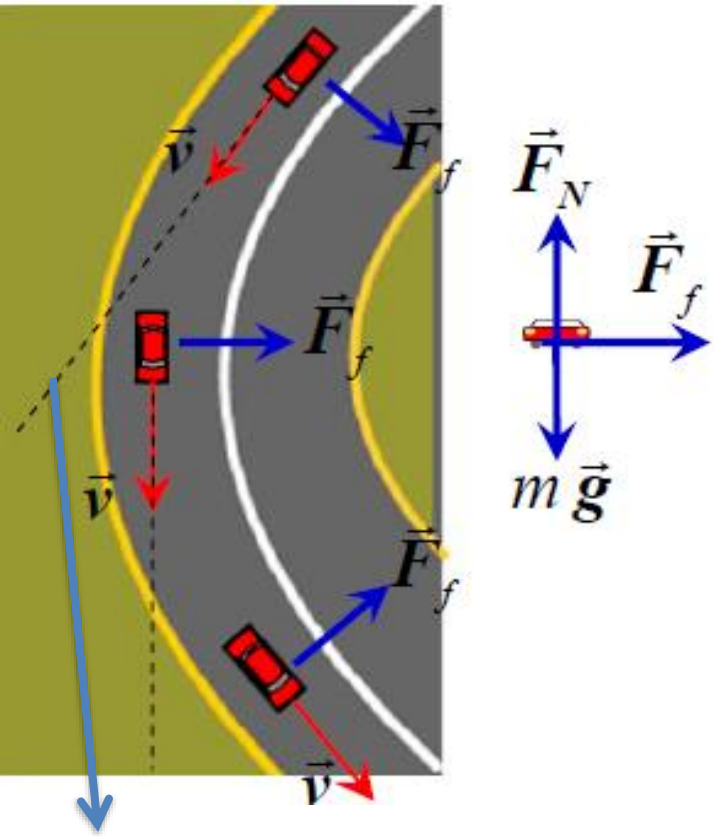
مسائل محلولة في الميكانيك

الحركة الدائرية لسيارة على المنعطفات



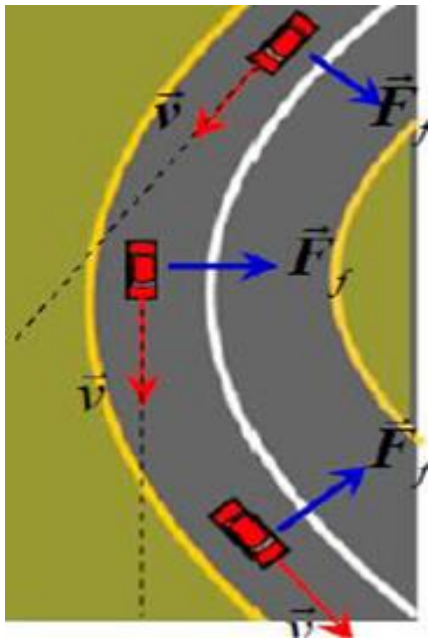
قوة الاحتكاك السكونية المنطبقة على القوة الجاذبة المركزية في حركة السيارة على المسار الدائري تمنع بدء الانزلاق على الطريق الدائري فعند حدوث الانزلاق ، تتحول الحركة وفق اتجاه واحد للسرعة ولا يمكن عندها تغيير اتجاه السرعة و المحافظة على حركة السيارة وفق مسار دائري وفي هذه الحالات تحدث الحوادث و الانزلاقات حيث تتناقص قوة الاحتكاك السكوني لتصبح قوة احتكاك حركية

يوجد قيمة عظمى لسرعة السيارة خلال حركتها على مسار دائري دون أن تنزلق و تحسب من خلال القيمة العظمى لقوة الاحتكاك السكونية المرتبطة برد الفعل (راجع المحاضرة 1)

