جامعة دمشق - كلية الاقتصاد

السنة الثالثة التعليم المفتوح – قسم إدارة المشاريع المتوسطة والصغيرة

سلم تصحيح مادة التطبيقات الإحصائية في الإدارة للفصل الثاني للعام الدراسي 2020-2021

اختر الاجابة الصحيحة مما يأتي: (20 درجة للسؤال كاملا توزع درجتان لكل إجابة صحيحة) وتكون الإجابات الصحيحة هي المكتوبة بالخط العريض، وأمَّا في 2، 5، 9 سوف نقبل جميع الإجابات الممكن أن تكون صحيحة أيضاً كالآتي:

1. الفرق الظاهري بين التابع والثابت الإحصائي يعود إلى (**الأخطاء العشوائية**)
2. تُعبّر درجات الحرية في توزيع ستودنت عن عدد المفردات مطروحاً منها عدد (**القيود، الثوابت الإحصائية المقدرة، ١ أو٢ صحيح**)

   الجواب الصحيح للسؤال هو: "**1 أو 2 صحيح**"، وسوف يعتبر أي من الإجابات الثلاثة **صحيحاً** لصالح الطالب.
3. المساحة المصورة بين محور السينات ومنحنى التوزيع الطبيعي تساوي (**99.73%**) عند ثلاث درجات معيارية للفرق بين التابع والثابت الإحصائي.
4. عينة الحصص هي عينة غير عشوائية يقابلها في العينات العشوائية (**العينة الطبقية**)
5. يشترط في توزيع مربع كاي: (**أن تكون العينة مسحوبة بشكل عشوائي، استقلال العناصر عن بعضها البعض، حجم عينة أكبر من ٣٠، جميع ما سبق**)

   الجواب الصحيح للسؤال هو: "**جميع ما سبق**" وسوف يعتبر أي من الإجابات الأربع **صحيحاً** لصالح الطالب
6. درجات الحرية لاختبار فرق متوسطي عينتين مزدوجتين هو: (**n-1**)
7. إن حساب حجم عينة عشوائية يرتبط (**عكسا**) بمقدار الخطأ المسموح بارتكابه.
8. عدد العينات العشوائية من حجم (n=3) المسحوبة بدون إعادة من مجتمع إحصائي حجمه (N=10) هو: (**120**)
9. توزيع معاينة النسب المئوية يتبع توزيع ثنائي الحد اذا كان حجم العينة أصغر من (**30، 50، 100، جميع ما سبق صحيح**)

   الجواب الصحيح للسؤال هو: "**جميع ما سبق صحيح**"، وسوف يعتبر أي من الإجابات الأربع **صحيحاً** لصالح الطالب.
10. إن قبول فرضية خاطئة هو (**خطأ من النوع الثاني**)

حل أربعة فقط من الأسئلة الآتية: (يكتفى بحل أربعة مسائل فقط وتعطى عشرون درجة لكل سؤال موزعة بشكل عادل بين مفردات الحل)

1- ادعى مدير الموارد البشرية في شركة النسيج أن 60% من عماله من الإناث و40% من الذكور بين مختلف فئات الموظفين في الشركة، وللتحقق من صحة الإدعاء تم أخذ ثلاث عينات عشوائية أحدها من فئة المهندسين والأخرى من فئة الإداريين والثالثة من فئة العمال العاديين وكانت توزع العمال في كل فئة بين ذكور وإناث كما في الجدول التالي:

	مهندسين	إداريين	عمال	مجموع
إناث	60	20	150	230
ذكور	50	10	50	110
مجموع	110	30	200	340

هل تؤيد صحة ادعاء هذا المدير حيث أنه يوجد تجانس بين مختلف فئات الموظفين الثلاث في الشركة من حيث توزعهم بين ذكور وإناث بالنسب المذكورة أعلاه عند مستوى دلالة 5%؟ (يكتفى بأول رقمين بعد الفاصلة في حساب جميع قيم χ^2 ، والقيمة الجدولية ($\chi^2_{(2,\ 5\%)} = 5.991$))

توزيع الدرجات:

عشرون درجة للسؤال توزع بشكل عادل بين مفردات الحل كالآتي:

