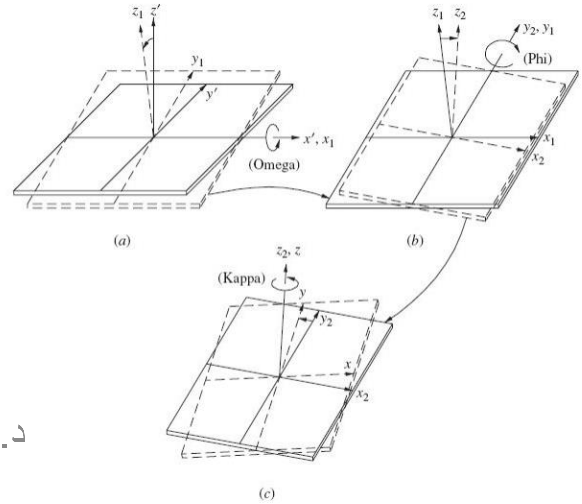
المحاضرة السادسة

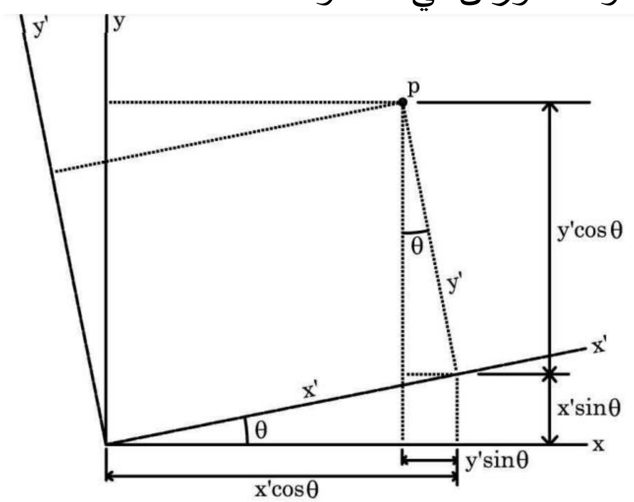
التوجيه الخارجي



(a) (b) (c)

د.م. مجد الشوا

مصفوفة الدوران في المستو

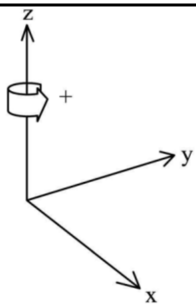


لندرس تغير احداثيات النقطة P نتيجة دوران جملة الاحداثيات من x’,y’ إلى xy

$$x = x'\cos\theta - y'\sin\theta$$
$$y = x'\sin\theta + y'\cos\theta$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}$$

الدوران في الفضاء ثلاثي الأبعاد

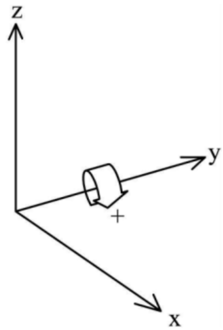


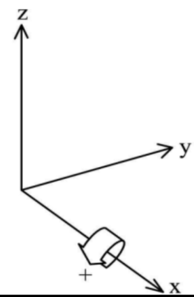
الدوران حول المحور z

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = M_\kappa \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

الدوران حول المحور y

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = M_\varphi \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$





الدوران حول المحور x

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = M_\omega \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

الدوران في الفضاء ثلاثي الأبعاد

يمكن التعبير عن أي دوران في الفراغ بثلاثة دورانات متتالية حول المحاور الثلاث وتكون مصفوفة الدوران عبارة عن جداء المصفوفات الثلاثة الموافقة

