3 الفصل الثالث:علاقات الوزن – الحجم

ناقش الفصل الثاني العمليات الجيولوجية التي أدت إلى تكوين التربة، كذلك تمّ توصيف حدود أبعاد وحجم الحبيبات والتحليل الميكانيكي للتربة. وعلمنا أن التربة بشكلها الطبيعي مكونة من ثلاثة أطوار وهي الطور الصلب للتربة، الماء والهواء. هذا الفصل يناقش علاقات الوزن مع الحجم لمكونات التربة.

1.3 علاقات الوزن – الحجم

الشكل (1.3 a) يبين لنا عنصر من التربة ذو حجم V ووزن W كما هو بحالته الطبيعية. ولإنشاء علاقات الوزن مع الحجم، سوف نفصل الأطوار الثلاثة (ألا وهي الأجزاء الصلبة، الماء والهواء) كما في الشكل (1.3 b). استناداً لذلك، فإن الحجم الكلي لتربة معطاة يمكن أن نعبر عنه من خلال:

$$V = V_s + V_v = V_s + V_w + V_a \qquad (1.3)$$

حيث:

V_s: حجم الأجزاء الصلبة.

V_v: حجم الفراغات.

V_w: حجم الماء في الفراغات.

V_a: حجم الهواء في الفراغات.

وبفرض أننا أهملنا وزن الهواء، بهذه الحالة فإن الوزن الكلي لعنصر التربة يمكن إعطاءه كالتالي:

$$W = W_s + W_w \qquad (2.3)$$

حيث:

W_s: وزن الأجزاء الصلبة.

W_w: وزن الماء.

إن علاقات الحجم تستخدم عادة للأطوار الثلاثة لعنصر التربة وهي: معامل المسامية، المسامية ودرجة الإشباع.

معامل مسامية التربة (e) ، يعرف بأنه نسبة حجم الفراغات التي تحتويها التربة إلى حجم الأجزاء الصلبة فيها، وذلك وفق العلاقة التالية:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \qquad (3.3)$$

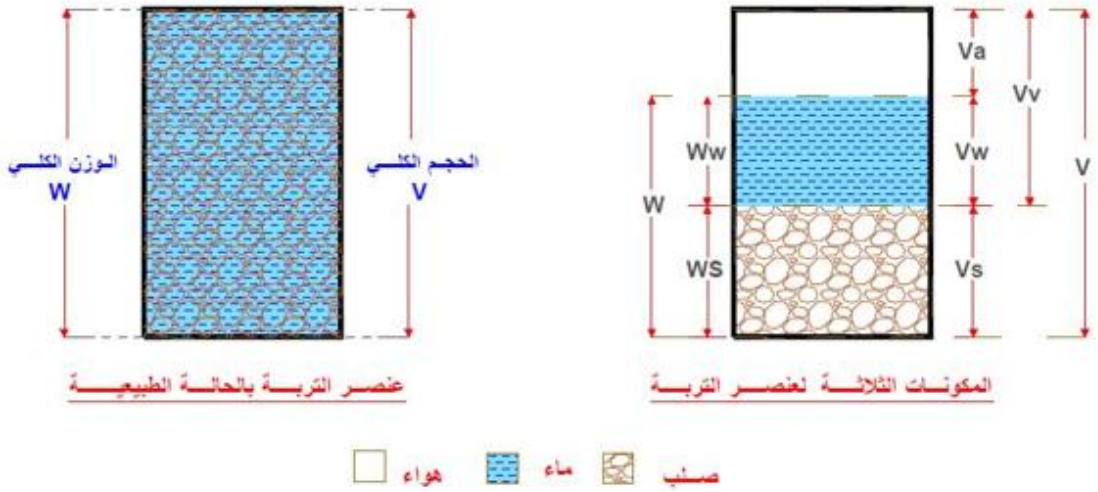
مسامية التربة (n) ، تعرف بأنها نسبة حجم الفراغات التي تحتويها التربة إلى الحجم الكلي لها أي:

$$n = \frac{V_v}{V} \qquad (4.3)$$

أما درجة الإشباع للتربة (S)، تعرف بأنها نسبة حجم الماء في التربة إلى حجم الفراغات التي تحتويها وفقاً للعلاقة التالية:

$$S = \frac{V_w}{V_v}(\%) \qquad (5.3)$$

ويعبر عنها عادة كنسبة مئوية.



الشكل (1.3): (a) عنصر تربة بالحالة الطبيعية، (b) الأطوار الثلاثة لعنصر التربة

العلاقات ما بين معامل المسامية والمسامية يمكن التعبير عنها بالمعادلة (1.3)، (3.3)، (4.3) والتي يمكن أن نستنتج منهم العلاقة التي تربط ما بينهم كما هو مبين بالعلاقة:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{V_v}{V - V_v} = \frac{\left(\frac{V_v}{V}\right)}{1 - \left(\frac{V_v}{V}\right)} = \frac{n}{1 - n} \qquad (6.3)$$

ومن خلال المعادلة (6.3) نستطيع أن نستنتج أن مسامية التربة تعطى بالعلاقة:

$$n = \frac{e}{1 + e} \qquad (7.3)$$

عملياً نستطيع استخدام متغيرات الوزن في تحديد محتوى الرطوبة والوزن الحجمي للتربة.

إن محتوى الرطوبة للتربة (w) يعرف بأنه محتوى الماء في التربة ويحدد رياضياً من خلال النسبة ما بين وزن الماء إلى وزن الأجزاء الصلبة ضمن حجم تربة معطى كما هو مبين بالعلاقة:

$$w = \frac{W_w}{W_s}(\%) \qquad (8.3)$$

أما الوزن الحجمي (γ) فيعرف بأنه وزن واحدة الحجوم في التربة ونعبر عنه بالعلاقة:

$$\gamma = \frac{W}{V} \qquad (9.3)$$

ويمكننا التعبير أيضاً عن الوزن الحجمي بدلالة وزن الأجزاء الصلبة، محتوى الرطوبة والحجم الكلي. فمن خلال المعادلات: (2.3)، (8.3)، (9.3) يمكننا كتابة:

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{W_s\left[1 + \left(\frac{W_w}{W_s}\right)\right]}{V} = \frac{W_s(1 + w)}{V} \qquad (10.3)$$

مهندسو التربة أحياناً يعرفون الوزن الحجمي المعبر عنه في المعادلة (9.3) **بالوزن الحجمي الرطب.**

غالباً ولحل المسائل المتعلقة بالتربة لا بد من معرفة وزن واحدة الحجم للتربة من دون الماء **ويعرف هذا الوزن بالوزن الحجمي الجاف للتربة γ_d** ولذلك نعبر عنه رياضياً من خلال العلاقة:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} \qquad (11.3)$$

من المعادلة (10.3) و(11.3) يمكننا أن نربط الوزن الحجمي والوزن الحجمي الجاف ومحتوى الرطوبة للتربة من خلال العلاقة:

$$\gamma_d = \frac{\gamma}{1+w} \qquad (12.3)$$

يعبر عن الوزن الحجمي بالواحدات الإنكليزية (وهو نطام قياس gravitational) بالباوند لكل قدم مكعب (lb/ft^3). وفي الواحدات الدولية SI الواحدة المستخدمة هي كيلو نيوتن لكل متر مكعب (kN/m^3) ولأن النيوتن واحدة مشتقة ممكن استخدام الكثافات (ρ) للتربة. الواحدة الدولية للكثافة هي كيلوغرام لكل متر مكعب (Kg/m^3). ويمكننا كتابة معادلات الكثافة (بشكل مشابه للمعادلات (9.3)، (11.3) كالتالي:

$$\rho = \frac{M}{V} \qquad (13.3)$$

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} \qquad (14.3)$$

حيث:

ρ: كثافة التربة (kg/m^3).

ρ_d: الكثافة الجافة للتربة (kg/m^3).

M: الكتلة الكلية لعينة التربة (kg).

واحدة الحجم الكلي V هي (m^3).

