

الدكتور المهندس بسام العجي

تلويث المياه
water pollution

[23-05]
2025

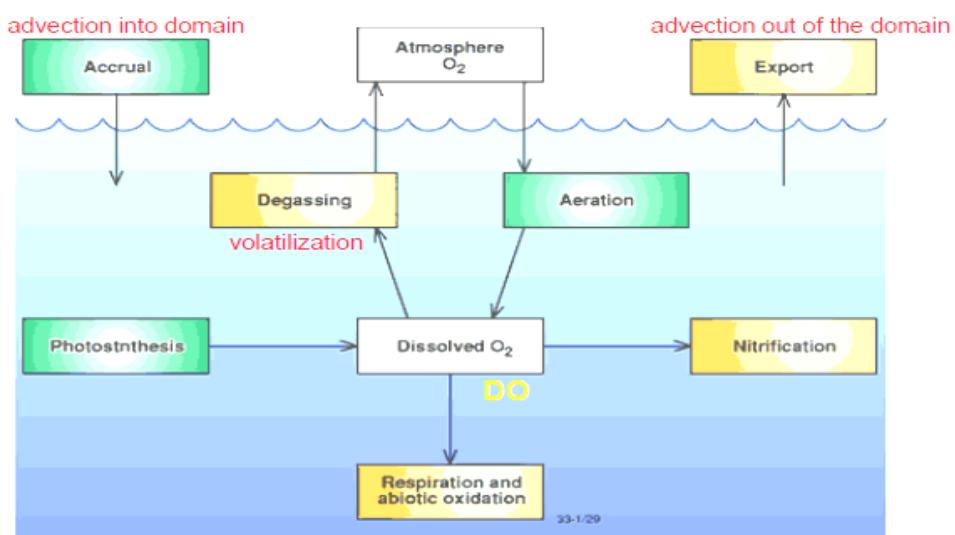
التنقية الذاتية للمصادر المائية

التنقية الذاتية للمصادر المائية

SELF PURIFICATION OF WATER RESOURCES

مقدمة:

التنقية الذاتية لأنظمة المياه الطبيعية هي عملية مركبة تتضمن في أغلب الأحيان عمليات فيزيائية وكيميائية وحيوية تعمل بشكل آني. كمية الأوكسجين المنحل dissolved Oxygen (DO) في الماء هي أحد أكثر المؤشرات المستعملة عموماً للتعبير عن صحة النهر. عندما ينخفض تركيز الأوكسجين المنحل DO إلى أقل من 4 or 5 mg/L فإن أشكال الحياة المتبقية تبدأ بالانفلاخ، ويعتبر الحد الأدنى المطلوب للأوكسجين المنحل لإبقاء أشكال الحياة الأعلى حوالي 2.0 mg/L. تتأثر كمية الأوكسجين المنحل DO المتوفرة في النهر بعدد كبير من العوامل، فتقوم النباتات نهاراً بإغذاء النهر بالأوكسجين المنحل بينما تخفض قيمته ليلاً، وتساهم الكائنات المائية الحية بخفض تركيز الأوكسجين المنحل خلال عمليات تنفسها وتتأثر قيمة الأوكسجين المنحل في فترة الصيف حيث ترتفع درجة حرارة المياه، ويساهم التلوث العضوي في استهلاك جزء من خفض الأوكسجين المنحل.



العوامل المؤثرة على التنقية الذاتية : Factors Affecting Self Purification

- غزاره التيار المائي و التخفيف: تسبب التيارات الصغيرة ترسب المواد الصلبة من المياه وتحلتها وانخفاض قيمة DO
- درجة الحرارة: ترتفع كمية DO في المياه الباردة مقارنة بالمياه الحارة، وفي نفس الوقت يزداد نشاط الأحياء الدقيقة في المياه الحارة ، لذلك تستعرق التنقية الذاتية وقتاً أقل في درجات الحرارة المرتفعة صيفاً مقارنة بدرجات الحرارة المنخفضة شتاءً.
- ضوء الشمس: تنتج الطحالب الأوكسجين في ضوء الشمس بسبب عملية التركيب الضوئي. لذا، يساعد ضوء الشمس في التنقية الذاتية للأنهار.
- سرعة الأكسدة Rate of Oxidation : يحدث استهلاك الأوكسجين خلال عمليات أكسدة المادة العضوية ويعتمد هذا الاستهلاك على التركيب الكيميائي للمادة العضوية.