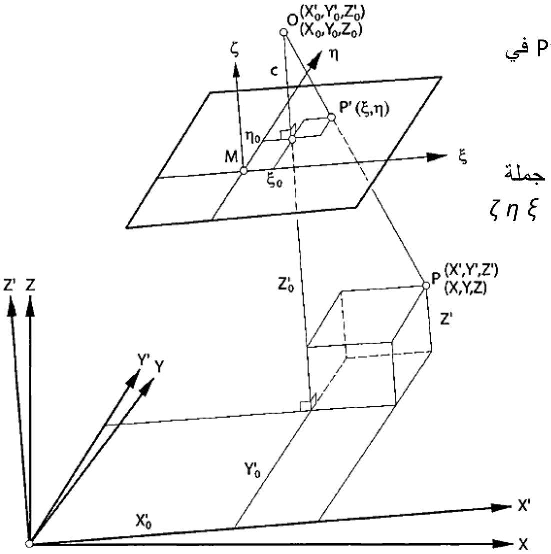
$$M = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\kappa & \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\varphi\cos\kappa & \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\varphi\cos\kappa \\ -\cos\varphi\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\varphi\sin\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\varphi\sin\kappa \\ \sin\varphi & -\sin\omega\cos\varphi & \cos\omega\cos\varphi \end{bmatrix}$$

$$M = M_\kappa M_\varphi M_\omega$$

ويكون الدوران المعاكس :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{R} &= \boldsymbol{R}_x(\omega)\boldsymbol{R}_y(\phi)\boldsymbol{R}_z(\kappa) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ 0 & \sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\kappa) & -\sin(\kappa) & 0 \\ \sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\kappa\,\cos\phi & -\sin\kappa\,\cos\phi & \sin\phi \\ \cos\kappa\,\sin\omega\,\sin\phi + \sin\kappa\,\cos\omega & \cos\kappa\,\cos\omega - \sin\kappa\,\sin\omega\,\sin\phi & -\sin\omega\,\cos\phi \\ \sin\kappa\,\sin\omega - \cos\kappa\,\cos\omega\,\sin\phi & \sin\kappa\,\cos\omega\,\sin\phi + \cos\kappa\,\sin\omega & \cos\omega\,\cos\phi \end{pmatrix} \end{aligned}$$

معادلات الوقوع على خطٍ واحد collinearity equations



- صورة النقطة P في فضاء الجسم هي P’ في الصورة وتقع تلك النقطتان مع المركز التصويري O على استقامة واحدة
- تقاس الاحداثيات الفراغية X’ Y’ Z’ في جملة فراغية موازية لجملة احداثيات الصورة $\xi\ \eta\ \zeta$

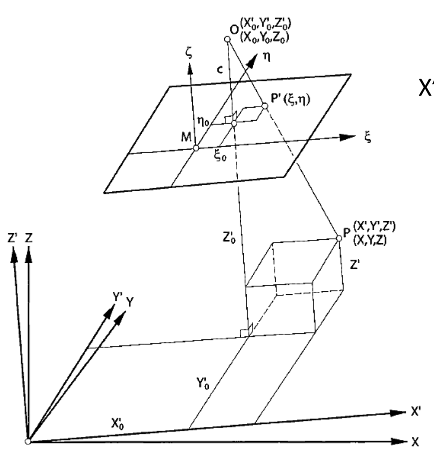
$$\frac{\xi-\xi_0}{c} = \frac{X'-X'_0}{Z'_0-Z'}$$

$$\frac{\eta-\eta_0}{c} = \frac{Y'-Y'_0}{Z'_0-Z'}$$

$$\xi = \xi_0 - c\frac{X'-X'_0}{Z'-Z'_0}$$

$$\eta = \eta_0 - c\frac{Y'-Y'_0}{Z'-Z'_0}$$

معادلات الوقوع على خطٍ واحد collinearity equations



نقوم بتدوير الجملة X’Y’Z’ الموازية لجملة الصورة إلى الجملة XYZ لاتمام التحويل وتحييد الجملة الوسيطية X’Y’Z’ التي استخدمت فقط من اجل الاستنتاج الرياضي للمعادلة

$$\begin{pmatrix} X-X_0 \\ Y-Y_0 \\ Z-Z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X'-X'_0 \\ Y'-Y'_0 \\ Z'-Z'_0 \end{pmatrix}$$

