

# المحاضرة الحادية عشر: أسس المنطق الرقمي:

## أنظمة العد

### مقدمة: الأرقام الثنائية، لغة الحاسوب المميزة

في عالم الحواسيب والأنظمة الرقمية، يتم التعامل مع المعطيات والبيانات وفقاً لتمثيلٍ وطريقةٍ خاصة. هنا علينا أن نتذكر أمراً هاماً، وهو أن الدارات الحاسوبية المسؤولة عن معالجة المعطيات، وتخزينها، ونقلها، وحتى إرسالها لوحدات الإظهار، لا تستطيع أن تفهم إلا نمطاً واحداً من المعطيات: المعطيات الثنائية، أي المعطيات التي تكون على شكل سلاسل من الأصفر والواحد. بمعنى آخر، فالحاسوب يمتلك لغته الخاصة، التي تتخاطب أجزاءه عبرها، وكي يستطيع فهم الأوامر التي نرسلها إليه باللغة التي نفهمها نحن، يجب أن يتم تحويل المعلومات والمعطيات إلى لغته الخاصة به، ودون ذلك، لن يستطيع الحاسوب تنفيذ عمليات المعالجة وأي نمط آخر من الأوامر قد نطلبها منه.

بهذا السياق، فإن التعامل مع الحواسيب والأنظمة الرقمية يتطلب معرفة بأنظمة أعداد معينة، تختلف قليلاً عن أنظمة الأعداد التي نتعامل معها بالحياة اليومية، ولكنها ترتبط بها، حيث يمكن التحويل من هذه الأنظمة إلى النظام الذي نفهمه بحياتنا اليومية، والعكس أيضاً صحيح.

من ناحية أخرى، وبما أن العمليات التي تجري ضمن الدارات الحاسوبية والأنظمة الرقمية تعتمد على الجبر والمنطق، فإن الأعداد التي سيتم التعامل معها يجب أن تخضع أيضاً لشروط الجبر والمنطق، وأي نمط معلومات يتم إدخاله للحاسوب، يجب أن يتم تحويله للصيغة التي يفهمها الحاسب، كي تتمكن الدارات الحاسوبية من التعامل معها، ومعالجتها، ومن ثم تقوم بإعادة تحويلها للنمط الذي نفهمه نحن كبشر.

إذاً، فإننا سنستعرض ضمن هذه المقالة أنظمة العد التالية، والتي تعتبر حجر أساس لأي شخص يريد الدخول لعالم الأنظمة الرقمية والدارات الحاسوبية:

### Decimal System نظام الأعداد العشري

### Binary System نظام الأعداد الثنائي

### Octal System نظام الأعداد الثماني

### Hexa-Decimal System نظام الأعداد الستة عشري

يجدر بنا التنويه هنا إلى أمرٍ هام جداً، وهو أساسيات أي نظام أعداد، فكل نظام أعداد يتصف بشكلٍ أساسي بما يلي  
أساس النظام: وسنعطيه المتحول (n)

### مكونات النظام: وهي الأعداد من (0) وحتى (n-1)

بناءً على الأساسيات البسيطة السابقة، أصبح الآن بإمكاننا البدء بتوضيح أنظمة العد ودورها في العالم الرقمي، ومن نظام الأعداد... العشري سنبدأ

### نظام الأعداد العشري Decimal System

نظام الأعداد العشري هو أبسط أنظمة العد من حيث سهولة الفهم لنا كبشر. فهو نظام الأعداد الذي نستخدمه في الحياة اليومية، والذي نستطيع تطبيق عليه العمليات الجبرية بالشكل التقليدي: أي الجمع والطرح والضرب والقسمة

أساس النظام العشري هو العدد (10)، وبالتالي فإن مكوناته ستكون من (0) وحتى (10-1) أي من (0) وحتى (9). بالنسبة لنظام الأعداد العشري، فإن أي رقم فيه يمكن تمثيله باستخدام كثيرات الحدود. ومن دون الخوض بالتفاصيل، سنأخذ المثال التالي كي نفهم أكثر كيفية بناء العدد العشري.

ليكن لدينا العدد (843)، فإنه فعلياً عبارة عن مجموع جداءات كل عدد، مضروباً بالمرتبة العشرية الموافقة. فالعدد (8) سيكون

مضروباً بالمرتبة العشرية الثانية، أي (2^10) وهي 100، والعدد (4) سيكون مضروباً بالمرتبة العشرية الأولى، أي (1^10)

وهي العدد 10، أما العدد (3) فيكون مضروباً بالمرتبة العشرية الصفرية، أي (0<sup>10</sup>) وهي تساوي الواحد، ومع جمع الحدود السابقة، نستطيع الحصول على القيمة الكلية للعدد، وهي 843. تدعى المرتبة العشرية التي يتم ضرب بها بالـ "وزن".