القوة الجاذبة المركزية

قوة الاحتكاك السكونية

$$F_C = F_s = m\,a_n = mV^2/R$$

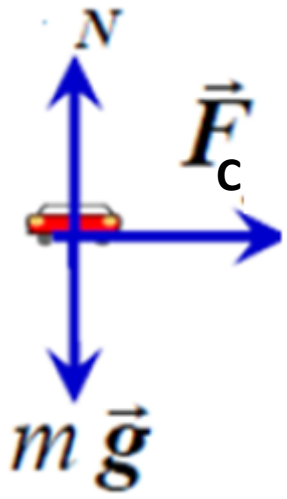


أقصى سرعة للسيارة توافق السرعة التي من أجلها تكون السيارة على وشك بدء الانزلاق

في هذه الحالة تكون قوة الاحتكاك السكونية أعظمية

$F_{smax} = \mu s.N$ ⇐

تحسب N من خلال توازن الجسم وفق المحور الشاقولي y حيث الحركة موجودة وفق المسار الدائري mg=N



$$V_{max} = \sqrt{\mu_s\, g\, R}$$

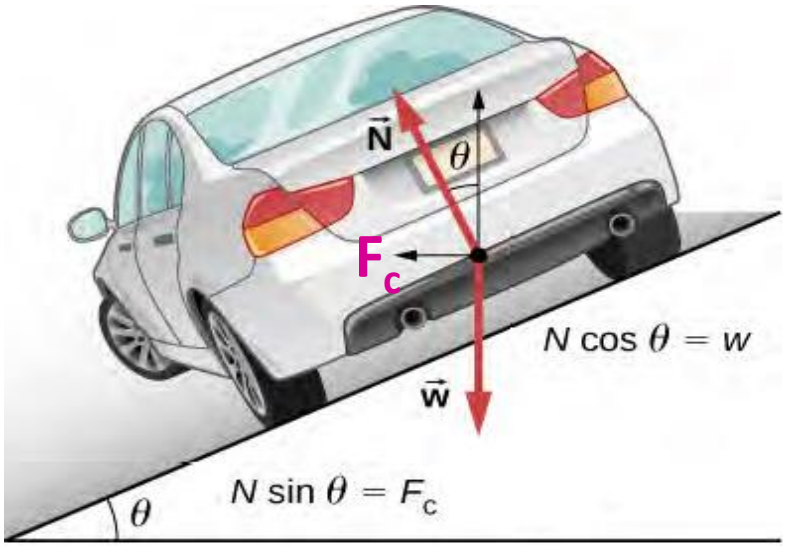
$F_{Smax} = m.V_{Max}^2/R$

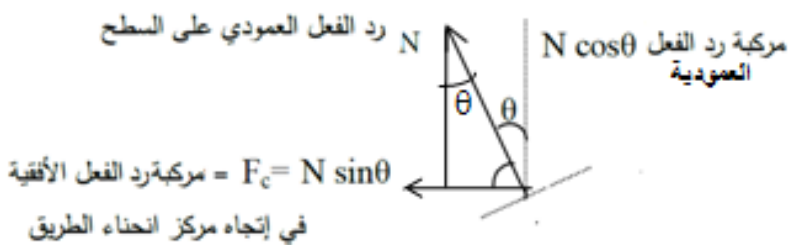
$\mu_S.mg = m.V_{Max}^2/R$ ⇐

$V_{max} = \sqrt{0.5x10x3}$ =13.22m/s

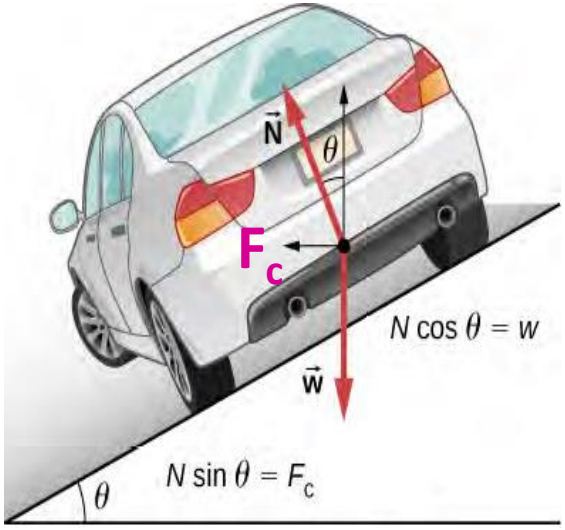
حالة إمالة الطريق المنحني بزاوية θ عن المستوي الأفقي