نصف درجة لكل تكرار نظري متوقع محسوب بشكل صحيح 1* 8 = 8 درجات

نصف درجة لكل قيمة مربع كاي جزئية عند كل تكرار نظري 1* 8= 8 درجات

درجة واحدة لحساب مربع كاي المشترك 1*1 = 1 درجة

درجة واحدة لحساب مربع كاي للكلي 1*1 = 1 درجة

درجة واحدة لحساب مربع كاي المحسوبة 1*1 = 1 درجة

درجة واحدة للقرار والمقارنة 1*1 = 1 درجة

المجموع = 20 درجة

	مهندسين			إداريين			عمال			مجموع		
	O_i	E_i	χ^2	O_i	E_i	χ^2	O_i	E_i	χ^2	O_i	E_i	χ^2
إناث	60	66	0.54	20	18	0.22	150	120	7.5	230	204	3.31
ذكور	50	44	0.81	10	12	0.33	50	80	11.25	110	136	4.97
مجموع	110	110	1.35	30	30	0.55	200	200	18.75	340	340	8.28

$\chi^2 = \frac{(O_i-E_i)^2}{E_i},\ \chi^2_{(p)} = 1.35 + 0.55 + 18.75 = 20.65$ $\chi^2_{(t)} = 3.31 + 4.97 = 8.28$

$\chi^2_{(H)} = \chi^2_{(p)} - \chi^2_{(t)} = 12.37$ υ= t(k-1)-(k-1)= 3(2-1)-(2-1) = 2

القرار: نقارن بين $\chi^2_{(H)}$ المحسوبة وχ^2 النظرية عند 5% ونرفض فرضية العدم ونقبل البديلة لأن قيمة χ^2 المحسوبة أكبر من قيمة χ^2 النظرية وبالتالي لا يوجد تجانس بين العينات من حيث نسبة توزيع العمال بين ذكور وإناث.

2- ما هو حجم العينة العشوائية n الواجب سحبها من صفقة تجارية إجمالية عددها (N= 1500) لوح إذا أرادت الشركة تقدير متوسط وزن لوح الخشب فيها على أن لا يزيد الخطأ المسموح بارتكابه عن 3 باحتمال ثقة 95.45% اذا علمت أن وزن لوح الخشب يتراوح بين 15 و 87 كغ <u>والسحب مع الإعادة</u>.
وفي نفس المجتمع السابق (N= 1500)، إذا علمت أن نسبة خشب الزان تتراوح بين 10-20%. فما هو الحد الأدنى لحجم العينة العشوائية الواجب سحبها <u>من دون إعادة</u> لتقدير النسبة الحقيقية لخشب الزان في المجتمع عند احتمال ثقة 95% وأن لا يزيد الخطأ المسموح بارتكابه عن 4%. (قرب الناتج إلى أقرب رقم صحيح)

توزيع الدرجات:
عشرون درجة للسؤال كاملاً مقسمة إلى عشر درجات لكل طلب وتوزع كالآتي:
الطلب الأول: 4 درجات لحساب قيمة الانحراف المعياري (درجتان للقانون و درجتان الجواب) ودرجتان لقانون حساب حجم العينة عندما يكون السحب مع الإعادة لتقدير متوسط مجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجتان للجواب الصحيح.
الطلب الثاني: 4 درجات لتحديد قيمة النسبة التي سوف نستخدمها ودرجتان لقانون حساب حجم العينة عندما يكون السحب بدون الإعادة لتقدير النسبة في المجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجتان للجواب الصحيح.

الحل:

1- نحسب قيمة الانحراف المعياري من العلاقة التالية:

$$\sigma_x = \frac{1}{6}\,(87-15) = 12$$

$$n = \frac{Z^2 * \sigma_x^{\,2}}{d^2} = \frac{2^2 * (12)^2}{3^2} = 64$$

2- قيمة النسبة المعتمدة في حساب حجم العينة هي ال 20% لأنها أقرب إلى 50% وبالتالي يكون حجم العينة المسحوبة بدون إعادة لتقدير النسبة الحقيقية في المجتمع من خلال القانون:

$$n = \frac{N*Z^2*p*q}{(N-1)d^2 + Z^2*p*q} = \frac{1500*(1.96)^2*20*80}{(1499)4^2 + (1.96)^2*20*80} = 305.99$$

بالتقريب إلى أقرب رقم صحيح يكون حجم العينة $n \approx 306$

3- إذا كان متوسط وزن كيس الإسمنت 50 كغ في عينة عشوائية من 100 كيس مسحوبة من مجتمع إحصائي انحرافه المعياري 5 كغ والمطلوب: (يكتفى بأول رقمين بعد الفاصلة في a و b، وقرب الناتج إلى أقرب رقم صحيح في c)

a) قدر باحتمال 95% حدا الثقة لمتوسط وزن كيس الإسمنت في هذا المعمل وفسره.

b) قدر باحتمال 90% حدا الثقة للانحراف المعياري لمتوسط وزن الكيس وفسره.

c) احسب حجم العينة العشوائية الواجب سحبها من أكياس الإسمنت المماثلة بحيث لا يختلف الانحراف المعياري للمجتمع عن الانحراف المعياري للعينة بأكثر من 1.12 باحتمال ثقة 99.73 %

توزيع الدرجات:

عشرون درجة للسؤال كاملاً مقسمة إلى:

الطلب الأول 7 درجات: درجتان لقانون التقدير المجالي لمتوسط المجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجتان للجواب الصحيح ودرجة للتفسير الصحيح.