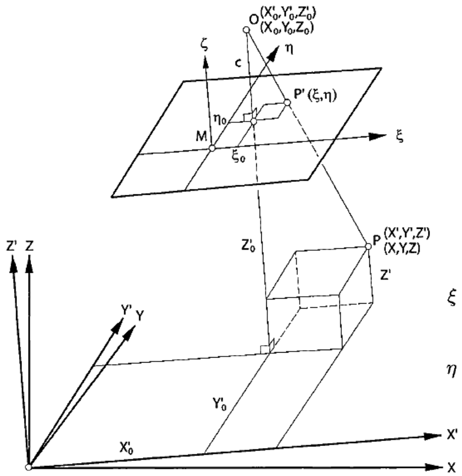
نبدل في المعادلة السابقة آخذين بعين الاعتبار أن $R^I = R^T$

$$\eta = \eta_0 - c\frac{r_{12}(X-X_0)+r_{22}(Y-Y_0)+r_{32}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0)+r_{23}(Y-Y_0)+r_{33}(Z-Z_0)} = \eta_0 - c\frac{Z_y}{N}$$

$$\xi = \xi_0 - c\frac{r_{11}(X-X_0)+r_{21}(Y-Y_0)+r_{31}(Z-Z_0)}{r_{13}(X-X_0)+r_{23}(Y-Y_0)+r_{33}(Z-Z_0)} = \xi_0 - c\frac{Z_x}{N}$$

معادلات الوقوع على خطٍ واحد collinearity equations

من الممكن استنتاج معادلات الوقوع على ذات الخط بطريقة اخرى كنوع من التحويل النشابهي ثلاثي الأبعاد كما هو واضح من الشكل :



$$\begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix} = m\mathbf{R} \begin{pmatrix} \xi - \xi_0 \\ \eta - \eta_0 \\ -c \end{pmatrix}$$

m معامل مقياس يمثل النسبة بين OP في فضاء الحسم و OP' في فضاء الصورة

$$\xi = \xi_0 - c\frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$\eta = \eta_0 - c\frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

معادلات الوقوع على خطٍ واحد collinearity equations

البارامتر r_{ik} الذي نجده في المعادلات السابقة ما هو إلا أحد عناصر مصفوفة الدوران R أو بعبارة أخرى الدوران ثلاثي الابعاد للصورة حول جملة خارجية XYZ ندعوها جملة "النموذج".

من الممكن إعادة ترتيب المعادلات السابقة من أجل حساب الاحداثيات المستوية X,Y :

$$X = X_0 + (Z - Z_0)\frac{r_{11}(\xi - \xi_0) + r_{12}(\eta - \eta_0) - r_{13}c}{r_{31}(\xi - \xi_0) + r_{32}(\eta - \eta_0) - r_{33}c}$$

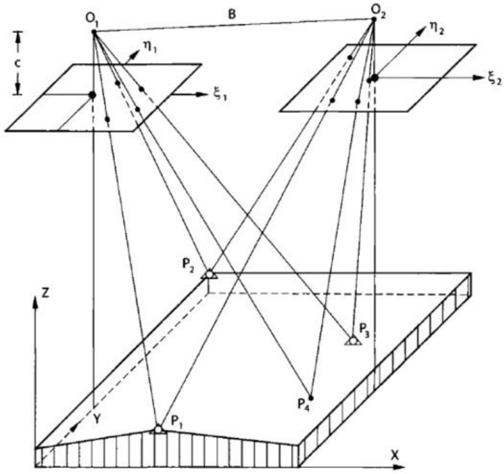
**

$$Y = Y_0 + (Z - Z_0)\frac{r_{21}(\xi - \xi_0) + r_{22}(\eta - \eta_0) - r_{23}c}{r_{31}(\xi - \xi_0) + r_{32}(\eta - \eta_0) - r_{33}c}$$