والوزن الحجمي بالوحدة (kN/m^3) يمكن إيجادها من الكثافات بالوحدة kg/m^3 كالتالي:

$$\gamma(KN/m^3) = \frac{g.\rho(Kg/m^3)}{1000}$$

و

$$\gamma_d(KN/m^3) = \frac{g.\rho_d(Kg/m^3)}{1000}$$

حيث g = تسارع الجاذبية الأرضية = 9.81 m/sec^2.

لاحظ أن الوزن الحجمي للماء (γ_w) مساوي للقيمة 9.81 kN/m^3 أو 62.4 lb/ft^3 أو 1000 kgf/m^3.

2.3 العلاقات بدلالة الوزن الحجمي، معامل المسامية، محتوى الرطوبة، والوزن النوعي النسبي

للحصول على العلاقات بدلالة الوزن الحجمي (أو الكثافة) لقيم معامل المسامية ومحتوى الرطوبة، سوف نعتبر أن حجم الأجزاء الصلبة للتربة مساوٍ للواحد، وكما في الشكل (2.3) إذا كان حجم الأجزء الصلبة للتربة يساوي الواحد فإن حجم الفراغات فيها يساوي معامل المسامية (من المعادلة 3.3). ضمن هذه الفرضيات فإن وزن الأجزاء الصلبة والماء يمكن إعطائه بالعلاقات التالية:

$$W_s = G_s.\gamma_w$$

$$W_w = w.W_s = w.G_s.\gamma_w$$

حيث:

G_s: الوزن النوعي النسبي للجزيئات الصلبة للتربة.

W: محتوى الرطوبة.

γ_w: الوزن الحجمي للماء.

الآن وباستخدام تعاريف الوزن الحجمي والوزن الحجمي الجاف (المعادلات 9.3 و11.3) نستطيع كتابة:

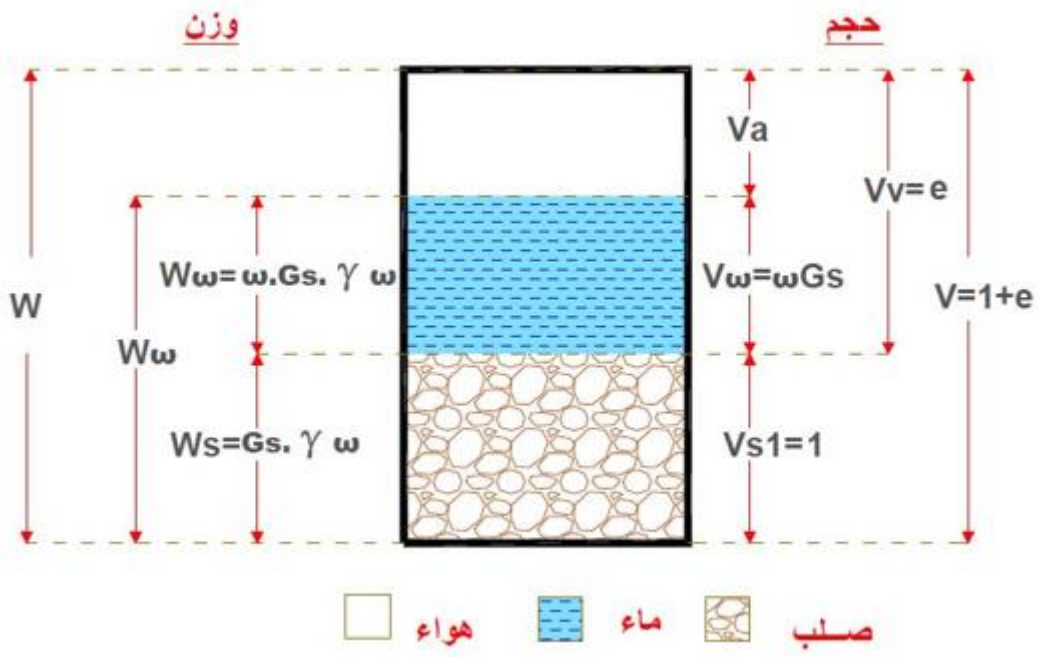
$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{G_s.\gamma_w + w.G_s.\gamma_w}{1+e} = \frac{(1+w)G_s.\gamma_w}{1+e} \qquad (15.3)$$

و

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{G_s.\gamma_w}{1+e} \qquad (16.3)$$

أو

$$e = \frac{G_s.\gamma_w}{\gamma_d} - 1 \qquad (17.3)$$



الشكل (2.3): ثلاثة أطوار لعنصر التربة, وحجم الأجزاء الصلبة تساوي الواحد

ولأن وزن الماء في عنصر التربة المفترض للدراسة يعبر عنه بالعلاقة $w.G_S.\gamma_w$ فإن الحجم المملوء من قبل الماء في هذا العنصر يعطى بالعلاقة:

$$V_w = \frac{W_w}{\gamma_w} = \frac{w.G_s.\gamma_w}{\gamma_w} = w.G_s$$

وعليه، فإن درجة الإشباع في عنصر التربة وبحسب التعريف المستخدم في المعادلة (5.3) نجد أن:

$$S = \frac{V_w}{V_v} = \frac{w.G_s}{e}$$

أو من خلال العلاقة التالية:

$$S.e = w.G_s \qquad (18.3)$$

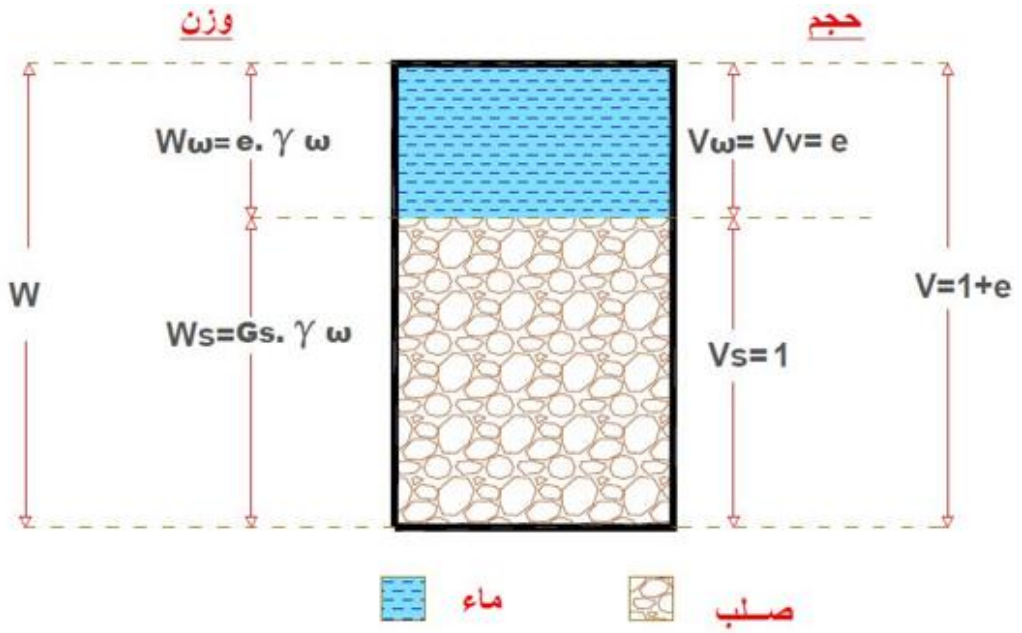
هذه المعادلة مفيدة في حل المسائل المتعلقة بعلاقات الأطوال الثلاثة للتربة.