الطلب الثاني 7 درجات: درجتان لقانون التقدير المجالي للإنحراف المعياري في المجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجتان للجواب الصحيح درجة للتفسير الصحيح.

الطلب الثالث 6 درجات: درجتان لقانون حساب حجم العينة لتقدير الانحراف المعياري في المجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجتان للجواب الصحيح.

الحل:

1- حدا الثقة لمتوسط وزن كيس الإسمنت في هذا المعمل:

$$\mu = \bar{X} \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 50 \mp 1.96 * \frac{5}{\sqrt{100}} \quad \Rightarrow \quad \mu = [49.02 - 50.98]$$

التفسير:

باحتمال 95% لن يزيد متوسط وزن كيس الاسمنت في المعمل عن 50.98 كغ ولن يقل عن 49.02 كغ.

2- حدا الثقة للانحراف المعياري لمتوسط وزن الكيس:

$$\sigma_{\sigma} = \sigma \mp Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

$$= 5 \mp 1.645 * \frac{5}{\sqrt{2*100}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\sigma} = [4.41 - 5.58]$$

التفسير:

باحتمال 90% لن يزيد الانحراف المعياري لمتوسط وزن كيس الاسمنت في المعمل عن 5.58 كغ ولن يقل عن 4.41 كغ.

3- حجم العينة العشوائية الواجب سحبها من أكياس الإسمنت:

$$n = \frac{Z^2 * S^2}{2 * d^2} = \frac{3^2 * 5^2}{2 * (1.12)^2} = 89.68$$

بالتقريب إلى أقرب رقم صحيح يكون حجم العينة $n \approx 90$

4- يبيع أحد المحلات التجارية زجاجات من دبس الرمان من حجم 125 مل كما هو مكتوب عليها من قبل الشركة المنتجة وللتأكد من ذلك تم سحب عينة عشوائية من 100 زجاجة وتبين فيها أن متوسط حجم الزجاجة 115 مل وبانحراف معياري قدره 10 مل. والمطلوب:

a) هل يستمر صاحب المحل في توريد هذا المنتج مع العلم أن متوسط حجم الزجاجة في العينة المسحوبة (115 مل) أقل تماماً من متوسط الحجم الذي تدعيه الشركة (125 مل) عند احتمال ثقة 99%؟

b) تنتج شركة منافسة زجاجات دبس الرمان أيضاً وتم سحب عينة عشوائية من 150 زجاجة من منتجاتها وتبين أن متوسط حجم الزجاجة التي تنتجها 135 مل وبانحراف معياري قدره 15 مل. فهل يحق للشركة المنافسة أن تطلب سعراً أعلى لمنتجاتها حيث أنه ظاهرياً نرى أن متوسط حجم الزجاجة فيها أكبر تماماً من متوسط حجم الزجاجة في العينة الأولى (115 مل) عند مستوى دلالة 5%؟ (يكتفى بأول رقمين بعد الفاصلة)

توزيع الدرجات:

عشرون درجة للسؤال كاملاً مقسمة إلى:

الطلب الأول عشر درجات: درجتان لقانون Z لاختبار الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ودرجة للتعويض به ودرجة لحساب قيمة Z ودرجتان لكتابة الفرضيات ودرجة لتحديد اتجاه الاختبار ودرجة لـ قيمة Z النظرية ودرجتان للقرار.

الطلب الثاني عشر درجات: درجتان لقانون Z لاختبار الفرق بين متوسطي العينتين ودرجة للتعويض به ودرجة للحساب ودرجتان لكتابة الفرضيات ودرجة لتحديد اتجاه الاختبار ودرجة لـ قيمة Z النظرية ودرجتان للقرار.