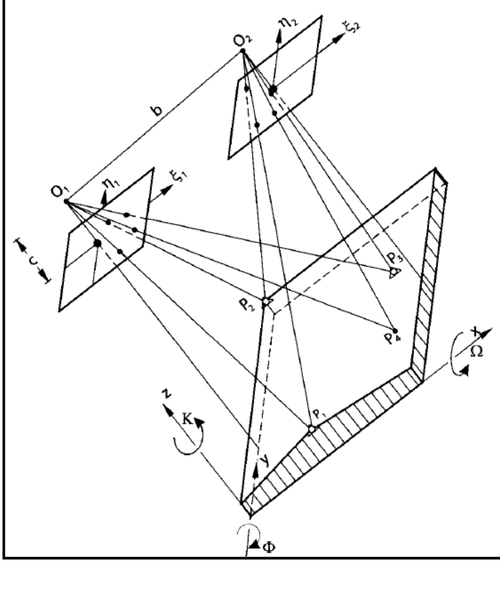
تدعى المعادلات السابقة بمعادلات الوقوع على خط واحد أو معادلات التسامت والتي تمثل تحليليلا خط مستقيم مقابل نقطة في مفرد الصور ولا يمكن الحصول منها على نقطة ثلاثية الأبعاد إلا بالحل المشترك مع زوج آخر من المعادلات

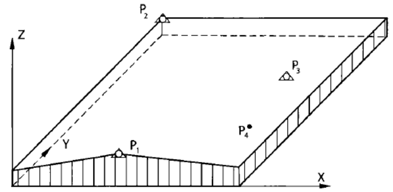
توجيه مزدوجات الصور

من اجل التوجيه المشترك لصورتين لا بد من حل معادلات الوقوع على خط واحد لست نقاط مشتركة بين الصوريتين على الاقل في الحالة العامة



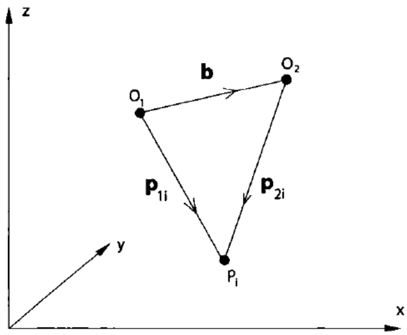
التوجيه الخارجي (نسبي + مطلق)





يتم التوجيه الخارجي على مرحلتين :
الاولى التوجيه النسبي ضمن جهاز الستيريوسكوب بمقياس مصغر ودورانات نسبية صحيحة فيما بينها والثانية هي نقل النموذج الناتج عن المرحلة الأولى إلى الجملة العامة وهذا ما يدعى بالتوجيه المطلق

شرط الوقوع على مستو واحد



$$D = \begin{vmatrix} b_x & p_{1i,x} & p_{2i,x} \\ b_y & p_{1i,y} & p_{2i,y} \\ b_z & p_{1i,z} & p_{2i,z} \end{vmatrix} = 0$$

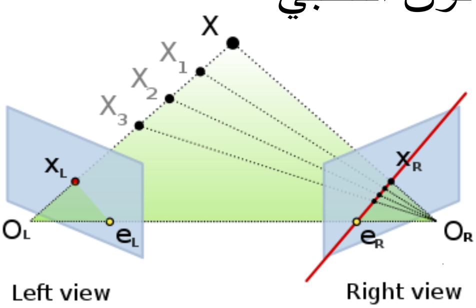
$$\mathbf{b}^T(\mathbf{p}_{1i} \times \mathbf{p}_{2i}) = 0 \qquad i = 1, \ldots, 5$$

لا بد من ادخال شرط آخر لتخفيض عدد المجاهيل في جمل المعادلات السابقة وهذا الشرط يدعى بشرط الوقوع في مستو واحد (coplanarity condition)

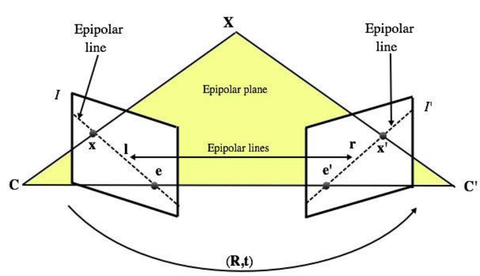
ينص الشرط على أن الشعاعين الواردين من المركزين التصويريين إلى ذات النقطة الفراغية يقعان في مستو واحد مع القاعدة التصويرية ، ويدعى ذلك المستو بالمستو فوق القطبي (epipolar plan)

رياضياً فإن الجداء الشعاعي الثلاثي للاشعة الواقعة في مستو واحد b, p_{1i}, ρ_{2i} == 0 معدوم