عندما تكون عينة التربة مشبعة، هنا الفراغات سوف تكون مملوءة بالماء (الشكل 3.3)، وبالتالي فإن العلاقات من أجل الوزن الحجمي المشبع γ_{sat} يمكن إيجادها بطريقة مشابهة كالتالي:

$$\gamma_{sat} = \frac{W}{V} = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{G_s.\gamma_w + e.\gamma_w}{1+e} = \frac{(G_s + e).\gamma_w}{1+e} \qquad (19.3)$$

أيضاً ومن المعادلة (18.3) وبفرض أن S=1 نستطيع كتابة:

$$e = w.G_s \qquad (20.3)$$



الشكل (3.3): عنصر من التربة مشبع, وحجم الأجزاء الصلبة يساوي الواحد

كما تم ذكره سابقاً ونتيجة لسهولة التعامل مع الكثافات في الواحدات الدولية، فإن المعادلات التالية مشابهة لعلاقات الوزن الحجمي المعطاة في المعادلات (15.3)، (19.3)، (16.3)، وهي:

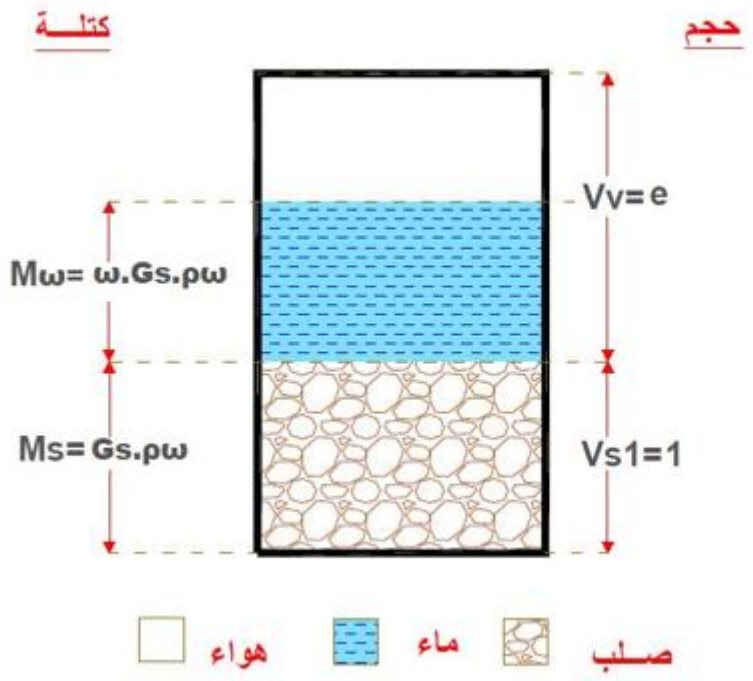
$$Density(\text{الكثافة}) = \rho = \frac{(1+w).G_s.\rho_w}{1+e} \qquad (21.3)$$

$$Dry\ density(\text{الكثافة الجافة}) = \rho_d = \frac{G_s.\rho_w}{1+e} \qquad (22.3)$$

$$Saturated\ density(\text{الكثافة المشبعة}) = \rho_{sat} = \frac{(G_s+e).\rho_w}{1+e} \qquad (23.3)$$

حيث ρ_w = كثافة الماء = 1000 kg/m^3.

المعادلة (21.3) ممكن اشتقاقها من الشكل (4.3) حيث أن حجم الأجزاء الصلبة للتربة يساوي الواحد وحجم الفراغات فيها يساوي e.



الشكل (4.3): الأطوار الثلاثة للتربة، الكتلة والحجم والعلاقة بينهما

لذلك، إذا كان لدينا في التربة المدروسة معلوم لدينا قيمة كتلة الأجزاء الصلبة M_s والمساوية إلى القيمة $G_s.\rho_w$ ، وبحسب تعرف محتوى الرطوبة الوارد في المعادلة (8.3) يمكننا أن نعبر رياضياً عن الرطوبة بالعلاقة التالية:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{\text{كتلة الماء}}{\text{كتلة الأجزاء الصلبة}} = \frac{M_w}{M_s}$$

حيث: M_w = كتلة الماء.

وبما أن كتلة التربة تساوي $G_s.\rho_w$، فإن كتلة الماء ضمن التربة تحسب من خلال العلاقة:

$$M_w = w.M_s = w.G_s.\rho_w$$

ومن المعادلة (13.3)، نستطيع حساب الكثافة بالعلاقة:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M_s + M_w}{V_s + V_v} = \frac{G_s.\rho_w + w.G_s.\rho_w}{1+e} = \frac{(1+w).G_s.\rho_w}{1+e}$$

المعادلات (22.3)، (23.3) يمكن استنتاجها بشكل مشابه.

3.3 العلاقات بدلالة الوزن الحجمي، المسامية، محتوى الرطوبة

العلاقات التي نحسب من خلالها قيم المسامية ومحتوى الرطوبة بدلالة الوزن الحجمي، يمكن إيجادها بشكل مشابه كما تم شرحه في الفقرة السابقة. ولهذا سوف نعتبر أن الحجم الكلي لتربة يساوي الواحد وكما يظهر الشكل (5.3) ومن المعادلة (4.3) يمكننا كتابة:

$$n = \frac{V_v}{V}$$

في حال كان V يساوي الواحد، هذا يعني أن V_v يساوي n وبالتالي فإن $V_s = 1-n$، وعليه فإن وزن الأجزاء الصلبة للتربة (W_s) ووزن الماء ضمنها (W_w) يمكن التعبير عنهما من خلال العلاقات:

$$W_s = G_s.\gamma_w.(1-n) \qquad (24.3)$$

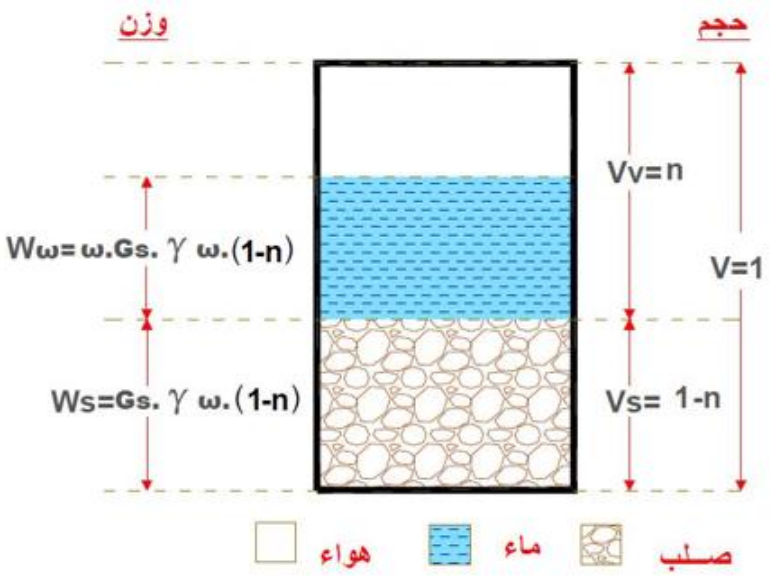
$$W_\omega = w.W_s = w.G_s.\gamma_w(1-n) \qquad (25.3)$$

وبالتالي فإن الوزن الحجمي الجاف للتربة نستطيع حسابه من خلال:

$$\gamma_d = \frac{W_s}{V} = \frac{G_s.\gamma_w.(1-n)}{1} = G_s.\gamma_w(1-n) \qquad (26.3)$$