الوصف الرياضي لمنحنى انخفاض الأوكسجين المنحل:

Mathematical Description of the Dissolved Oxygen Sag Curve

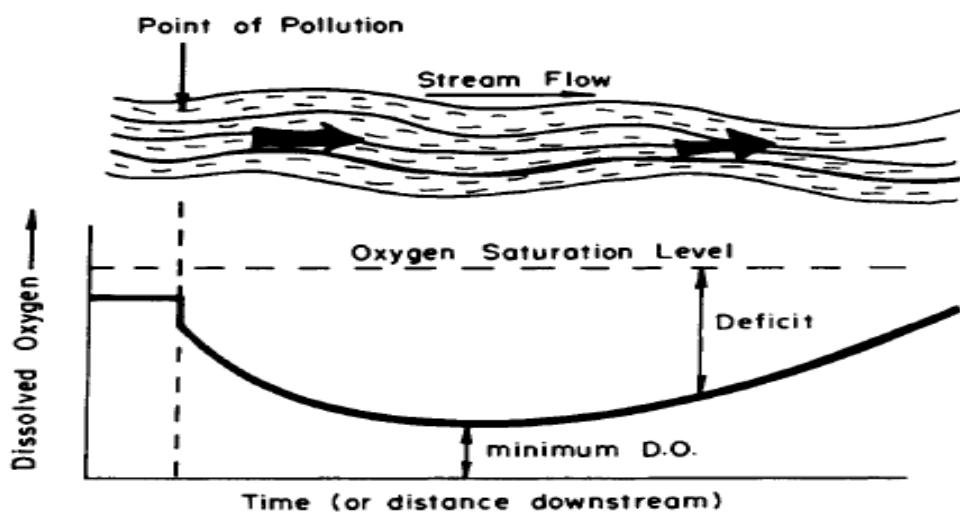
يعتبر عجز الأوكسجين المنحل في الأنهر في أي لحظة خلال عملية التنقية الذاتية هو الفرق بين أوكسجين الإشباع والأوكسجين الفعلي في تلك اللحظة.

Oxygen deficit, $D = \text{Saturation DO} - \text{Actual DO}$

يعتمد الإشباع بالأوكسجين المنحل للمياه العذبة على درجة الحرارة والأملاح المنحلة الكلية فيها؛ وتنقاولت قيمتها من 14.62 mg/L في درجة الحرارة 0°C إلى 7.63 mg/L في درجة الحرارة 30°C ، وإلى أخفض من ذلك في درجات الحرارة الأعلى.

Water Temperature ($^{\circ}\text{C}$)	Saturation Concentration of Oxygen in Water (mg/L)
0	14.6
2	13.8
4	13.1
6	12.5
8	11.9
10	11.3
12	10.8
14	10.4
16	10.0
18	9.5
20	9.2
22	8.8
24	8.5
26	8.2
28	8.0
30	7.6

إن الأوكسجين المنحل في الجدول أو النهر عند مصب المياه الملوثة قد لا يكون في حد الإشباع ويكون للمياه عجز أوكسجين أولي. يبدأ محتوى الجدول من الأوكسجين المنحل بالإستفاذ بوجود تركيز BOD الأولي للمياه Lo ، ويبدأ عجز الأوكسجين بالازدياد. إن تغير عجز الأوكسجين على طول الجدول وبالتالي مع الزمن من نقطة التلوث تشرح بالمنحنى التالي:



انخفاض تركيز الأوكسجين المنحل في اتجاه مجرى النهر ابتداءً من نقطة التلوث.