المستو فوق القطبي



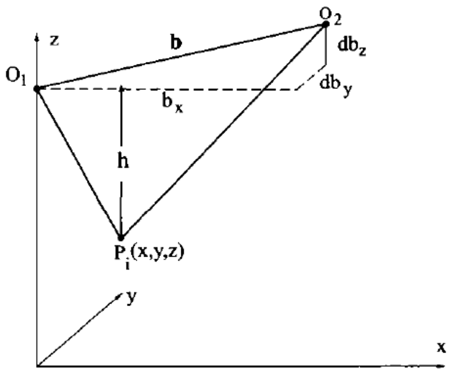
هو المستو المشكل من كل من خط القاعدة والشعاعين المتجانسين اللذان يصلان النقطة الفراغية مع كل من صورها في الصورتين



يمكن استبدال شرط الوقوع في مستو واحد (المستو فوق القطبي) بانعدام البارالاكس الثانوي باتجاه المحور y

التوجيه النسبي للصور القريبة من العمودية

بداعي التبسيط سوف ندرس حالة تعديل مزدوج صور قريبة من الرأسية موضوعة تحت جهاز الطابعة الستيريوسكوبية ... نستبدل الاحداثيات الخارجية X, Y, Z, بجملة إحداثيات يقع مركزها مباشرة أسفل الصورة الأولى وعليه سنستخدم التزايدات في عناصر التوجيه النسبي عوضاً عن استخدام عناصر التوجيه الداخلي.



$$
\begin{aligned}
\omega &= d\omega,\\
\varphi &= d\varphi,\\
\kappa &= d\kappa,\\
\xi_0 &= \eta_0 = x_{01} = y_{01} = 0\\
x_{02} &= b_x,\\
y_{02} &= db_y\\
z_{02} &= z_{01} + db_z\\
h &= z_{01} - z.
\end{aligned}
$$

Relative orientation of near-vertical photographs

- من أجل دورانات صغيرة نسبيا يمكن الباس الزاوية بجيبها ويمكن اعتبار التجيب مساويا للـ 1

$$
d\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & -d\kappa & d\varphi \\ d\kappa & 1 & -d\omega \\ -d\varphi & d\omega & q \end{pmatrix}
$$

- وتصبح معادلة الوقوع على خط واحد للصورة الأولى :

$$
x = (-h)\frac{\xi_1 - \eta_1 d\kappa_1 - c d\varphi_1}{-\xi_1 d\varphi_1 + \eta_1 d\omega_1 - c}
$$

- نقسم البسط والمقام على c-

$$
x = (-h)\frac{-\dfrac{\xi_1}{c} + \dfrac{\eta_1}{c} d\kappa_1 + d\varphi_1}{1 + \dfrac{\xi_1}{c} d\varphi_1 - \dfrac{\eta_1}{c} d\omega_1}
$$

- وبتطبيق منشور تايلور

$$
= (-h)\left(-\frac{\xi_1}{c} + \frac{\xi_1^2}{c^2} d\varphi_1 - \frac{\xi_1 \eta_1}{c^2} d\omega_1 + \frac{\eta_1}{c} d\kappa_1 + d\varphi_1\right)
$$

$1/(1 + x) = 1 - x + x^2$ — . . .

Relative orientation of near-vertical photographs

$$x_1 = h\left(\frac{\xi_1}{c} - \left(1 + \frac{\xi_1^2}{c^2}\right) d\varphi_1 + \frac{\xi_1 \eta_1}{c^2} d\omega_1 - \frac{\eta_1}{c} d\kappa_1\right)$$

$$y_1 = h\left(\frac{\eta_1}{c} - \frac{\xi_1 \eta_1}{c^2} d\varphi_1 + \left(1 + \frac{\eta_1^2}{c^2}\right) d\omega_1 + \frac{\xi_1}{c} d\kappa_1\right)$$