أما الوزن الحجمي الرطب للتربة فيعطى بالعلاقة التالية:

$$\gamma = \frac{W_s + W_w}{V} = G_s.\gamma_w(1-n)(1+w) \qquad (27.3)$$



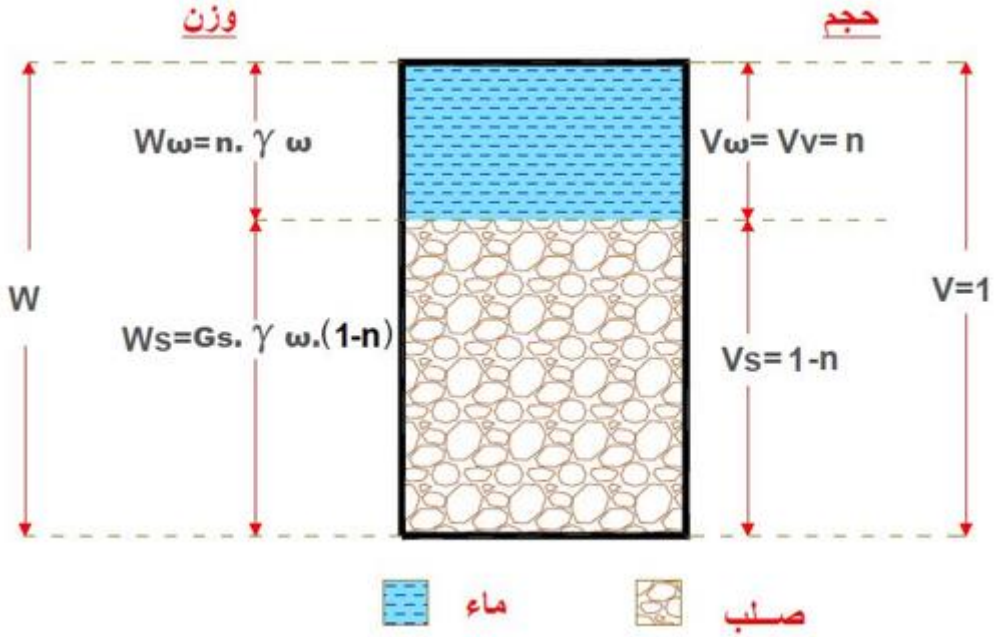
الشكل (5.3): الأطوار الثلاثة للتربة والحجم الكلي يساوي الواحد

في الشكل (6.3) يظهر لنا عينة من تربة مشبعة لها حجم مساوي إلى الواحد : V=1 ، بناءً على الشكل، يمكننا القول أن الوزن الحجمي المشبع للتربة يمكن كتابته بالمعادلة:

$$\gamma = \frac{W_s + W_w}{V} = \frac{(1-n)G_s.\gamma_w + n.\gamma_w}{1} = [(1-n).G_s + n].\gamma_w \qquad (28.3)$$

أما محتوى الرطوبة لهذه التربة المشبعة يمكن التعبير عنه بالمعادلة التالية:

$$w = \frac{W_w}{W_s} = \frac{n.\gamma_w}{(1-n).\gamma_w.G_s} = \frac{n}{(1-n).G_s} \qquad (29.3)$$



الشكل (6.3): عنصر تربة مشبع، والحجم الكلي يساوي الواحد

4.3 علاقات الوزن الحجمي المختلفة

في الفقرة 2.3 و3.3 تم استنتاج العلاقات الأساسية للوزن الحجمي الرطب، الوزن الحجمي الجاف والوزن الحجمي المشبع للتربة.

العديد من العلاقات الأخرى والتي يمكن استنتاجها من $\gamma, \gamma_d, \gamma_{sat}$ معطاة في الجدول (1.3).

بعض القيم الشائعة لمعامل المسامية ومحتوى الرطوبة في حالة الإشباع والوزن الحجمي الجاف لتربة بحالتها الطبيعية معطاة أيضاً في الجدول (2.3).

الجدول (1.3): العلاقات ما بين الخواص الفيزيائية

Moist unit weight (γ)		Dry unit weight (γ_d)		Saturated unit weight (γ_{sat})	
Given	Relationship	Given	Relationship	Given	Relationship
w, G_s, e	$\frac{(1+w)G_s\gamma_w}{1+e}$	γ, w	$\frac{\gamma}{1+w}$	G_s, e	$\frac{(G_s+e)\gamma_w}{1+e}$
S, G_s, e	$\frac{(G_s+Se)\gamma_w}{1+e}$	G_s, e	$\frac{G_s\gamma_w}{1+e}$	G_s, n	$[(1-n)G_s+n]\gamma_w$
w, G_s, S	$\frac{(1+w)G_s\gamma_w}{1+\frac{wG_s}{S}}$	G_s, n	$G_s\gamma_w(1-n)$	G_s, w_{sat}	$\left(\frac{1+w_{sat}}{1+w_{sat}G_s}\right)G_s\gamma_w$
w, G_s, n	$G_s\gamma_w(1-n)(1+w)$	G_s, w, S	$\frac{G_s\gamma_w}{1+\left(\frac{wG_s}{S}\right)}$	e, w_{sat}	$\left(\frac{e}{w_{sat}}\right)\left(\frac{1+w_{sat}}{1+e}\right)\gamma_w$
S, G_s, n	$G_s\gamma_w(1-n)+nS\gamma_w$	e, w, S	$\frac{eS\gamma_w}{(1+e)w}$	n, w_{sat}	$n\left(\frac{1+w_{sat}}{w_{sat}}\right)\gamma_w$
		γ_{sat}, e	$\gamma_{sat}-\frac{e\gamma_w}{1+e}$	γ_d, e	$\gamma_d+\left(\frac{e}{1+e}\right)\gamma_w$
		γ_{sat}, n	$\gamma_{sat}-n\gamma_w$	γ_d, n	$\gamma_d+n\gamma_w$
		γ_{sat}, G_s	$\frac{(\gamma_{sat}-\gamma_w)G_s}{(G_s-1)}$	γ_d, S	$\left(1-\frac{1}{G_s}\right)\gamma_d+\gamma_w$
				γ_d, w_{sat}	$\gamma_d(1+w_{sat})$

الجدول (2.3): معامل المسامية, الرطوبة الطبيعية, الوزن الحجمي الجاف لبعض الترب بحالتها الطبيعية

نوعية التربة	معامل المسامية e	الرطوبة الطبيعية %	الوزن الحجمي الجاف γ_d	
			lb/ft^3	kN/m^3
رمل مخلل منتظم	0.8	30	14.5	92
رمل متراص منتظم	0.45	16	18	115
رمل سيلتي مخلل	0.65	25	16	102
رمل سيلتي متراص	0.40	15	19	121
غضار قاسي	0.6	21	17	108
غضار طري	1.40 – 0.9	50 – 30	14.5 – 11.5	93 – 73
الرواسب	0.9	25	13.5	86
الغضار العضوي الطري	3.2 – 2.5	120 – 90	8 – 6	51 – 38
الترب الحتية الجليدية	0.3	10	21	134

المثال 1.3:

إذا كان لدينا تربة مشبعة، أثبت أن الوزن الحجمي المشبع لها يساوي إلى القيمة التالية:

$$\gamma_{sat} = \left(\frac{e}{w}\right)\left(\frac{1+w}{1+e}\right).\gamma_w$$

الحل :

بحسب الفرض وهو أن التربة مشبعة، أي أن S = 1 ومن العلاقات 19.3 و20.3 نستطيع كتابة:

$$\gamma_{sat} = \frac{(G_s + e).\gamma_w}{1+e} \qquad (a)$$

وكذلك:

$$e = w.G_s$$

أو

$$G_s = \frac{e}{w} \qquad (b)$$

وبدمج العلاقتين b،a نحصل على:

$$\gamma_{sat} = \frac{\left(\frac{e}{w} + e\right).\gamma_w}{1+e} = \left(\frac{e}{w}\right)\left(\frac{1+w}{1+e}\right).\gamma_w$$

وهو المطلوب.

المثال 2.3:

من أجل عينة تربة رطبة، لدينا المعطيات التالية:

$$\boldsymbol{V = 1.2\ m^3}$$
$$\boldsymbol{M = 2350\ kg}$$
$$\boldsymbol{w = 8.6\%}$$
$$\boldsymbol{G_S = 2.71}$$

المطلوب حساب القيم التالية:

a) الكثافة الرطبة.

b) الكثافة الجافة.

c) معامل المسامية.

d) المسامية.

e) درجة الإشباع.

f) حجم الماء ضمن عينة التربة.

