي تحتاج غالباً لفهم كافٍ.

ركزنا على إطار Feeney و Bongaarts، المرتكز في جوهره على معدلات الخصوبة والوفيات، وفيه يتشكل الجدول الزمني تراكمياً لمتوسط الإيجاب أو لاحتتمالات البقاء على قيد الحياة، بحيث يشكل هذا التحول الدافع لافتراض أن الأفواج كلها لديها الرغبة في تأخير الحمل أو تأجيلهما، وبالتسارع والوفاة نفسه، وهذا يرتبط تماماً مع الفشل السريع لزم النماذج المطبقة في تحليل البقاء على قيد الحياة، الأمر الذي ينتج عنه انخفاض تناسبي في معدلات الخصوبة أو معدلات الوفاة، التي تنتقل إلى الفئات العمرية المسنة.

ينطبق النموذج المقترح على العديد من الأفواج، غير أنه يحتاج إلى تعديل الافتراض في تعرض الأفواج لتأخر في بدء التعرض للتجربة من زمن إلى آخر، وليس لمجرد تباطؤ بالزمن، وهذا الافتراض يكون أقل واقعية، في حالة الوفاة، لأنه يتطلب تحديد عدد البالغين في الفئات العمرية نتيجة تدني وفيات السكان.

وقد اقترحنا عدة تدابير عن التسارع بشرط تغيير معدلات الخصوبة والوفيات، التي تكمل تفسير Zeng - land للتعديل المطبق من قبل Feeney و Bongaarts وللنموذج الافتراضي نفسه.

ولم نحاول في هذا البحث من تسليط الضوء فقط على أوجه التشابه بين معدلات الخصوبة والوفيات، وإنما أيضاً على بعض الاختلافات الجوهرية بينهما. ففي حالة انخفاض معدلات الخصوبة العمرية

لمدة زمنية محددة، فإنه يمكننا عرض تلك المعدلات في تغيرات كمية أو في تسارع للخصوبة: فيمكن أن يكون للإناث عدد أقل من الأطفال أو يكون لهم ذلك العدد من الأطفال في وقت لاحق (أو كليهما). ومع افتراض أن التأخير يحدث في الفئات العمرية كلها، وبالتسارع نفسه لإطار Bongaarts و Feeney، فإنه يمكننا التمييز بين نوعين من التغيير. وقد بينا من خلال شرحنا، أنه يمكن أن يساء التفسير في انخفاض معدل الخصوبة الكلية من 4.0 إلى 3.2، كما هو الحال التغيير في حجم الأسرة، عندما يكون ذلك مصحوباً بزيادة سنوية قدرها 0.2 سنة في متوسط عمر الإنجاب، الأمر الذي من شأنه أن يؤدي إلى مثل هذا الانخفاض، كما استنتجنا الأثر الصافي للتسارع، وهذا لا يعني على الإطلاق، أن انخفاض في المعدلات لمدة زمنية ليس حقيقياً. فالطريق الوحيد الذي تستطيع فيه الأفواج التي لديها 4 أطفال ولمدة طويلة زمنياً، هو التسارع البطيء. والتدبير الجديد، الذي عرضناه عن التسارع، هو كم من الزمن يستغرق ذلك؟ يوجد سببان، لماذا تكون الوفيات مختلفة، فيما إذا كان لها التحول نفسه؟ فالسبب الأول، هو أن الوفيات كظاهرة صافية للتسارع، ولأن جميعهم سيموتون بالضبط في زمن واحد، ولكن متى؟ ومن ثم، فإن الانخفاض بمرور الزمن لشدة الوفيات يمكن أن يعني فقط، أن الأفواج ستتأخر بالوفاة.