الحل:

1- اختبار فرق متوسط عينة عن متوسط مجتمع:

$$Z = \frac{|\bar{X} - \mu|}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{|115 - 125|}{\frac{10}{\sqrt{100}}} = 10 \qquad H_0: \bar{X} \geq \mu$$

$$Z_{(0.01)} = 2.33 \qquad H_1: \bar{X} < \mu$$

اختبار من اتجاه واحد

القرار: قيمة Z المحسوبة أكبر من النظرية وبالتالي نرفض فرضية العدم ونقول أن متوسط حجم الزجاجة هو أصغر تماماً من متوسط الحجم الذي تدعيه الشركة وينصح صاحب المحل بإيقاف شراء هذا المنتج.

2- اختبار فرق متوسطي عينتين:

$$Z = \frac{|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - 0}{\sqrt{\frac{{S_1}^2}{n_1} + \frac{{S_2}^2}{n_2}}} = \frac{|115 - 135| - 0}{\sqrt{\frac{10^2}{100} + \frac{15^2}{150}}} = 12.64 \qquad H_0: \bar{X}_2 - \bar{X}_1 \leq 0$$

$$Z_{(0.05)} = 1.645 \qquad H_1: \bar{X}_2 - \bar{X}_1 > 0$$

اختبار من اتجاه واحد

القرار: قيمة Z المحسوبة أكبر من النظرية وبالتالي نرفض فرضية العدم وإن متوسط حجم الزجاجة من إنتاج الشركة المنافسة هو أكبر تماماً من متوسط حجم الزجاجة التي تنتجها الشركة الأولى ويحق للشركة المنافسة أن تطلب سعراً أعلى لمنتجها.

5- تم سحب عينة عشوائية صغيرة من 6 أحجار من الرخام لتقدير متوسط وزن حجر الرخام في معمل ما وكانت أوزانهم كالآتي مقدرة بمئات الكيلوغرامات: 45، 44، 42، 50، 55، 52 وإذا علمت أن وزن أحجار الرخام يتوزع في مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي وتباينه مجهول، المطلوب: (يكتفى بأول رقمين بعد الفاصلة)

a) تقدير حدي الثقة لمتوسط وزن حجر الرخام في المعمل باحتمال 90%

b) هل يختلف متوسط وزن حجر الرخام عن 50 عند مستوى دلالة 5%

c) كم يجب أن يكون الحد الأعلى لمتوسط وزن حجر الرخام في عينة مسحوبة بشكل عشوائي من المعمل حتى لا يختلف متوسط وزن حجر الرخام عن 50 وباحتمال ثقة 95%؟

(قيم t ستودنت من جدول توزيع ستودنت الشهير من اتجاه واحد ($t_{(5,\ 0.05)} = 2.02$) ، ($t_{(5,\ 0.025)} = 2.57$))

توزيع الدرجات:
عشرون درجة للسؤال كاملاً مقسمة إلى:
الطلب الأول 10 درجات: درجتان لحساب متوسط وزن حجر الرخام ودرجتان لحساب قيمة الانحراف المعياري ودرجتان لقانون التقدير المجالي لمتوسط المجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجتان للجواب الصحيح.
الطلب الثاني 5 درجات: درجة لقانون t للفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ودرجة لحساب قيمة t ودرجة لكتابة الفرضيات ودرجة لتحديد اتجاه الاختبار ودرجة للقرار.
الطلب الثالث 5 درجات: درجتان لقانون t لاختبار للفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ودرجتان للتعويض به ودرجة للجواب الصحيح.

الحل:
1- حدا الثقة لمتوسط وزن حجر الرخام:

$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{288}{6} = 48$ كغ $\qquad S_X = \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{130}{5}} = 5.09$

$\mu = \bar{X} \mp t_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{S_X}{\sqrt{n}} = 48 \mp 2.02 * \frac{5.09}{\sqrt{6}} \quad \Rightarrow \quad \mu = [43.80 - 52.19]$

باحتمال 90% لن يزيد متوسط وزن كيس الاسمنت في المعمل عن 52.19 كغ ولن يقل عن 43.80 كغ.

2- احتبار فرق متوسط عينة عشوائية صغيرة عن متوسط مجتمع:

$t = \frac{|\bar{X}-\mu|}{\frac{S_X}{\sqrt{n}}} = \frac{|48-50|}{\frac{5.09}{\sqrt{6}}} = 0.96 \qquad H_0: \bar{X} = \mu$

$H_1: \bar{X} \neq \mu$ اختبار من اتجاهين

القرار: قيمة t المحسوبة أصغر من النظرية وبالتالي لا نرفض فرضية العدم ونقول أن متوسط وزن حجر الرخام في هذا المعمل قد يكون 50 وليس لدينا دليل كاف لرد هذا الإدعاء عند مستوى دلالة 5%.