الحل:

a) من العلاقة 13.3 نجد أن:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{2350}{1.2} = 1958.3\ \text{kg/m}^3$$

b) من العلاقة 14.3 نجد أن:

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} = \frac{M}{(1+w)V} = \frac{2350}{\left(1+\frac{8.6}{100}\right)(1.2)} = 1803.3\ \text{kg/m}^3$$

c) من العلاقة 22.3 نجد أن:

$$\rho_d = \frac{G_s.\rho_w}{1+e}$$

$$e = \frac{G_s.\rho_w}{\rho_d} - 1 = \frac{(2.71)(1000)}{1803.3} - 1 = 0.503$$

d) من العلاقة 7.3 نجد أن:

$$n = \frac{e}{1+e} = \frac{0.503}{1+0.503} = 0.335$$

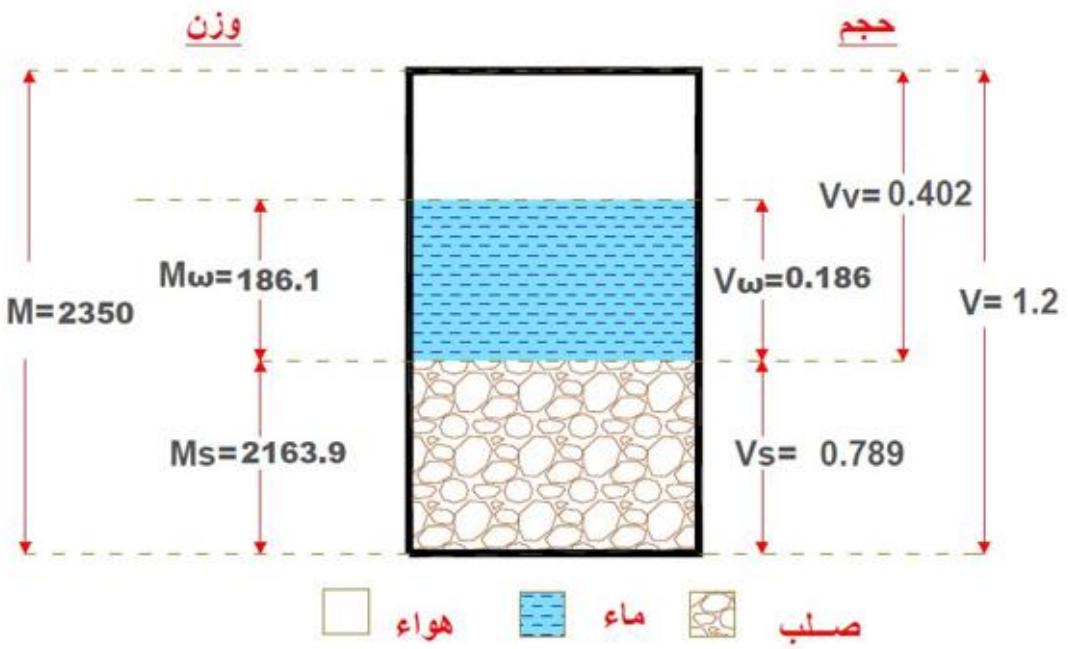
e) من العلاقة 18.3 نجد أن:

$$S = \frac{w.G_s}{e} = \frac{\left(\frac{8.6}{100}\right)(2.71)}{0.503} = 0.463 = 46.3\ \%$$

f) إن حجم الماء يعطى كما يلي:

$$\frac{M_w}{\rho_w} = \frac{M - M_s}{\rho_w} = \frac{M - \frac{M}{1+w}}{\rho_w} = \frac{2350 - \left(\frac{2350}{1+\frac{8.6}{100}}\right)}{1000} = 0.186\ \text{m}^3$$

بالتالي يمكننا إيجاد طريقة ثانية للحل من خلال الشكل (7.3):



الشكل (7.3): عنصر يوضح بشكل تفصيلي مكونات التربة

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{2350}{1.2} = 1958.3\ \text{kg/m}^3$$

$$M_s = \frac{M}{1+w} = \frac{2350}{1+\frac{8.6}{100}} = 2163.9\ \text{kg}$$

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} = \frac{M}{(1+w).V} = \frac{2350}{\left(1+\frac{8.6}{100}\right)(1.2)} = 1803.3\ \text{kg/m}^3$$

وعليه، فإن حجم الأجزاء الصلبة:

$$\frac{M_s}{G_s.\rho_w} = \frac{2163.9}{(2.71)(1000)} = 0.798\ \text{m}^3$$

وأما حجم الفراغات:

$$V_v = V - V_s = 1.2 - 0.798 = 0.402\ \text{m}^3$$

ومنه، فإن معامل المسامية:

$$e = \frac{V_v}{V_s} = \frac{0.402}{0.798} = 0.503$$

أما المسامية:

$$n = \frac{V_v}{V} = \frac{0.402}{1.2} = 0.335$$

وحجم الماء يعطى من خلال:

$$S = \frac{V_w}{V_v}$$

$$V_w = \frac{M_w}{\rho_w} = \frac{186.1}{1000} = 0.186\ \mathrm{m}^3$$

وعليه، فإن درجة الإشباع للتربة تعطى بالعلاقة:

$$S = \frac{0.186}{0.402} = 0.463 = 46.3\ \%$$

$$V_w = 0.186\ \mathrm{m}^3$$

المثال 3.3:

من أجل عينة تربة لدينا القيم التالية:

$$\boldsymbol{n = 0.4}$$
$$\boldsymbol{G_S = 2.68}$$
$$\boldsymbol{w = 12\%}$$

والمطلوب تحديد كتلة الماء الواجب إضافتها لعشرة أمتار مكعبة من هذه التربة للوصول لدرجة الإشباع التام.

الحل:

العلاقة 27.3 يمكن إعادة كتابتها بدلالة الكثافة كالتالي:

$$\rho = G_s.\rho_w(1-n)(1+w)$$

وبشكل مشابه من العلاقة 2.28 نجد أن:

$$\rho_{sat} = [(1-n)G_s + n]\rho_w$$

وبالتعويض:

$$\rho = (2.68)(1000)(1-0.4)(1+0.12) = 1800.96\ \mathrm{kg/m}^3$$
$$\rho_{sat} = [(1-0.4)(2.68) + 0.4](1000) = 2008\ \mathrm{kg/m}^3$$

وبالتالي كتلة الماء الواجب إضافتها لكل متر مكعب:

$$\rho_{sat} - \rho = 2008 - 1800.96 = 207.04\ \mathrm{kg}$$

وعليه، فإن كتلة الماء الكلية الواجب إضافتها إلى 10 متر مكعب هي:

$$207.04 \times 10 = 2070.4\ \mathrm{kg}$$

المثال 4.3:

من أجل عينة تربة مشبعة يعطى التالي:

$$\gamma_d = 103\ \mathbf{lb/ft^3}$$
$$w = 23\%$$

المطلوب حساب:

a) الوزن الحجمي المشبع γ_{sat}.

b) الوزن النوعي النسبي G_s.

c) معامل المسامية e.

الحل:

a) من المعادلة 12.3:

$$\gamma_{sat} = \gamma_d(1+w) = (103)\left(1+\frac{23}{100}\right) = 126.69\frac{lb}{ft^3}$$
$$\cong 126.7\text{lb/ ft}^3$$

b) من المعادلة 16.3:

$$\gamma_d = \frac{G_s.\gamma_w}{1+e}$$

ومن أجل تربة مشبعة ومن خلال العلاقة 20.3 نجد $e = w.G_S$ وبالتالي:

$$\gamma_d = \frac{G_s.\gamma_w}{1+wG_s}$$
$$103 = \frac{G_s(62.4)}{1+(0.23)(G_s)}$$

وبالتعويض:

$$103 + 23.69G_s = 62.4G_s \implies G_s = 2.66$$

c) من أجل تربة مشبعة:

$$e = w.G_s = (0.23)(2.66) = 0.61$$

5.3 الكثافة النسبية

يستخدم مفهوم الكثافة النسبية لحساب الكثافة الحقلية ومدى تخلخل الترب الحبيبية وذلك من خلال العلاقة التالية:

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \qquad (30.3)$$

حيث:

D_r: الكثافة النسبية وتعطى عادة كنسبة مئوية.

e: معامل المسامية الحقلي.

e_{max}: معامل المسامية بحالة التخلخل الأعظمي للتربة.

e_{min}: معامل المسامية بحالة الكثافة العظمى للتربة (الترب المرصوصة).