إن أهم نقطة في التحليل هي نقطة الحد الأدنى من الأوكسجين المنحل ، وبمعنى آخر العجز الأعظمي أو الحرج (Dc) في نقاط إلتواء منحنى الأوكسجين.

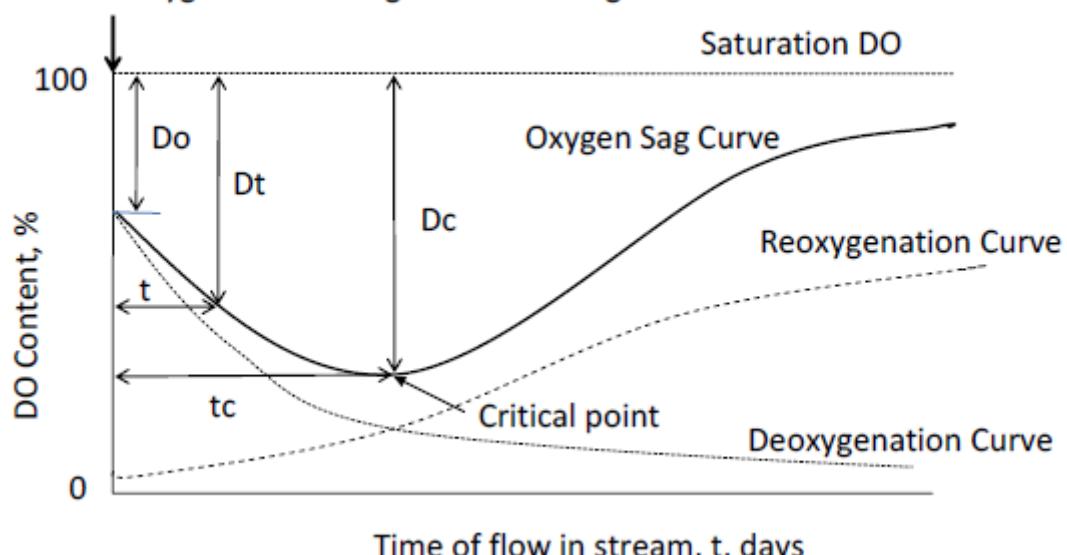
منحنى التهوية والتحلل: Deoxygenation and Reoxygenation Curves:

عندما تصرف المياه الملوثة إلى الجدول يستمر إستفاذ مستوى الأوكسجين المنحل في الجدول. يبدأ الافتراض البسيط من أن هناك توازن أوكسجيني في أي نقطة من النهر يعتمد على:

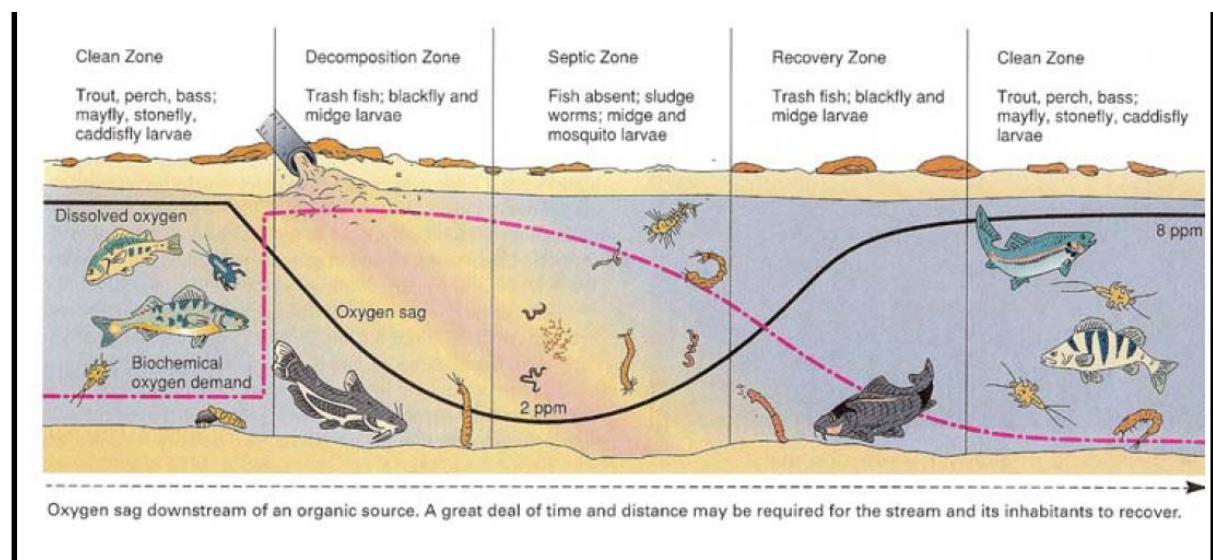
عمليات التحلل: كمية الأوكسجين المستخدم deoxygenation والتي تعتمد على كمية المادة العضوية (Lt) اللازم أكسستها في الحطة المدروسة خلال درجة حرارة العمليات.

عمليات التهوية: كمية الأوكسجين المنحل من الغلاف الجوي خلال عملية التهوية reoxygenation.

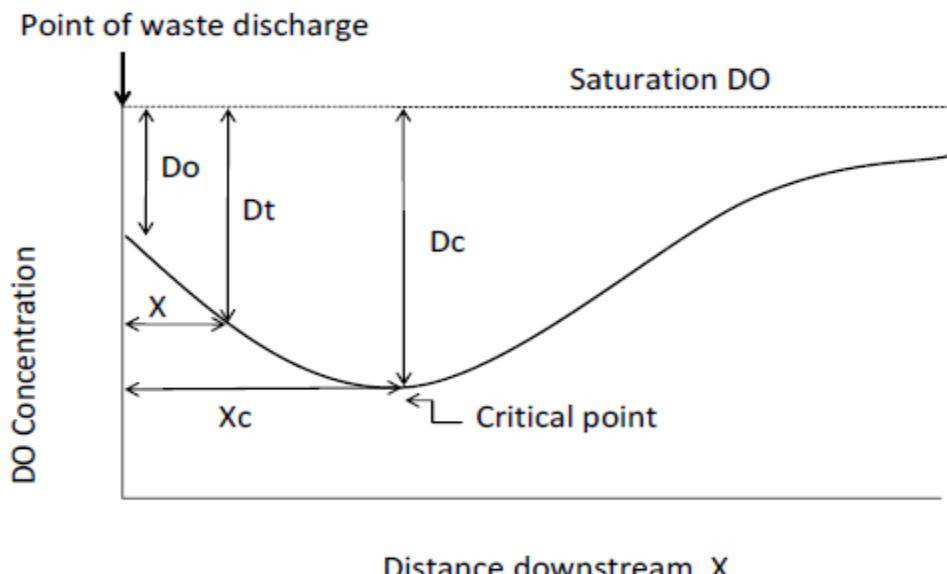
Point of oxygen demanding waste discharge



المنطقة النظيفة	المنطقة التفسخ	منطقة التعفن	منطقة التعافي	المنطقة النظيفة
-----------------	----------------	--------------	---------------	-----------------



يشير منحنى استنزاف الأوكسجين المنحل إلى الأوكسجين المتبقى في الجدول الطبيعي بفعل استهلاكه من قبل تركيز DO. يشير الاتجاه الشاقولي إلى تركيز الأوكسجين المنحل بينما يشير الاتجاه الأفقي إلى المسافة . يستهلك محتوى الأوكسجين المنحل بشكل تدريجي بسبب تركيز DO ويقوم الغلاف الجوي بنفس الوقت بتزويد المياه بالأوكسجين بشكل مستمر خلال عملية التهوية re-aeration أو