3- الحد الأعلى لوزن حجر الرخام حتى لا يختلف عن 50 باحتمال ثقة 95%:

$t = \frac{|\bar{X}-\mu|}{\frac{S_X}{\sqrt{n}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{X}-50}{\frac{5.09}{\sqrt{6}}} = 2.57 \quad \Rightarrow \quad \bar{X} = \frac{5.09}{\sqrt{6}} * 2.57 + 50 = 55.34$ كغ

6- قررت وزارة الصحة اختبار فترة صلاحية دواء مستورد مقارنة بدواء وطني ولذلك تم سحب عينة عشوائية من كل منتج وكانت بياناتها مرتبة كالآتي: (يكتفى بأول رقمين بعد الفاصلة)

الدواء المستورد: حجم العينة 10 علب، متوسط فترة الصلاحية $\bar{X}_1 = 320$ يوم وانحراف معياري 15 يوم

الدواء الوطني: حجم العينة 12 علبة، متوسط فترة الصلاحية $\bar{X}_2 = 300$ يوم وبانحراف معياري 20 يوم

a) فإذا علمنا أن هاتين العينتين مستقلتين وتم سحبهما من مجتمعين لهما التوزيع الطبيعي وتباينهما مجهولاً ولكنه متساو. فهل تنصح الوزارة بإيقاف استيراد هذا الدواء الأجنبي إذا كان متوسط فترة الصلاحية للدواء الأجنبي أطول عند مستوى دلالة 5%؟ ($t_{(20,\ 0.05)} = 1.72$)

b) كم يجب أن يكون الحد الأقصى للفارق الحقيقي بين متوسطي فترتي الصلاحية في العينتين من نوعي الدواء عند احتمال ثقة 90% حتى لا يزيد الفرق بين متوسطي فترتي الصلاحية عن 5 أيام ؟ ($t_{(20,\ 0.10)} = 1.33$)

توزيع الدرجات:

عشرون درجة للسؤال كاملاً مقسمة إلى:

الطلب الأول 15 درجة: درجتان لحساب قيمة التباين المشترك ودرجتان لحساب درجات الحرية ودرجتان لقانون t لاختبار الفرق بين متوسطي عينتين مستقلتين تباينهما متساوٍ ودرجتان للتعويض به ودرجتان لحساب قيمة t ودرجتان لكتابة الفرضيات ودرجة لتحديد اتجاه الاختبار ودرجتان للقرار.

الطلب الثاني 5 درجات: درجتان لقانون t لاختبار الفرق بين متوسطي العينتين ودرجتان للتعويض به ودرجة للجواب الصحيح.

الحل:

1- اختبار الفرق بين متوسطي عينيتين مستقلتين تباينهما متساو:

أولاً نحسب التباين المشترك

$$\hat{S} = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1{}^2+(n_2-1)S_2{}^2}{n_1+n_2-2}} = \sqrt{\frac{(10-1)15^2+(12-1)20^2}{10+12-2}} = 17.92$$

$$t = \frac{|\bar{X}_1-\bar{X}_2|-0}{\hat{S}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{|320-300|-0}{17.92\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}}} = 2.60 \qquad H_0: \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \le 0$$

$$\upsilon = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 12 - 2 = 20 \qquad H_1: \bar{X}_1 - \bar{X}_2 > 0$$ اختبار من اتجاه واحد

$$t_{(20,\ 0.05)} = 1.72$$

القرار: قيمة t المحسوبة أكبر من النظرية وبالتالي نرفض فرضية العدم وإن متوسط فترة صلاحية الدواء المستورد هو أكبر تماماً من متوسط فترة صلاحية الدواء الوطني وبالتالي لا ينصح بإيقاف استيراد الدواء الأجنبي.

2- الأقصى للفارق الحقيقي بين متوسطي فترتي الصلاحية في العينتين عند احتمال ثقة 90%:

$$t_{(20,\ 0.10)} = 1.33$$

$$t = \frac{|\bar{X}_1-\bar{X}_2|-5}{\hat{S}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = 1.33 \quad \Rightarrow \quad \frac{|\bar{X}_1-\bar{X}_2|-5}{17.92\sqrt{\frac{1}{100}+\frac{1}{150}}} = 1.33$$

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| - 5 = 17.92\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}} * 1.33$$

$$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = 17.92\sqrt{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}} * 1.33 + 5 = 15.2$$ يوم

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتفوق

أستاذ المقرر: د. وليد خالد