قيمة D_r ممكن أن تتراوح من القيمة 0% للترب المخلخلة وحتى القيمة 100% للترب الكثيفة (المرصوصة).

مهندسو التربة قاموا بوصف نوعي للترب الحبيبية بناءً على الكثافات النسبية للترب الحبيبية كما هو مبين في الجدول (3.3). الترب بحالتها الطبيعية نادراً ما تتراوح كثافة التربة النسبية من 20% وحتى 30%. إن عملية رص الترب الحبيبية للوصول لكثافة نسبية أكبر من 85% يعتبر عملية صعبة.

الجدول (3.3): توصيف التربة استناداً لقيمة الكثافة النسبية

الكثافة النسبة (D_r %)	توصيف التربة
15 – 0	مخلخلة جداً
50 – 15	مخلخلة
70 – 50	متوسطة التراص
85 – 70	مرصوصة
100 – 85	مرصوصة جداً

علاقات الكثافة النسبية يمكن استنتاجها بدلالة المسامية، من خلال العلاقات التالية:

$$e_{max} = \frac{n_{max}}{1 - n_{max}} \tag{31.3}$$

$$e_{min} = \frac{n_{min}}{1 - n_{min}} \tag{32.3}$$

$$e = \frac{n}{1 - n} \tag{33.3}$$

حيث n_{max} وn_{min} هي المسامية للتربة بحالتها المخلخلة وبحالة الكثافة العظمى على التوالي، بتعويض المعادلتين (31.3) و(33.3) في المعادلة (30.3)، نستطيع إيجاد:

$$D_r = \frac{(1 - n_{min})(n_{max} - n)}{(n_{max} - n_{min})(1 - n)} \tag{34.3}$$

وباستخدام تعريف الوزن الحجمي الجاف المعطى في المعادلة (16.3). نستطيع التعبير عن الكثافات النسبية بدلالة الوزن الحجمي الجاف الأعظمي والأصغري، من خلال العلاقة التالية:

$$D_r = \frac{\left[\frac{1}{\gamma_{d(min)}}\right] - \left[\frac{1}{\gamma_d}\right]}{\left[\frac{1}{\gamma_{d(min)}}\right] - \left[\frac{1}{\gamma_{d(max)}}\right]}$$

$$= \left[\frac{\gamma_d - \gamma_{d(min)}}{\gamma_{d(max)} - \gamma_{d(min)}}\right]\left[\frac{\gamma_{d(max)}}{\gamma_d}\right] \tag{3.35}$$

حيث:

(γ_{dmin}) = الوزن الحجمي الجاف بحالة الخلخلة الأعظمية للتربة (عند معامل مسامية e_{max} أعظمي).

(γ_d) = الوزن الحجمي الجاف لحالة التربة الحقلية (عند معامل مسامية e.

(γ_{dmax}) = الوزن الحجمي الجاف بحالة الكثافة الأعظمية للتربة (عند معامل مسامية e_{min} أصغري).

وبدلالة الكثافات، المعادلة (35.3) يمكن التعبير عنها بالعلاقة:

$$D_r = \left[\frac{\rho_d - \rho_{d(min)}}{\rho_{d(max)} - \rho_{d(min)}}\right]\frac{\rho_{d(max)}}{\rho_d} \tag{36.3}$$

قدم نظام ((2007) D4254 – D4253–) ASTM طريقة لتحديد الوزن الحجمي الجاف الأعظمي والأصغري للترب الحبيبة والتي يمكن استخدامها في المعادلة (3.35) لقياس الكثافة النسبية للرص في الحقل.

تتضمن التجربة استخدام قالب بحجم ($0.1ft^3$) $2830\ cm^3$. **ومن أجل تحديد الكثافة الجافة الدنيا** يتم استخدام الرمل المخلخل وصبه في القالب من خلال قمع بقطر (0.5 in) 12.7 mm. ارتفاع السقوط الوسطي للرمل إلى القالب هو (1 in) 25.4 mm. إن قيمة الوزن الحجمي الجاف الأصغري γ_{dmin} يمكن حسابها باستخدام المعادلة التالية:

$$\gamma_{d(min)} = \frac{W_s}{V_m} \qquad (37.3)$$

حيث:

W_s: وزن الرمل اللازم لملئ القالب.

V_m: حجم القالب.

أما الكثافة الجافة العظمى فتحدد من خلال عملية صب مستمر للرمل في القالب لمدة 8 دقائق وبعد ذلك يتم وضع حمولة تسبب إجهاد مقداره $14\ kN/m^2$ مطبق على سطح القالب ويوضع القالب على طاولة ويتعرض للهز بتردد 3600 دورة / دقيقة بمطال 0.635 مم وتحدد الكثافة الجافة العظمى بنهاية المدة بعد معرفة حجم ووزن عينة الرمل المستخدم.

تتأثر قيمة الكثافة الجافة العظمى بعدة عوامل:

- التسارع.
- الحمولة المطبقة.
- موضع التسارع.

وبالتالي نحصل على قيم أكبر للقيمة (γ_{dmax}) من التي حصلنا عليها حسب مواصفة ASTM والتي تم شرحها سابقاً.

المثال 5.3:

من أجل عينة تربة رملية يعطى التالي:

$$\boldsymbol{e_{max} = 0.75}$$
$$\boldsymbol{e_{min} = 0.4}$$
$$\boldsymbol{G_S = 2.68}$$

تم رص العينة للوصول إلى $\boldsymbol{\rho = 112\ lb/ft^3}$ عند محتوى رطوبة $\boldsymbol{w = 12\%}$،

المطلوب تحديد الكثافة النسبية D_r.

الحل:

من العلاقة 3.21:

$$\rho = \frac{(1+w).G_s.\gamma_w}{1+e}$$

أو:

$$e = \frac{G_s\gamma_w(1+w)}{\gamma} - 1 = \frac{(2.68)(62.4)(1+0.12)}{112} - 1 = 0.67$$

ومن العلاقة 30.3:

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} = \frac{0.75 - 0.67}{0.75 - 0.4} = 0.229 = 22.9\ \%$$

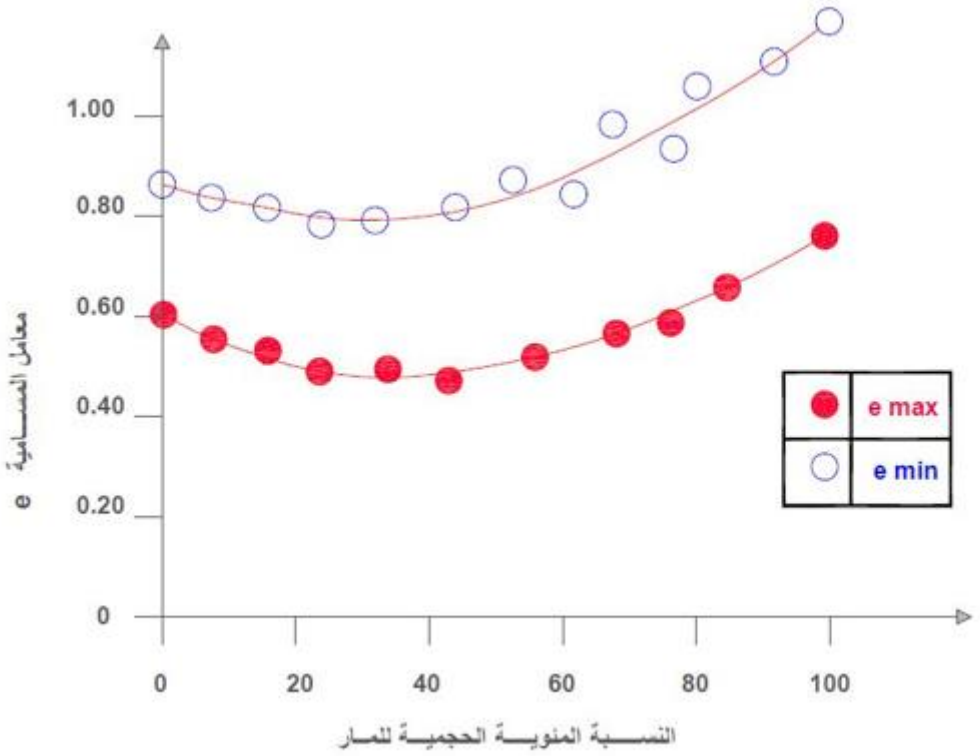
6.3 ملاحظات على e_{max} ، e_{min}

تتعلق قيم كلاً من e_{max} وe_{min} بعدة عوامل منها:

- حجم الحبيبات.
- شكل الحبيبات.
- طبيعية منحني التدرج الحبي.
- الجزيئات الناعمة F_c والتي قطرها أقل من 0.075 مم.