عندما تتحرك السيارة مثلاً على طريق دائري أو منعطف بسرعة منخفضة نسبياً فإن القوة الجاذبة المركزية يمكن أن تستمد من قوة الاحتكاك بين الإطارات وأرضية الطريق. أما إذا كانت السرعة كبيرة أو قوة الاحتكاك صغيرة (كما هو الحال في الطريق الملساء أو المبتلة أو مهملة في بعض الحالات) ، في هذه الحالة يفترض أن تكون القوة الجاذبة المركزية كبيرة لأنها تتناسب طرديا مع مربع السرعة، ولا تكفي قوة الاحتكاك وحدها لتحفظ السيارة في مسارها الدائري. فنلاحظ أن السيارة تنحرف خارجه عن المسار الدائري وقد لا تستطيع الحركة فيه مما يسبب حوادث المرور. لذلك تصمم طرق المرور السريع في المنحنيات بحيث تميل عن المستوي الأفقي بزاوية مناسبة ، و يولد الميلان بشكل تلقائي القوة الجاذبة المركزية الموجهة نحو مركز المسار التي تكون منطبقة على المركبة الأفقية لقوة رد الفعل على الطريق N





$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}.$$



لدى دراسة حركة السيارة على طريق أملس لا توجد قوة احتكاك في هذه الحالة ، و تكون القوة الجاذبة المركزية منطبقة على المركبة الأفقية لقوة رد الفعل على الطريق

Nsinθ ⇐ $F_c = N\sin\theta$ (1)

السيارة متوازنة وفق المحور الشاقولي :

$mg = N\cos\theta$ (2)

بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نجد:

$F_c = mg\tan\theta$

$F_c = mv^2/R \Leftarrow mv^2/R = mg\tan\theta$

$$v = \sqrt{Rg\tan\theta}$$

علاقة السرعة لسيارة أو جسم يتحرك على مسار دائري وفق نصف قطر انحناء R وزاوية ميلان θ

مسألة

سيارة كتلتها (125 kg) تسير بسرعة (90 km/hr) علي طريق دائري نصف قطر انحنائه (80m) ويميل علي المستوى الأفقي بزاوية (13°).احسب القوة الجاذبة المركزية علي السيارة المتولدة عن ميلان الطريق ، وبين ما إذا كانت السرعة التي تتحرك بها السيارة مناسبة لهذا الطريق بفرض أن الطريق أملس تماما .

بالتعويض المباشر في علاقة القوة الجاذبة المركزية بدلالة الزاوية θ نجد :

$Fc=mg \tan \theta$ $Fc=125(10)\tan(13)=288.5N$

تحسب السرعة الموافقة لحركة السيارة وفق نصف القطر 80m و زاوية الميلان 13 من العلاقة :

$$v = \sqrt{Rg \tan\theta}$$

$$v = \sqrt{(80)(10)(0.23)} = 13.56m/s$$

السرعة التي تسير بها السيارة = 90kmx1000/1hrx3600=25m/s

السرعة التي تتحرك بها السيارة أكبر من السرعة الموافقة لنصف قطر انحناء الطريق وزاوية ميلانه فهي غير مناسبة لهذا الطريق

مسألة في قوانين نيوتن و الحركة المستقيمة

تدفع قطعة كتلته $m=2kg$ على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة إبتدائية $V_0=22m/s$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$ والمطلوب :