تعتمد سرعة التهوية على:

- عمق الماء في الجدول: تكون أكثر للعمق الضحل.
- سرعة التدفق في الجدول: تكون أقل للماء الرانك.
- عجز الأوكسجين تحت مستوى الإشباع: حيث أن قابلية الانحلال تعتمد على الفرق بين تركيز الإشباع والتركيز الحالي.
- درجة حرارة المياه: قابلية الانحلال أخفض في درجة الحرارة الأعلى وأيضاً تركيز الإشباع أقل في درجات الحرارة الأعلى.

التحليل الرياضي لمنحنى انخفاض الأوكسجين المنحل - علاقة Streeter - Phelps

Mathematical analysis of Oxygen Sag Curve: Streeter - Phelps equation

يمكن حساب الأوكسجين المستخدم أو الأوكسجين المستنف من العلاقة التالية:

$$\frac{dD_t}{dt} = f \text{ (deoxygenation and reoxygenation)}$$

يجري تحليل منحنى عجز الأوكسجين بسهولة بجمع علقي التهوية والتحلل للأوكسجين المنحل اي أن عجز الأوكسجين يحسب من مجموع تفاعلي التهوية والتحلل (التحلل - التهوية):

$$\frac{dD_t}{dt} = f_{\text{deoxg.}} + f_{\text{reoxg.}} \quad \text{OR} \quad \frac{dD_t}{dt} = K'L_t - R'Dt$$

حيث:

- سرعة تغير عجز DO $\frac{dD_t}{dt}$

- عجز DO في اللحظة t D_t

- كمية BOD المتبقى في اللحظة t L_t

- ثابت سرعة التفاعل أو ثابت التحلل (to the base e) $K' = BOD$

R' - ثابت التهوية (to the base e)

- الزمن (in days)

$$Lt = Lo \cdot e^{-K't}$$

$$Lt = Lo \cdot 10^{-K't}$$

- كمية BOD المتبقى في اللحظة t = 0

$$\frac{dDt}{dt} = K'Lo \cdot e^{-K't} - R'Dt$$

$$\frac{dDt}{dt} + R'Dt = K'Lo \cdot e^{-K't}$$

هذه معادلة تقاضلية من الدرجة الأولى وحلها:

$$Dt = \frac{K'Lo}{R'-K'} [e^{-K't} - e^{-R't}] + Do \cdot e^{-R't}$$

$$Dt = \frac{KLo}{R-K} [10^{-Kt} - 10^{-Rt}] + Do \cdot 10^{-Rt}$$

حيث:

K = BOD to the base 10 - ثابت التفاعل

R = ثابت التهوية 10 to the base

Do - عجز الأوكسجين الأولي في اللحظة t = 0

t = زمن الرحلة من نقطة المصب الثنوي وهو المسافة / السرعة

x/u = المسافة على طول الجدول

u = سرعة الجدول

تحديد عجز الأوكسجين الحدي Dc = D_{satur} - D_{min} (Dc = 0) والزمن الحدي tc ، حيث

$$Dc = \frac{K'}{R'} Lo \cdot e^{-K'tc}$$

$$Dc = \frac{K}{R} Lo \cdot 10^{-Ktc}$$

$$tc = \frac{1}{R'-K'} \ln \frac{R'}{K'} \left[1 - \frac{DO_{int}(R'-K')}{K'Lo} \right]$$

Or

$$tc = \frac{1}{R-K} \log_{10} \frac{R}{K} \left[1 - \frac{DO_{int}(R-K)}{KLo} \right]$$

يتغير ثابت سرعة التفاعل أو ثابت التحلل تبعاً لدرجة الحرارة :