## نظام الأعداد الثنائي Binary Number System

نظام الأعداد الثنائي، فعلياً، هو أساس الثورة الرقمية بالكامل، وأساس عمليات المعالجة الحاسوبية كلها. بشكلٍ بسيط، فإن هذا النظام يتألف من عددين فقط: 0 و 1. وبالتالي فإن أساس النظام هو (2) ومكونات النظام هي {0,1}.

كي تصبح الصورة أوضح، فإن أي نمط من أنماط المعلومات، يتم ترميزه في نظام الأعداد الثنائي باستخدام سلسلة من الأصفار والوحدات. فكر بأي نمط من أنماط المعلومات: حرف، كلمة، صورة، فيديو، كلها يتم تمثيلها في نظام الأعداد الثنائي باستخدام سلاسل طويلة من الأصفار والوحدات، ولا شيء سواها

تكمّن أهمية النظام الثنائي، من كونه نظام الترميز المستخدم لتمثيل المعلومات والمعطيات ضمن الدارات الحاسوبية والرقمية، فأبي معلومة، يتم تحويلها بشكلٍ أساسي إلى نظام الأعداد الثنائي، ومن ثم يتم تتم معالجتها ضمن الحاسوب، وأخيراً يتم تحويل ناتج المعالجة للشكل الذي نستوعبه، ويتم إظهاره. هذا - ببساطة - مبدأ عمل كافة الأجهزة الحاسوبية، بدءاً من الحواسيب المنزلية، إلى الحواسيب المحمولة، وصولاً للهواتف الذكية والحواسيب اللوحية

بالطبع، هنالك قواعد للتحويل بين أنماط المعطيات والمعلومات لتصبح متناسبة مع النظام الثنائي، وكذلك طرق لتحويل المعلومات والمعطيات من النظام الثنائي إلى الأنماط الأخرى، لتصبح قابلةً للفهم والاستيعاب من قبلنا

### البت والبايت Bit and Byte النظام الثنائي: البت والبايت

البت، هو "Binary Digit رقم ثنائي"، وهو اختصار لكلمة "bit البت" في النظام الثنائي، فإن كل رقم فيه يعرف باسم أصغر وحدة لترميز المعلومات في الحاسوب، وكل الوحدات الأخرى التي نستعملها يومياً هي من مضاعفات البت

، هو عبارة عن سلسلة من (8) بتات، وبالتالي، فإن أي سلسلة من 8 أرقام ثنائية تمثل بايتاً واحداً. أيضاً، يتم استخدام Byte البايت مضاعفات وحدة البايت في الحياة اليومية من أجل تمثيل المعطيات والمعلومات. لنأخذ مثال توضيحي، ولنتخيل صورة ذات حجم 512 كيلوبايت. ما الذي نقصده بأن حجم الصورة هو 512 كيلوبايت؟

في الواقع، فإن ما نقصده بالضبط، هو أن الصورة نفسها، والتي تضم طيفاً واسعاً من الألوان، والخطوط، وغيرها، قد تم ترميزها باستخدام مساحة قدرها 512 كيلوبايت، وبما أن البايت نفسه هو (8) بت، والكيلوبايت هو عبارة عن 1024 بايت، فهذا يعني أن الصورة التي يبلغ حجمها 512 كيلوبايت، قد تم ترميزها باستخدام عدد من الأصفار والوحدات يبلغ:  $512 * 1024 * 8 =$

4194304 بت! أي 4194304 عدد ثنائي! الآن يمكنكم أن تتخيلوا كمية الأصفار والوحدات الهائلة التي تتضمنها الذواكر الحالية والتي تبلغ بشكلٍ وسطي 1 تيرابايت من المعطيات

## نظام الأعداد الثماني Octal Number System

نظام الأعداد الثماني هو نظام الأعداد الذي أساسه العدد (8)، وهذا يعني أن مكونات هذا النظام ستكون:

{0,1,2,3,4,5,6,7}. لا يستخدم نظام الأعداد الثماني بكثرة في أيامنا هذه، واقتصرت استخداماته على البدايات الأولى

لظهور الحواسيب

## نظام الأعداد الستة عشري Hexadecimal Number System

يمتلك نظام الأعداد الستة عشري أساساً هو العدد (16)، وبالتالي فإن مكونات هذا النظام هي الأعداد التالية:

{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15}. ويهدف التمييز بينه وبين النظام العشري، تم ترميز الأرقام

حيث تشير هذه الأحرف للأرقام A, B, C, D, E, F: من 10 وحتى 15 في النظام الستة عشري بالأحرف التالية

10,11,12,13,14,15. على التوالي

### التحويل بين أنظمة العد

#### 1-التحويل من نظام العد الثنائي إلى نظام العد العشري

هو نظام يكون من رقمين الصفر والواحد (0 و 1). ويستخدم Binary النظام الثنائي ويطلق عليه بالإنجليزية التي هي أساس الأجهزة الإلكترونية الحديثة. أما النظام العشري وهو نظام عد شائع الإلكترونيات الرقمية في استخدامه حيث يعتمد على العشر ارقام (0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9) ويستخدم في الرياضيات ولكن كيف يتم التحويل بين النظامين ؟ وحساب المعادلات الرياضية

لكي ندرك عملية التحويل تعالوا بنا إلى المثال (110)، ومنه يتضح تقسيم النظام الثنائي بشفرة تقسيم العدد اثنين اثنين، ولتحويله إلى نظام عشري اتبع الآتي:

1. (ضع الشكل (110) في صف أول أفقي، كالشكل (1 1 0).

2. ، فيكون رقم (0) تحته (2)، ورقم (1) في الصف الثاني الأفقي ضع العدد 2 تحت كل رقم في الشكل (1 0) (تحت 2)، ورقم (1) تحته 2

3. ارفع الرقم (2) إلى قوة مرتبة ابتداءً من (0)، وذلك بترتيب وقوعها تحت الشكل (1 1 0)، فتكون 2 الأولى أس صفر أي  $2^0$ ، و 2 الثانية تكون أس 1 أي تكون  $2^1$ ، و 2 الثالثة تكون أس 2 أي تكون  $2^2$ ، ثم احسب ناتج رفع 2 (لقوتها في صف تالي، ويكون شكلها  $(2^2 \ 2^1 \ 2^0)$ ، فيكون ناتجها (1 2 4)

4. في الصف الثالث أو الرابع- حسب تسلسل كتابتك- ضع فيه حاصل ضرب ناتج أرقام الصف الأخير في أرقام الصف الأول، وضعه في صف تالي، كل رقم تحته رقمه الناتج عنه، تبعاً لما هو ناتج في الخطوة السابقة، فيكون  $(0 \times 1)$  ثم  $(1 \times 2)$  ثم  $(1 \times 4)$ ، فيكون الناتج (0، 2، 4)

5. اجمع أرقام الصف الأخير، فيكون الناتج عبارة عن  $(0 + 2 + 4)$  فيكون الناتج 6، أي أن الرقم 110 بالنظام الثنائي، يكون هو 6 بالنظام العشري.

يتم وضع الرقم بالشكل التالي

$$(1\text{مثال})111001 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5$$

$$= 1 \times 1 + 0 \times 2 + 0 \times 4 + 1 \times 8 + 1 \times 16 + 1 \times 32$$

$$= 57$$

$$(2\text{مثال})100001 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5$$

$$= 1 \times 1 + 0 \times 2 + 0 \times 4 + 0 \times 8 + 0 \times 16 + 1 \times 32$$

$$= 33$$

$$(3\text{مثال})111011 = 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^5$$

$$= 1 \times 1 + 1 \times 2 + 0 \times 4 + 1 \times 8 + 1 \times 16 + 1 \times 32$$

$$= 59$$

جدول التحويل من ثنائي الى عشري

الرقم بالثنائي

الرقم بالعشري

0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	10
1011	11
1100	12
1101	13
1110	14
1111	15

## 2- التحويل من نظام العد العشري إلى العد الثنائي

لتحويل أي عدد صحيح موجب من النظام العشري إلى الثنائي نستعمل طريقة الباقي الموضحة كآتي:

1. أقسم العدد العشري على الأساس 2.
2. أحسب باقي القسمة الذي يكون إما 1 أو 0.
3. (أقسم ناتج القسمة السابق على الأساس 2 كما في خطوة 1).
4. (أحسب باقي القسمة كما في خطوة 2).
5. استمر في عملية القسمة وتحديد الباقي حتى يصبح خارج القسمة الصحيح صفراً.
6. العدد الثنائي المطلوب يتكون من أرقام الباقي مقروءة من الباقي الأخير إلى الأول.