1- أوجد قوة الاحتكاك f التي تفعل بالقطعة عندما تتحرك إلى أعلى المستوي

2- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة في صعودها المستوي

تعطى قوة الاحتكاك بالعلاقة $fk=\mu k\ N$

تحسب N من شرط التوازن على المحور y

$N-mg\cos\theta=0 \Rightarrow$ $fk=5.1N$

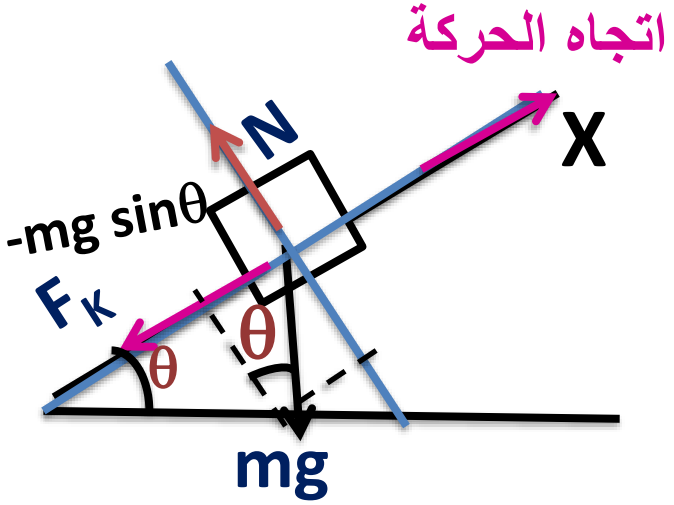
الحركة وفق المحور X مستقيمة متغيرة بانتظام تنعدم السرعة في آخر المسار : $Vf=at+V_0$ $(V_f=0)$

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع ⇐ نحتاج قانون نيوتن الثاني

$\Sigma F_X=m\ a_X \Rightarrow -F_k-mg\sin\theta=ma$

$a= -7.45m/s^2$

$t= 3s$



حالة الصعود

مسائل في الحركة و القذف

تدفع قطعة كتلته $m=2kg$ على طريق مائل بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة إبتدائية $V_0=22m/s$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$ والمطلوب :

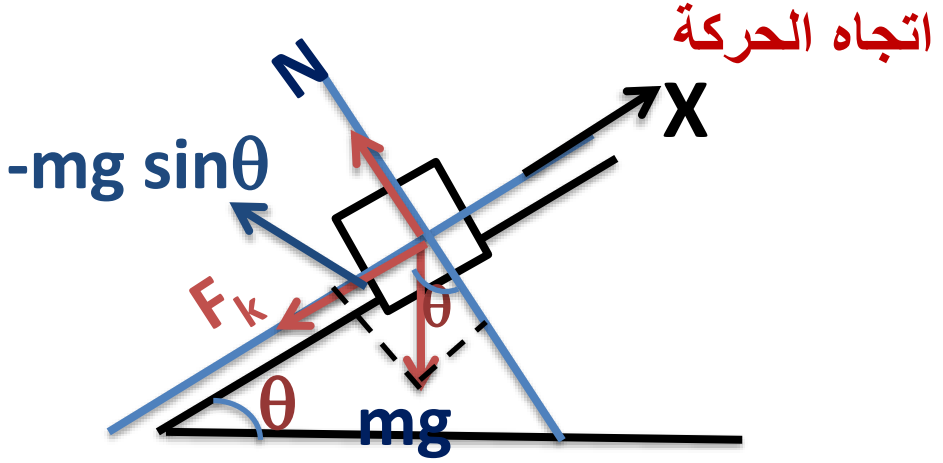
3- ماهي المسافة التي تقطعها القطعة في صعودها المستوي

تحسب المسافة من إحدى العلاقتين التاليتين :

$V^2-V_0^2=2a\,(X-X_0)$ $\quad x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+X_0$

حيث $a=-7.45m/s^2$ ، $t=3s$

$S=32.48m$



حالة الصعود

تدفع قطعة كتلته $m=2kg$ على طريق مائل نحو الأعلى بزاوية تساوي $\theta=30^\circ$ و بسرعة إبتدائية $V_0=22m/s$. فإذا علمت أن عامل الاحتكاك الانزلاقي بين القطعة و المستوي $\mu_k=0.3$

4- ما هو الزمن الذي تستغرقه القطعة لتهبط من الوضع السابق إلى نقطة انطلاقها

5- ماهي السرعة التي تصل بها القطعة إلى هذه النقطة.