وبشكل مشابه بالنسبة للاحداثي y وباعادة ترتيب المعادلات نجد

باعتبار شرط تقاطع شعاعين واردين من صورتين إلى نقطة في الفراغ يمكننا وضع $y_2 = y_1$

$$0 = db_y + \frac{\eta_2}{c} db_z + h\Bigg(\frac{\eta_2 - \eta_1}{c} + \frac{\xi_1 \eta_1}{c^2} d\varphi_1 - \left(1 + \frac{\eta_1^2}{c^2}\right) d\omega_1 - \frac{\xi_1}{c} d\kappa_1 - \frac{\xi_2 \eta_2}{c^2} d\varphi_2 + \left(1 + \frac{\eta_2^2}{c^2}\right) d\omega_2 + \frac{\xi_2}{c} d\kappa_2\Bigg)$$

Relative orientation of near-vertical photographs

***y*-parallax** $\boldsymbol{\rho_\eta = \eta_1 - \eta_2}$, باستخدام تعريف البارالاكس على الاتجاه Y

$$p_\eta = \frac{c}{h} db_y + \frac{\eta_2}{h} db_z + \frac{\xi_1 \eta_1}{c} d\varphi_1 - \left(c + \frac{\eta_1^2}{c}\right) d\omega_1 - \xi_1 d\kappa_1 - \frac{\xi_2 \eta_2}{c} d\varphi_2 + \left(c + \frac{\eta_2^2}{c}\right) d\omega_2 + \xi_2 d\kappa_2$$

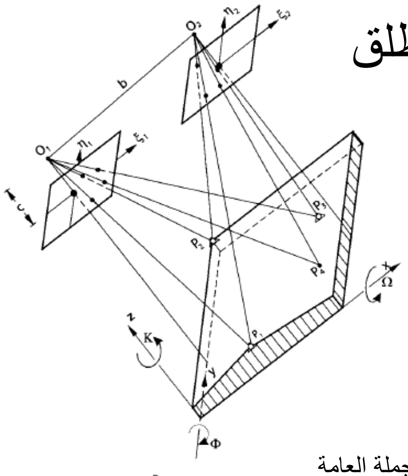
وهكذا يمكن حساب جميع عناصر التوجيه النسبي من قياس البارلاكس الثانوي فقط.
يمكن تبسيط العلاقات "بتحميل" كافة مجاهيل التوجيه النسبي للدورانات فقط :

$$\boxed{p_\eta = -\xi_1 d\kappa_1 + \xi_2 d\kappa_2 + \frac{\xi_1 \eta_1}{c} d\varphi_1 - \frac{\xi_2 \eta_2}{c} d\varphi_2 + \left(c + \frac{\eta_2^2}{c}\right) d\omega_2}$$

أو "بتحميل" كافة مجاهيل التوجيه النسبي لعناصر الصورة الثانية فقط :

$$\boxed{p_\eta = \frac{c}{h} db_y + \frac{\eta_2}{h} db_z - \frac{\xi_2 \eta_2}{c} d\varphi_2 + \left(c + \frac{\eta_2^2}{c}\right) d\omega_2 + \xi_2 d\kappa_2}$$

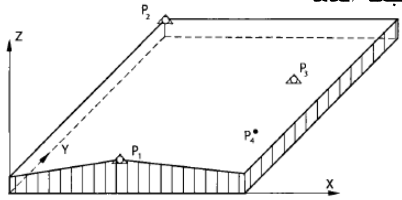
التوجيه المطلق



هو عملية نقل المجسم الذي نتج بعملية التوجيه الداخلي إلى احداثيات الجملة العامة وتعد هذه العملية حلقة الوصل بين المساحة التصويرية والمساحة الارضية التقليدية وتتم العملية من خلال تحويل تشابهي في الفراغ. المجاهيل هي زوايا اويلر الثلاثة المكونة لمصفوفة الدوران والانسحاب والمقياس

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_u \\ Y_u \\ Z_u \end{pmatrix} + m\mathbf{R} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

X_u, Y_u, Z_u إحداثيات مركز جملة التوجيه النسبي في الجملة العامة



R مصفوفة دوران للانتقال من جملة التوجيه النسبي إلى جملة التوجيه العام (تعتمد على الزوايا $\Omega\ \Phi\ K$)

m معامل مقياس للانتقال من مقياس المجسم لمقياس العالم الحقيقي