وتكون قيمة الثابت θ = 1.056 أو 1.047 عند t = 20-30°C و 1.135 عندما

ينتقل ثابت التهوية تبعاً لدرجة الحرارة :

حيث يعطى ثابت التهوية تبعاً لغزاره النهر :

R = 0.15-0.20 بالنسبة للأنهار الكبيرة ذات السرعة المنخفضة

R = 0.20-0.30 بالنسبة للأنهار الكبيرة ذات السرعة المتوسطة

R = 0.10-0.15 بالنسبة للبحيرات

R'/R = 2.303 تكون النسبة

يعطى ثابت التهوية بحسب Peavy بالعلاقة:

$$R_T = R_{20} (1,016)^{(T-20)}$$

ملاحظات:

يجري حساب L_0 عند المصب وهي كمية BOD الأولى للمزيج في اللحظة $t = 0$ من خلال حساب التركيز الجديد الناجم عن غزارة المصب والنهر وتركيز الا BOD في كل منها :

$$L_0 = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'}$$

وبنفس الطريقة يجري حساب D_0 عند المصب وهي كمية DO الأولى للمزيج في اللحظة $t = 0$
عندما يكون التيار مشبع يؤخذ $D_0=0$

المسألة الأولى:

نهر غزارته $Q = 15m^3/s$ وسرعة جريانه $u = 20km/day$ مياهه خالية من المواد العضوية أي $BOD = 0$ تصب عليه مياه صرف صحي بغازرة $Q' = 3m^3/s$ وتكون فيه قيمة $.BOD = 300mg/L$

المطلوب أوجد الطول اللازم من النهر الذي لا تتجاوز في نهايته قيمة $BOD = 5mg/L$ ، علماً أن قيمة ثابت التحلل $K' = 0.3$

to the base $e^{1/day}$

الحل:

كمية BOD المتبقى في اللحظة t :

حيث L_0 - كمية BOD المتبقى في اللحظة $t = 0$ والتي تحسب من العلاقة:

$$L_0 = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'} = \frac{15.0 + 3.300}{15 + 3} = 50mg / L$$

$$L_t = L_0 \cdot e^{-K' \cdot t} \Rightarrow 5 = 50 \cdot e^{-0.3t} \Rightarrow t = 7,67day \Rightarrow x = 20.7,67 = 153km$$

المسألة الثانية:

نهر غزارته $Q = 5m^3/s$ مشبع بالأوكسجين وتركيز المواد العضوية أي $BOD = 2mg/L$ تصب عليه مياه صرف صحي بغازرة $Q' = 2m^3/s$ مشبع بالأوكسجين وبنفس درجة حرارة النهر $t = 30^\circ C$ ولدى قياس الأوكسجين المنحل في النهر كان أدنى مستوى له

$DO_{min} = 4mg/L$. مع العلم أن الأوكسجين المنحل المشبع في درجة الحرارة السابقة هي $DO_{satur} = 7,6mg/L$

المطلوب أوجد قيمة BOD لمياه الصرف الصحي المتصروفة على النهر علماً أن قيمة الثوابت $R = 0.3$ and $K = 0.15 1/day$

to the base 10

الحل:

بما أن المياه الممزوجة في منطقة المصب مشبعة بالأوكسجين لذلك يكون العجز الأولي $DO_{int} = 0 mg/L$

ويكون العجز الحرج في النقطة ذات الحد الأدنى من الأوكسجين المنحل $DO_{cr} = DO_{satur} - DO_{min} = 7,6 - 4 = 3,6mg/L$

ويكون الزمن الحرج :

$$tc = \frac{1}{R - K} \log_{10} \frac{R}{K} \left[1 - \frac{DO_{int}(R - K)}{K \cdot L_0} \right] \quad \text{Hence} \quad tc = \frac{1}{0.30 - 0.15} \log_{10} \frac{0.30}{0.15} [1 - 0] = 2days$$