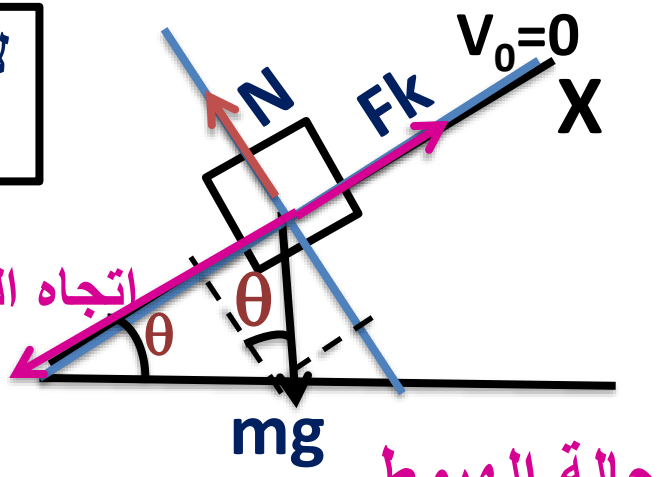
$f_k=5.1N$

المسافة المقطوعة = $32.48m$

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام وفق سرعة ابتدائية $V_0=0$

$32.48=1/2at^2+0t$ ⟸ $x=\frac{1}{2}at^2+V_0t+X_0$

لإيجاد الزمن يجب إيجاد التسارع ⟸ نحتاج قانون نيوتن الثاني



$+mg\sin\theta-F_k=ma \Leftarrow \Sigma F_x=m\,a_x$

$t=5.1s$

$a=+2.45m/s^2$

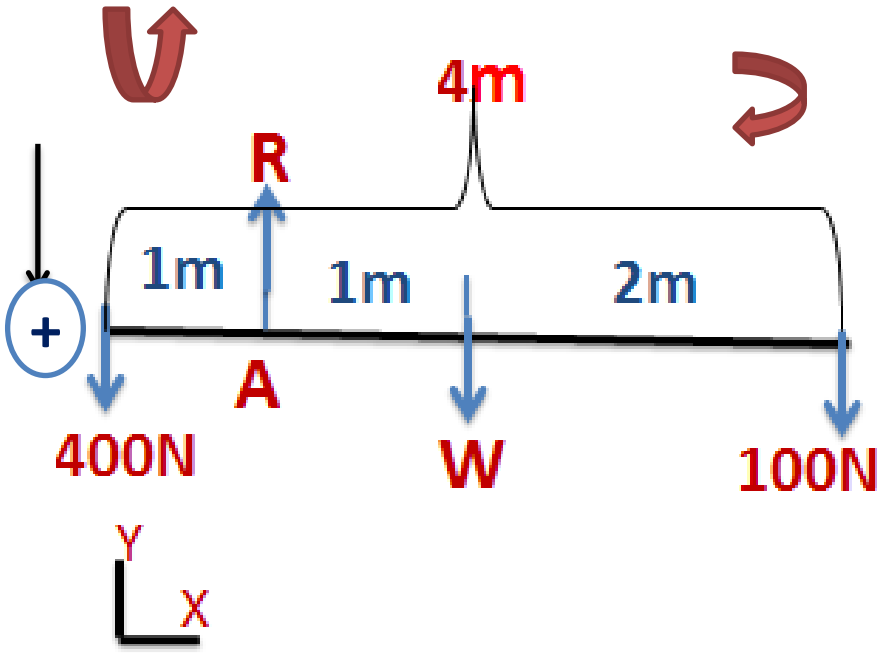
$V=12.5m/s$

تحسب السرعة من العلاقة $V=at+V_0$

مسألة في التوازن الأفقي

يستند لوح منتظم طوله 4m ووزنه W إلى محور استناد عند النقطة A تبعد عن إحدى نهايتيه 1m و المعلق فيها ثقل شدته 400N . و يعلق في نهايته الثانية ثقل شدته 100N . و المطلوب؟