مثال: تحويل الرقم 12

ناتج القسمة الباقي	
0	$6 = 2 \div 12$
0	$3 = 2 \div 6$
1	$1 = 2 \div 3$
1	$0 = 2 \div 1$

فيكون الناتج (من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين): 1100

مثال: تحويل الرقم 114

ناتج القسمة	الباقي
57 = 2 ÷ 114	0
28 = 2 ÷ 57	1
14 = 2 ÷ 28	0
7 = 2 ÷ 14	0
3 = 2 ÷ 7	1
1 = 2 ÷ 3	1
0 = 2 ÷ 1	1

فيكون الناتج (من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين): 1110010

# العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية

## الجمع

تنفذ عملية الجمع في النظام الثنائي باتباع القواعد الآتية:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

تُقرأ اثنين) ، حيثُ يوضع الرقم (0) ، ويحمل الرقم (1) ، إلى الخانة التالية)  $1 + 1 = 10$

أي أن  $0 = 1 + 1$  ، ويحمل الرقم (1) إلى الخانة التالية

**مثال** جد ناتج الجمع للعددين  $(011)_2$  و  $(111)_2$ .

**الحل:**

طبّق قواعد الجمع، كالآتي:

التحقق من الحل في النظام العشري	النظام الثنائي
	الرقم المحمول 1 1 1
3	العدد الأول 0 1 1
7 +	العدد الثاني 1 1 1 +
<hr/>	<hr/>
10	النتيجة 1 0 1 0

# العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية

## الجمع

تنفذ عملية الجمع في النظام الثنائي باتباع القواعد الآتية:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

تُقرأ اثنين) ، حيثُ يوضع الرقم (0) ، ويحمل الرقم (1) ، إلى الخانة التالية)  $1 + 1 = 10$

أي أن  $0 = 1 + 1$  ، ويحمل الرقم (1) إلى الخانة التالية

**مثال** جد ناتج الجمع للعددين  $(011)_2$  و  $(111)_2$ .

**الحل:**

طبّق قواعد الجمع، كالآتي:

التحقق من الحل في النظام العشري	النظام الثنائي
	الرقم المحمول
	1 1 1
3	العدد الأول
7 +	العدد الثاني
10	النتيجة

(عملية الطرح (إذا كان المطروح أقل من المطروح منه -

تنفذ عملية الطرح في النظام الثنائي ، باتباع القواعد الآتية (من اليمين إلى اليسار

$$1 - 1 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

(نستلف 1 من الخانة التالية)  $0 - 1 = 1$

$$0 - 0 = 0$$

**مثال** جد ناتج طرح العدد  $(010)_2$ ، من العدد  $(111)_2$ .

**الحل:**

طبّق قواعد الطرح، كالآتي:

النظام العشري	التحقق من الحلّ في النظام العشري	النظام الثنائي
	المستلف	
7	العدد الأول	1 1 1
2 -	العدد الثاني	0 1 0 -
<hr/>		<hr/>
5	النتيجة	1 0 1
1101011		10001
1101 -		111 -
<hr/>		<hr/>
1011110		1010

## عملية الضرب -

**تنفذ عملية الضرب في النظام الثنائي ، باتباع القواعد الآتية**

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$



$$1 \times 1 = 1$$

$$0 \times 1 = 0$$

ال

**مثال** جد ناتج الضرب للعددين  $(101)_2$ ،  $(10)_2$ .

**الحل:**

طبّق قواعد الضرب، كالآتي:

$$\begin{array}{r} 101 \\ 10 \times \\ \hline 000 \\ 101 \quad + \\ \hline 1010 \end{array}$$

العدد الأول  
العدد الثاني  
النتيجة

للتأكد من صحة الحل: حوّل كلّ من العدد الأول والثاني والنتيجة إلى النظام العشري، كالآتي:

النظام العشري		النظام الثنائي
$(5)_{10}$	العدد الأول	$(101)_2$
$(2)_{10} \times$	العدد الثاني	$(10)_2 \times$
$(10)_{10}$	النتيجة	$(1010)_2$

القسمة:

# الطرح المتكرر للمقسوم من المقسوم عليه و يكون الناتج هو عدد مرات الطرح

عدد مرات عمليات الطرح = 5

$$(5)_{10} = (101)_2$$

$$1111 \div 11 = 101$$

و الباقي 0

1

1111 —

11

1100

2

11 —

1001

3

11 —

110

4

11 —

11

5

11 —

00

عدد مرات عمليات الطرح = 5

$$(5)_{10} = (101)_2$$

الباقى  $(010)_2$

$$101 = 101 - 11011 \text{ و الباقى } (10)_2$$

1

11011

101

—

—————

10110

101

—

—————

10001

101

—

—————

1100

101

—

—————

111

101

—

—————

010

2

3

4

5