نعرض ما سبق بعلاقة التركيز الحدي :

$$Dc = \frac{K}{R} L_0 \cdot 10^{-K \cdot tc} \quad \text{Hence} \quad 3.6 = \frac{0.15}{0.30} L_0 \cdot 10^{-0.15 \cdot 2} \Rightarrow L_0 = 14.4mg / L$$

قيمة BOD لمياه الصرف الصحي المتصروفة على النهر :

$$L_0 = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'} \Rightarrow 14.4 = \frac{5.2 + 2.BOD}{5 + 2} \Rightarrow BOD = 45.4 \text{ mg/L}$$

المسألة الثالثة:

نهر غزارته $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ وسرعة جريانه $v = 20 \text{ km/day}$ مشبع بالأوكسجين وتركيز المواد العضوية $BOD = 1 \text{ mg/L}$ تصب عليه المصبات التالية:

- المصب الأول : مياه صرف بغزارة $1 \text{ m}^3/\text{s}$ وتركيز الأوكسجين المنحل $DO_{\text{initial}} = 2 \text{ mg/L}$ وتركيز المواد العضوية $BOD = 320 \text{ mg/L}$
- المصب الثاني : مياه صرف بغزارة $1 \text{ m}^3/\text{s}$ وتركيز الأوكسجين المنحل $DO_{\text{initial}} = 4 \text{ mg/L}$ وتركيز المواد العضوية $BOD = 150 \text{ mg/L}$.

المطلوب ارسم مخطط الأوكسجين المنحل المتبقى في المياه على طول النهر لمسافة 70 km من المصب الأول بتبعاد بين النقاط 10 km موضحاً أدنى مستوى للأوكسجين المنحل في النهر DO_{min} مع العلم أن تركيز الإشباع للأوكسجين المنحل لمياه المزيج ذات درجات الحرارة المترابطة هو $DO_{\text{satur}} = 10 \text{ mg/L}$ وأن قيمة الثوابت $R = 0.30$ and $K = 0.1 \text{ day}^{-1}$ to the base 10.

الحل:

حساب تركيز BOD للمزيج الناتج عن المصب الأول:

$DO_0 = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'} = \frac{10.1 + 1.320}{10 + 1} = 9.27 \text{ mg/L}$ حساب تركيز DO_0 للمزيج الناتج عن المصب الأول:

$DO_{\text{int}} = 10 - 9.27 = 0.73 \text{ mg/L}$ حساب عجز تركيز DO_{initial} للمزيج الناتج عن المصب الأول:
أو

$DO_{\text{int}} = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'} = \frac{10.0 + 1.8}{10 + 1} = 0.73 \text{ mg/L}$ حساب عجز تركيز DO_{initial} للمزيج الناتج عن المصب الأول:

حساب الزمن الحرج للنصب الأول:

$$tc = \frac{1}{R - K} \log_{10} \frac{R}{K} \left[1 - \frac{DO_{\text{int}}(R - K)}{K \cdot LO} \right] \quad \text{Hence}$$

$$tc = \frac{1}{0.30 - 0.10} \log_{10} \frac{0.30}{0.10} \left[1 - \frac{0.73(0.30 - 0.10)}{0.10 \cdot 0.30} \right] = 2.27 \text{ days}$$

مسافة النقطة الحرجة عن المصب الأول $x = u \cdot tc = 20.2.27 = 45.4 \text{ km}$

وبالتالي فإن النقطة الحرجة تقع بعد المصب الثاني أي لا بد من أخذ المصب الأول بالاعتبار.