أوجد مقدار ثقل اللوح Wوشدة رد الفعل عند نقطة الاستناد A؟



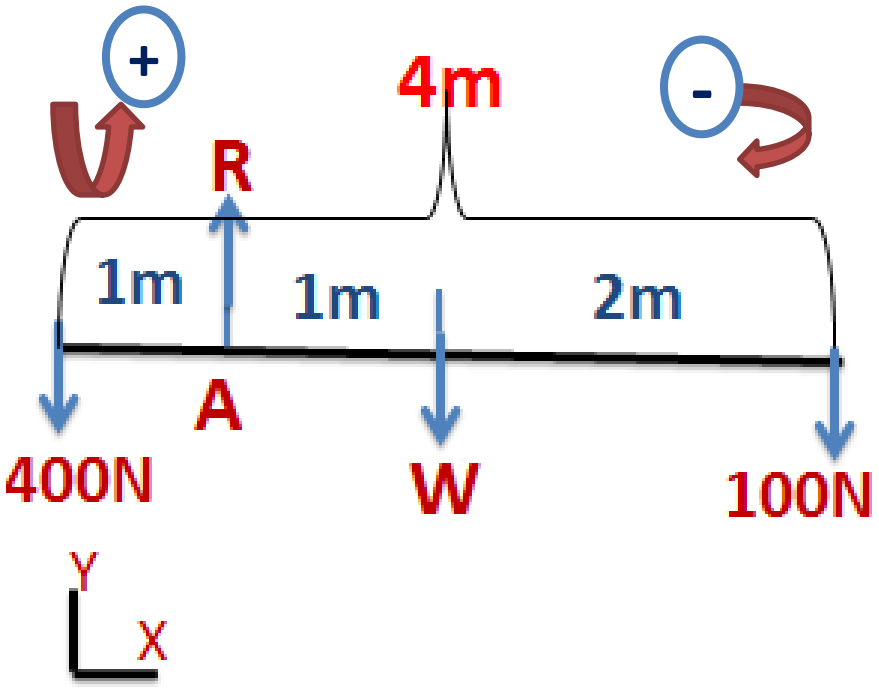
نطبق شرطي التوازن على اللوح:

محصلة القوى = $\sum$ F=0

محصلة عزوم القوى = الصفر 0

W+100+400-R=0

(1) W-R=-500



محور الدوران يمر من النقطة A

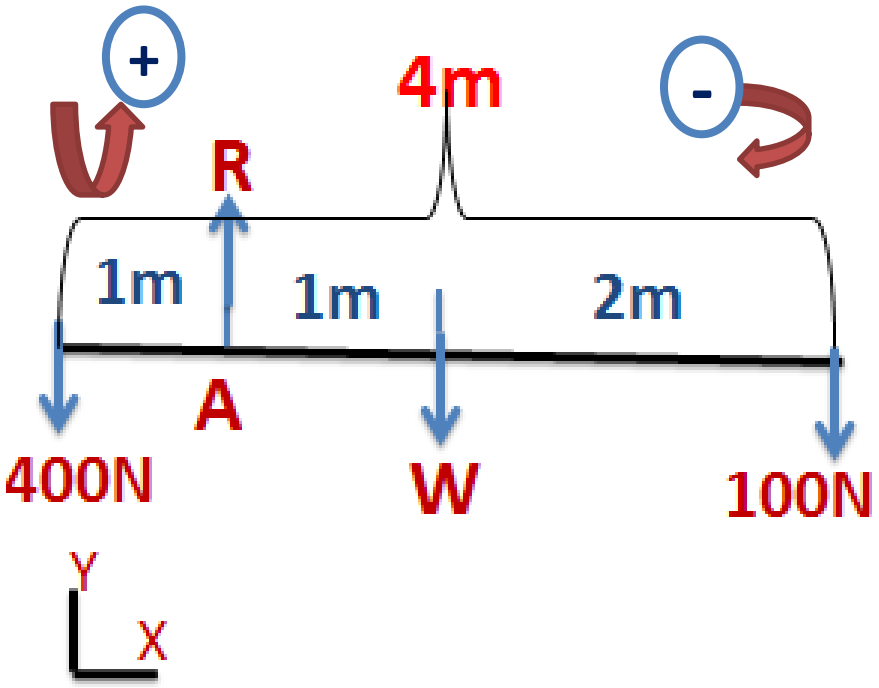
الزوايا بين القوى و الأذرع قائمة $\Leftarrow \sin\theta=1$