إذاً، ليس ثمة خطر من خطأ التفسير، ومن ثم يمكننا القول: لا ضرورة لتعديل Bongaarts و Feeney مع الاعتراف الضمني لنقطة بغاية الأهمية، وهي: أن متوسط العمر عند الوفاة يناظر تماماً متوسط العمر عند الإنجاب، وهذه بالواقع ليست بحاجة لأي تعديل، إلا أن Bongaarts و Feeney عدداً شدة الوفيات بالطبع كوسيلة تقليدية لحساب الأجل المتوقع بما يتماشى وإجراء CAI أو مع العمر عند الوفاة. وهنا لا نرى أي تحيز في شدة الوفيات الملاحظة، كما أننا لا نرى أيضاً أي تحيز في الخصوبة العمرية، وخير دليل على ذلك، هو بالحقيقة بقاء الفوج على قيد الحياة مرتبطاً بالكامل بـ $m(a, t)$ وليس بالنسخة المعدلة للتسارع. والسؤال الآن، فيما إذا كان بإمكاننا أن نستخدم المتوسط المعياري للعمر عند الوفاة أم الأجل المتوقع التقليدي كمقياس لطول العمر؟ هذا يقودنا مباشرة إلى السبب الثاني، عندما تختلف الوفيات، وهذا ما يفعل عند التعرض لذلك. ففي الخصوبة تتعرض الإناث جميعهن للولادة، سواءً أكان لديهن ولادة من قبل أم لا، الأمر الذي يجعل من حقيقة التعرض لهذا المعدل، بحيث تعني كل من الفوج ومدة معدل الخصوبة الكلية $f(a, t)$ و TFR ومتوسط عمر الإنجاب خلاصات لهذه المعدلات ولا تتأثر بمثل ذلك التعرض، أما في حالة الوفاة، فالباقيون على قيد الحياة هم فقط الذين سيواجهون خطر الوفاة، وهذا يقودنا إلى تحليل ما ينصب عليه الاهتمام بشدة الوفيات $m(a, t)$ التي تؤثر في عدد الباقيين على قيد الحياة $S(a, t)$ ، وما ينتج من الوفيات $d(a, t)$. سنتهم لأجل الفوج اختيار التدبير الذي يتعرض بنفسه ويتحدد

بقوة الوفيات ليكون كل من الأجل المتوقع التقليدي ومتوسط العمر عند الوفاة متطابقين. وسيكون كلا الإجراءين لمدة زمنية مختلفين، فيما إذا تغيرت الوفيات، وعندها يكون الأجل المتوقع التقليدي مرتبطاً فقط بالمدة الزمنية لقوة الوفيات $m(a, t)$ ، في حين أن متوسط العمر عند الوفاة يتوقف على $S(a, t)$ ، و على عدد السكان بالماضي وتاريخ وفياتهم، كما لاحظنا في إطار هذا الافتراض القوي نموذج تحول خطي، يتزامن فيه متوسط العمر عند الوفاة مع الأجل المتوقع للفوج ليبلغ الآن متوسط العمر عند الوفاة.

لنعد إلى السؤال المطروح في البداية: كم من العمر نريد أن نعيش؟ لأمكننا ملاحظة إجابات مختلفة مرتبطة بدقة تعريف من "نحن"؟ يتطابق الأجل المتوقع التقليدي معه للفوج الافتراضي، لتعرضه لمجموعة من المعدلات الثابتة، وهذا ميزة كبيرة تنطبق على الجميع، عندما تكون الوفيات ثابتة (متوقفة)، ولكن إذا تغيرت الوفيات، كانت الفائدة من التركيب العمري أقل: لهذا نسال، إلى متى يعيش شخص ما، ويخضع لمعدلات الوفيات نفسها، إذا ما تغيرت؟ نحن نعلم، من المحتمل أن نعيش مدة أطول من ذلك، وهذا يمكننا من تقدير، كم من العمر نريد أن نعيش، وذلك بافتراضات أكثر قوة عن التغيرات المستقبلية؟ وبشكل خاص، إن استمرار النموذج الخطي للتحول سيؤدي بكمبار السن إلى e_0^+ ، وهو مقياس بسيط للأجل المتوقع في ظل تغيرات الوفيات المقترحة هنا، وهذا هو الحال، عندما تنخفض الوفيات ليؤول الفوج للعيش أطول، أو أكبر من e_0 ضمناً. يُعلمنا إجراء Feeney و Bongaarts، كم يموت من هؤلاء الذين يعيشون اليوم، فالمعيار الوحيد هو حجم الفوج، عندما يحمل الافتراض التناسب. وبالْحَقِيقَة، أن هؤلاء الذين يموتون اليوم، فهم لا يعيشون أطول من هذا اليوم، لكن الأطفال الجدد أو حديثي الولادة يحتمل من أن يعيشوا أطول، سواء أكانت المعدلات ثابتة أم متغيرة، وهذا لا يشويه أي تحيز، بل هو من وقائع الحياة.