ملاحظة:

تتأثر معاملات المسامية السابقة بمحتوى الجزيئات الناعمة بشكل كبير وهذا موضح بالشكل (3.8) حيث يظهر تغير معاملات e_{max} وe_{min} مع نسبة النواعم غير اللدنة (معبر عنها بالحجم) من أجل رمل (Nevada 50/80) (حسب Lade .et al) (1998).



الشكل (8.3): تغيرات e_{max} ، e_{min} مع نسبة النواعم غير اللدنة معبر عنها بالحجم

نلاحظ أن القيمة D_{50} (قطر المهزة التي تمرر 50% من التربة) من أجل رمل ونسبة النواعم اللالدنة المستخدمة في التجربة الموضحة في الشكل (3.8) (وهي: $(D_{50-\text{رمل}}/D_{50-\text{نواعم}})$) كانت 4.2 حسب الشكل (3.8). ومن نفس الشكل نلاحظ أنه عندما ازدادت نسبة النواعم مقدرة بالحجم من الصفر وحتى 30% قلت قيمة e_{max} وe_{min} وتعتبر هذه المرحلة مرحلة ملئ الفراغات حيث تميل النواعم لملئ الفراغات ما بين جزيئات الرمل الكبيرة. وهناك مرحلة انتقالية عندما تكون نسبة النواعم بين 30 إلى 40%. على كل حال، عندما تصبح نسبة النواعم أكبر من 40%، فإن قيمة e_{max} وe_{min} تبدأ بالازدياد، وهذه المرحلة هي مرحلة استبدال الأجزاء الصلبة، حيث يتم إزاحة الجزيئات الكبيرة ويتم استبدالها تدريجياً بالنواعم.

درس كلاً من السيدان Cubrinovski and Ishihara في العام 2002 تغير قيم e_{max} وe_{min} للعديد من الترب وبناءً على خطوط التراجع الأمثلية قدما العلاقات التالية:

- **من أجل** رمل صاف (Fc = 0 to 5 %):

$$e_{max} = 0.072 + 1.53e_{min} \text{= 0 to 5\%} \quad \text{(Clean sand) Fc} \quad (38.3)$$

- **من أجل** رمل مع نواعم ($5 < Fc \leq 15$ %):

$$e_{max} = 0.25 + 1.37e_{min} \quad \text{Sand with fines (5<Fc≤15\%)} \quad (3.39)$$

- **من أجل** رمل مع نواعم وغضار ($15 < Fc \leq 30$ %)، (Pc = (5 to 20 %:

$$e_{max} = 0.44 + 1.21e_{min} \quad (40.3)$$

- **من أجل** ترب سلتية ($30 < Fc \leq 70$ %)،(Pc = 5 to 20 %):

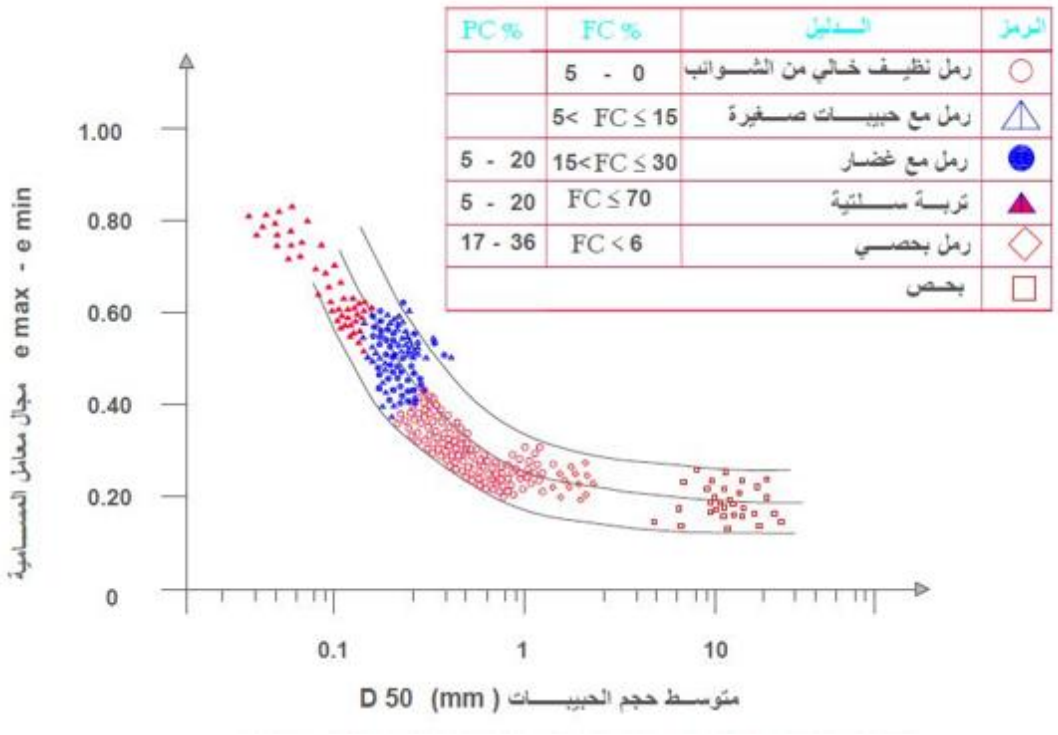
$$e_{max} = 0.44 + 1.32e_{min} \quad (41.3)$$

حيث Fc: نسبة النواعم من أجل حجم حبيبات أقل من 0.075 mm.

Pc: نسبة حجم الغضار (< 0.005 mm).

الشكل (9.3) يظهر تغير القيمة $e_{max}-e_{min}$ مقابل حجم الجزيئات الوسطي (D_{50}) من أجل عدد من الترب (Cubtinovski and Ishihara 1900 – 2000). من الشكل أيضاً، نستطيع القول أن المنحني الوسطي للرمل والترب الحبيبة يمكن إعطاءه بالعلاقة:

$$e_{max} - e_{min} = 0.23 + \frac{0.06}{D_{50}(mm)} \qquad (42.3)$$



الشكل (9.3): تغيرات e_{max} ، e_{min} حسب أبعاد ذرات التربة

7.3 الخلاصة

في هذا الفصل تم مناقشة علاقات الوزن مع الحجم ومبدأ الكثافة النسبية. كما قدم علاقات الحجم بدلالة المسامية، معامل المسامية، ودرجة الإشباع، إن علاقات الوزن تشمل محتوى الرطوبة، الوزن الحجمي الرطب والجاف والمشبع.

الكثافة النسبية تستخدم لوصف كثافة التربة الحبيبية. الكثافة النسبية يمكن التعبير عنها بدلالة الوزن الحجمي الحقلي (الكثافات) الأعظمي والأصغري من أجل الترب ويعبر عنه كنسبة مئوية.

8.3 أمثلة غير محلولة

1. من أجل تربة معطاة، أثبت أن:

$$\gamma_{sat} = \gamma_d + n.\gamma_w$$

2. من أجل تربة معطاة أثبت أن:

$$\gamma_{sat} = \gamma_d + \left(\frac{e}{1+e}\right)\gamma_w$$

3. من أجل تربة معطاة أثبت أن:

$$\gamma_d = \frac{e.S.\gamma_w}{(1+e).w}$$

4. لدينا عينة لتربة رطبة حجمها $0.4\ m^3$ لها الخواص التالية:

- الكتلة الرطبة = 711.2 kg
- الكثافة الجافة = 623.9 kg
- الوزن النوعي النسبي للأجزاء الصلبة = 2.68.