$$-100x3-wx1-Rx0+400x1=0$$

$$W=400-300=100N \Leftarrow$$

نعوض في (1) $W-R=-500$

$$R=500+100=600N$$



محور الدوران يمر من النقطة A

الزوايا بين القوى و الأذرع قائمة

$\sin\theta=1 \Leftarrow$

$-100x3-wx1-Rx0+400x1=0$

$W=400-300=100N \Leftarrow$

نعوض في (1) $W-R=-500$

$R=500+100=600N$

مسألة في التوازن المائل

يميل سلم طوله 4m و وزنه 200N عن الأفق بزاوية 60°
- احسب جميع القوى الشاقولية و الأفقية المطبقة على السلم بفرض عدم وجود مقاومة احتكاك بين السلم و الحائط

نطبق شرطي التوازن :

$\Sigma Fy=0 \qquad N=W=200N$

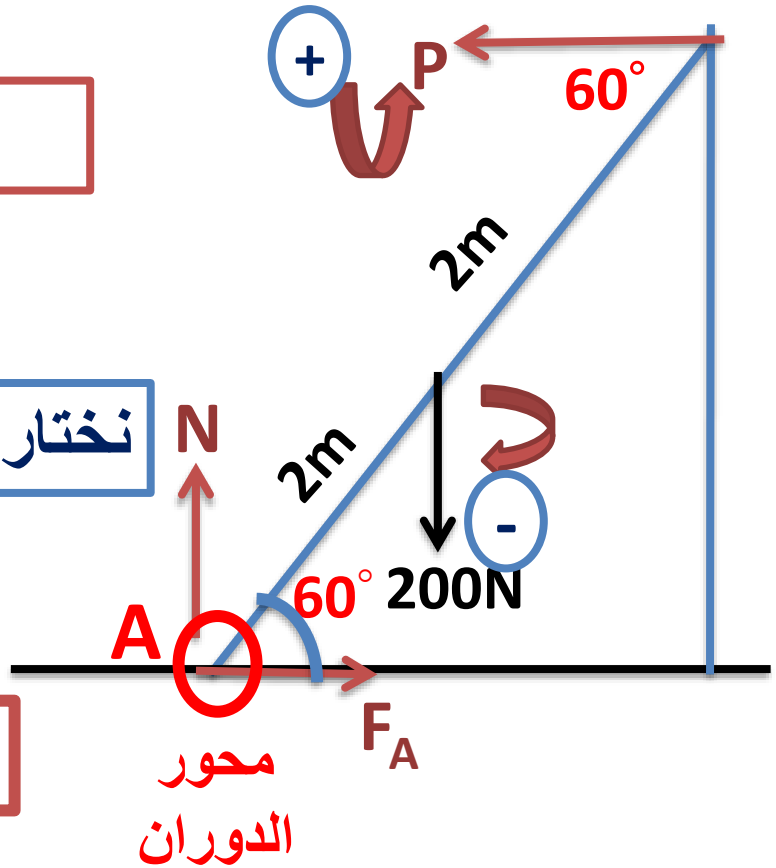
$\Sigma Fx=0 \qquad P=F_A$

نختار محور الدوران أسفل السلم عند النقطة A

$\Sigma\Gamma=0$ محصلة عزوم القوى = 0

$-200X2XSin\ 30+px4xSin\ 60=0$

$P=Fs=\frac{100}{\sqrt{3}}\ N$



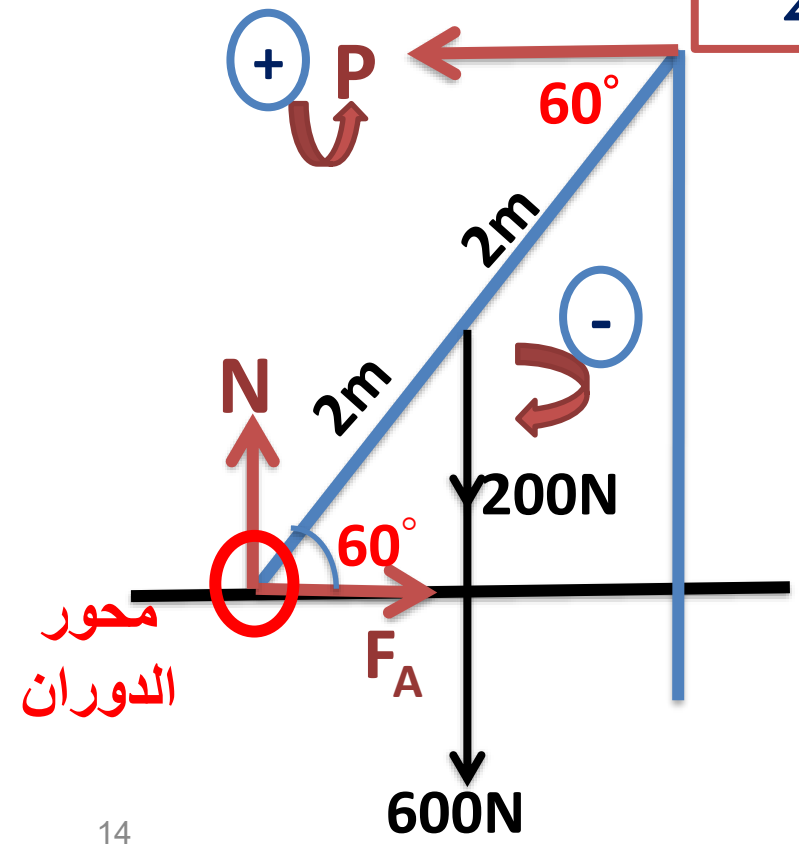
يميل سلم طوله 4m و وزنه 200N عن الأفق بزاوية 60°

- أوجد معامل الاحتكاك السكوني بين السلم و الأرض عندما يصعد رجل وزنه 600N إلى السلم إلى مسافة 2mمن الأرض باتجاه السلم.