ومن مناقشة ما سبق، أكدنا التفسير العملي لتدابير مختلفة عن طول العمر، كما ضمنا قبول وجهة النظر التقليدية حول تغير الوفيات المؤدية إلى دالة الخطر، لكن أسلوب Feeney و Bongaarts قد اختلف اختلافاً جوهرياً، واختلاف وجهات النظر حول تغيير الوفيات بفضل مكاسب في طول العمر سيؤدي إلى تحول في التركيب العمري، وهذا الاختلاف في الخطر يكمن في العامل $(1-r)$ وفي الانتقال إلى الفئات العمرية المعمرية. وللأسف، فإنه من الصعوبة بمكان التفريق بين هذه الأطر التجريبية، لأن الأنماط العمرية لوفيات البلدان المنخفضة قريبة جداً من نموذج Gompertz، إذ إنَّ الانخفاض التناسبي للحد من الخطر لا يمكن تمييزه عن التحول عن الفئات العمرية المعمرية، ولكن إذا كانت الوفيات متوقفة عن الانخفاض عاجلاً، كما نحن نعلم، فإن نموذج التحول الزمني يتوقع

زيادة في الخطر وأن العامل $(1 - r)$ سيختفي، وسنتأثر بالماضي، في حين أن وجهة النظر التقليدية تُبقي على استمرار الخطر، وأمام هذا الخيار، يمكننا جيداً أن نرى استمرار مخاطره إلى الانخفاض وأنهم سيعيشون مدة أطول مع عدم اليقين.

المراجع

- Arias, E. (2004). United States life tables, 2002. *National Vital Statistics Reports*, 53(6):271–291.
- Bongaarts, J. and Feeney, G., (2003), Estimating mean lifetime. *In this volume, also published in Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100(23):13127–13133..
- Bongaarts, J. and Feeney, G. The quantum and tempo of life-cycle events. *In this volume, also published in Vienna Yearbook of Population Research*, pages 115–151. 2006.
- Bongaarts, J. and Feeney, G. (1998). On the quantum and tempo of fertility. *Population and Development Review*, 24(2):271–291.
- Bongaarts, J. and Feeney, G. (2000). On the quantum and tempo of fertility: Reply. *Population and Development Review*, 26(3):560–564.
- Bongaarts, J. and Feeney, G. (2002). How long do we live? *Population and Development Review*, 28(1):13–29.
- Coale, A. J. (1971). Age patterns of marriage. *Population Studies*, 25(2):193–214.
- Coale, A. J. and Trussell, T. J. (1974). Model fertility schedules: Variations in the age structure of childbearing in human populations. *Population Index*, 40:185–258.
- Goldstein, J. R. Found in translation? A cohort perspective on tempo-adjusted life expectancy. *In this volume, also published in Demographic Research*, 14(5):71–84. 2006.
- Guillot, M. Tempo effects in mortality: An appraisal. *In this volume, also published in Demographic Research*, 14(1):1–26. 2006.
- Guillot, M. (2003). The cross-sectional average length of life (CAL): A crosssectional mortality measure that reflects the experience of cohorts. *Population Studies*, 57(1):41–54.
- Kalbfleisch, J. D. and Prentice, R. L. (2002). *The Statistical Analysis of Failure Time Data*. John Wiley and Sons, New York, 2nd edition.
- Keilman, N. (1994). Translation formulae for non-repeatable events. *Population Studies*, 48(2):341–357.

- Ryder, N. B. (1964). The process of demographic translation. *Demography*, 1(1):74–82.
- Schoen, R. (2004). Timing effects and the interpretation of period fertility. *Demography*, 41(4):801–819.
- Van Imhoff, E. and Keilman, N. (2000). On the quantum and tempo of fertility: Comment. *Population and Development Review*, 26:549–553.
- Vaupel, J. W. (2002). Life expectancy at current rates vs. current conditions: A reflexion stimulated by Bongaarts and Feeney's "How long do we live?". *Demographic Research*, 7. Article 8.
- Wachter, K. W. Tempo and its Tribulations. *In this volume, also published in Demographic Research*, 13(9):201–222. 2005.
- Zeng Yi and Land, K. C. (2001). A sensitivity analysis of the Bongaarts-Feeney method for adjusting bias in observed period total fertility rates. *Demography*, 38:17–28.
- Zeng, Yi and Land, K. C. (2002). Adjusting period tempo changes with an extension of Ryder's basic translation equation. *Demography*, 39(2):269–285.