أحسب التالي:

a) محتوى الرطوبة.
b) الكثافة الرطبة.
c) الكثافة الجافة.
d) معامل المسامية.
e) المسامية.

5. لدينا تربة بحالتها الطبيعية كان لها حجم يساوي إلى $0.33\ ft^3$ ووزن 39.93 lb. وكان وزن التربة بعد تجفيفها بالفرن هو 34.54 lb. فإذا كانت G_s =2.67. احسب محتوى الرطوبة، الوزن الحجمي الرطب، الوزن الحجمي الجاف، معامل المسامية، المسامية، درجة الإشباع.

6. إذا كان الوزن الرطب لتربة حجمها $0.2\ ft^3$ هو 23lb، ومحتوى الرطوبة والوزن النوعي النسبي للأجزاء الصلبة تم تحديده بالمختبر ولهما القيم التالية: 11% و2.7 على التوالي، أحسب ما يلي:

a) الوزن الحجمي الرطب (lb/ft^3).
b) الوزن الحجمي الجاف (lb/ft^3).
c) معامل المسامية.
d) المسامية.
e) درجة الإشباع (%).
f) الحجم الذي يشغله الماء (ft^3).

7. إذا كان الوزن الحجمي المشبع لتربة هو $19.8\ kN/m^3$. ومحتوى الرطوبة هو 17.1% ، والمطلوب لهذه التربة تحديد ما يلي:

a) الوزن الحجمي الجاف.
b) الوزن النوعي النسبي للأجزاء الصلبة.
c) معامل المسامية.

8. إذا كان الوزن الحجمي لتربة هو $95\ lb/ft^3$. ومحتوى الرطوبة للتربة هو 19.2%، عندما تكون درجة الإشباع 60% . والمطلوب تحديد التالي:

a) معامل المسامية.
b) الوزن النوعي النسبي للأجزاء الصلبة.
c) الوزن الحجمي المشبع.

9. من أجل تربة معينة لدينا المعطيات التالية: $G_s = 2.67$

الوزن الحجمي الرطب $\gamma = 112\ lb/ft^3$ ومحتوى الرطوبة $w = 10.8\%$. المطلوب حساب التالي:

a) الوزن الحجمي الجاف.
b) معامل المسامية.
c) المسامية.
d) درجة الإشباع (%).

10. بناءً على المسألة 3.9، يطلب حساب وزن الماء بالباوند اللازم إضافته لقدم مكعب من تربة بحالة درجات الاشباع التالية:

a) (80%) من درجة الإشباع.
b) (100%) من درجة الإشباع.

11. إذا كانت الكثافة الرطبة لتربة هي $1680\ kg/m^3$. ومحتوى الرطوبة $w = 18\%$ والوزن النوعي النسبي $G_s = 2.73$ أحسب ما يلي:

a) الكثافة الجافة.
b) المسامية.
c) درجة الإشباع.
d) كتلة الماء مقدرة بالوحدة Kg/m^3 اللازم إضافتها للوصول للإشباع التام.

12. إذا كانت الكثافة الجافة لتربة هي $1780\ kg/m^3$ و$G_s = 2.68$ ما هو محتوى الرطوبة عند الوصول لدرجة الإشباع.

13.3 المسامية لتربة هي 0.35، والوزن النوعي النسبي لها هو: $G_s = 2.69$، احسب:

a) الوزن الحجمي المشبع (KN/m^3).
b) محتوى الرطوبة عندما يكون الوزن الحجمي الرطب $17.5\ KN/m^3$.

13. لدينا تربة مشبعة لها: $w = 23\%$ و$G_s = 2.62$. المطلوب تحديد الكثافات الجافة والمشبعة مقدرة بالوحدة Kg/m^3.

14. لدينا تربة لها الخواص التالية: e=0.75، و$w = 21.5\%$ و$G_s = 2.71$. والمطلوب تحديد:

a) الوزن الحجمي الرطب (lb/ft^3).
b) الوزن الحجمي الجاف (lb/ft^3).
c) درجة الإشباع (%).

16. لدينا تربة لها المعطيات التالية: $w = 18.2\%$ و$G_s = 2.67$ و$S = 80\%$. والمطلوب تحديد الوزن الحجمي الرطب والجاف لتربة بالوحدة lb/ft^3.

17. بحال كان الوزن الحجمي الرطب لتربة هو $112.32\ lb/ft^3$ عند محتوى رطوبة 10%. وقيمة الوزن النوعي النسبي للتربة هو: $G_s = 2.7$.

المطلوب حساب :

a) e.
b) الوزن الحجمي المشبع.

18. بحال كان الوزن الحجمي الرطب ودرجة الإشباع لتربة معطى بالجدول التالي:

$\gamma(\frac{lb}{ft^3})$	S (%)
105.73	50
112.67	75

أحسب ما يلي:

a) e.
b) G_s.

19. بناءً على نص المسألة 18 . يطلب تحديد وزن الماء بالوحدة lb الموجود ضمن $2.5\ ft^3$ للتربة عند درجة الإشباع.

20. من أجل عينة رمل، وبحال كان معامل المسامية الأعظمي والأصغري هو 0.78 و0.43 على التوالي:

ومعطى لدينا: $G_s = 2.67$، أحسب الوزن الحجمي الجاف للتربة بوحدة KN/m^3 عندما تكون الكثافة النسبية 65%.

21. من أجل تربة رملية، $e_{max} = 0.75$ و$e_{min} = 0.46$، $G_s = 2.68$ ما هو الوزن الحجمي الرطب عند الرص (KN/m^3) حقلياً إذا كانت $D_r = 78\%$ و$w = 9\%$.

22. من أجل تربة رملية، الوزن الحجمي الجاف الأعظمي والأصغري هو $108\ lb/ft^3$ و$92lb/ft^3$ على التوالي. معطى لدينا : $G_s = 2.65$، أحسب الوزن الحجمي الرطب للتربة عندما تكون الكثافة النسبية 60% ومحتوى الرطوبة 8%.

23. محتوى الرطوبة لعينة تربة هو 18.4% والوزن الحجمي الجاف هو $100\ lb/ft^3$. مع افتراض أن الوزن النوعي النسبي للأجزاء الصلبة هو 2.65.

a) أحسب درجة الإشباع.
b) ما هو الوزن الحجمي الجاف الأعظمي حتى يتم رص التربة من دون تغيير محتوى الرطوبة.

24. رمل ردمي مخلخل غير مرصوص يملأ 6 قدم بالعمق له كثافة نسبية 40%. التجارب المخبرية أظهرت أن معامل المسامية الأعظمي والأصغري للرمل هو 0.46 و0.90 على التوالي والوزن النوعي النسبي للأجزاء الصلبة للرمل هو 2.65.

a) ما هو الوزن الحجمي الجاف للرمل.
b) في حال تم رص الرمل إلى كثافة نسبية 75%، ما السماكة التي تم نقصانها من الأقادم الستة للردم.

9.3 المراجع

1. AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2007). *Annual Book of ASTM Standards* ،Sec. 4، Vol. 04.08. West Conshohocken، Pa.
2. CUBRINOVSKI، M.، and ISHIHARA، K. (1999). "Empirical Correlation Between SPT N-Value and Relative Density for Sandy Soils،" *Soils and Foundations*. Vol. 39، No. 5، 61–71.
3. CUBRINOVSKI، M.، and ISHIHARA، K. (2002). "Maximum and Minimum Void Ratio Characteristics of Sands،" *Soils and Foundations*. Vol. 42، No. 6، 65–78.
4. LADE، P. V.، LIGGIO، C. D.، and YAMAMURO، J. A. (1998). "Effects of Non-Plastic Fines on Minimum and Maximum Void Ratios of Sand،" *Geotechnical Testing Journal*، ASTM. Vol. 21، No. 4، 336–34.