نطبق شرطي التوازن

$\Sigma Fy=0 \qquad N=200+600=800N$

$\Sigma Fx=0 \qquad P=F_A$



تعطى FA بالعلاقة : $FA = \mu.N$

لإيجاد F_A يجب إيجاد p من : محصلة عزوم القوى = 0 $=0\Gamma\Sigma$

$$-200X2XSin\ 30-600x2xSin30$$
$$+px4xSin\ 60=0$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{3}}\mu$$

$$P=F_A=\frac{400}{3\sqrt{}}\ N$$

مسألة عن حساب إحداثيات مركز الكتلة

ليكن لدينا جملة مكونة من ثلاث كتل : الكتلة الأولى m1 = 1kg تتوضع في مركز المستوي (X, Y):

الكتلة الثانية m2 = 2kg تتوضع في النقطة (15,45)

الكتلة الثالثة m3=3kg تتوضع في النقطة (50,0)

أوجد إحداثيات مركز الكتلة لهذه الجملة؟

$$\overline{X} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3}{m_1 + m_2 + m_3},$$

$$= \frac{1X0+2X15+3X50}{} = \frac{180}{} = 30m$$

$$\overline{Y} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

$$= \frac{1X0+2X45+3X0}{6} = \frac{90}{6} = 15m$$