نقوم بحساب العجز بالأوكسجين المنحل الناتج عن المصب الأول أي بعد زمن يومين :

$$\text{Hence } Dt = \frac{KL.O}{R - K} \left[10^{-Kt} - 10^{-Rt} \right] + DO \cdot 10^{-Rt}$$

$$D_{2\text{days}} = \frac{0.1 \cdot 30}{0.3 - 0.1} \left[10^{-0.1 \cdot 2} - 10^{-0.3 \cdot 2} \right] + 0.73 \cdot 10^{-0.3 \cdot 2} = 5.88 \text{ mg/L}$$

ويكون تركيز الأوكسجين المنحل = تركيز الأوكسجين المشبع - العجز بالأوكسجين المنحل عند المصب الثاني بفعل المصب الأول (السابق):

تركيز BOD المياه من تأثير المصب الأول في نقطة المصب الثاني أي بعد زمن يومين:

$$Lt = LO \cdot 10^{-Kt} \quad \text{Hence} \quad L_{2\text{days}} = 30 \cdot 10^{-0.1 \cdot 2} = 18.93 \text{ mg/L}$$

تركيز BOD المياه في نقطة المصب الثاني بعد المزج مع مياه المصب الثاني:

$$L_0 = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'} = \frac{18,93.11 + 1.150}{11+1} = 29,85 \text{ mg/L}$$

تركيز الأوكسجين المنحل DO₀ المياه في نقطة المصب الثاني بعد المزج مع مياه المصب الثاني:

$$DO_{02} = \frac{Q.C + Q'.C'}{Q + Q'} = \frac{11.4,12 + 1.4}{11+1} = 4,11 \text{ mg/L}$$

حساب عجز تركيز DO_{initial} الأولي للمزيج الناتج عن المصب في نقطة المصب الثاني بعد المزج مع مياه المصب الثاني:
D_{int2}=10-4,11= 5,89 mg/L

ويكون الزمن الحرج لل المصب الثاني:

$$tc = \frac{1}{R - K} \log_{10} \frac{R}{K} \left[1 - \frac{DO_{int}(R - K)}{K \cdot Lo} \right] \text{ Hence}$$

$$tc = \frac{1}{0.30 - 0.10} \log_{10} \frac{0.30}{0.10} \left[1 - \frac{5,89.(0,3 - 0,1)}{0,129,58} \right] = 1,28 \text{ days}$$

ويكون عجز الأوكسجين الحرج في النهر بعد المصب الثاني أي على بعد 1,28 days :

$$Dc = \frac{K}{R} Lo \cdot 10^{-K \cdot tc} \quad \text{Hence} \quad Dc = \frac{0,1}{0,3} \cdot 29,58 \cdot 10^{-0,1 \cdot 1,28} = 7,34 \text{ mg/L}$$

$$x=u \cdot tc = 20 \cdot 1,28 = 25,6 \text{ km}$$

وتكون مسافة النقطة للحرجة عن المصب الثاني

ويكون عندها أدنى مستوى للأوكسجين المنحل (النقطة للحرجة) في النهر DO_{min} بعد المصب الثاني:
DO_{min}=10-7,34=2,66mg/L

رسم المخطط نقوم بحساب الأوكسجين المنحل على طول النهر لمسافة 70km

$$DO(0 \text{ days}) = 9,27 \text{ mg/L}$$

الأوكسجين المنحل الأولي

ثم نقوم بحساب العجز بالأوكسجين المنحل الناتج عن المصب الأول بعد زمن واحد :

$$D_{1\text{days}} = \frac{0,1 \cdot 30}{0,3 - 0,1} \left[10^{-0,1 \cdot 1} - 10^{-0,3 \cdot 1} \right] + 0,73 \cdot 10^{-0,3 \cdot 1} = 4,76 \text{ mg/L}$$

$$DO(1 \text{ days}) = 10 - 4,76 = 5,24 \text{ mg/L}$$

ويكون تركيز الأوكسجين المنحل بعد يوم واحد 20km

$$DO(2 \text{ days}) = 4,12 \text{ mg/L}$$

ويكون تركيز الأوكسجين المنحل بعد يومين 40km

حسب تركيز الأوكسجين المنحل بعد المصب الثاني:

ويكون عجز الأوكسجين المنحل بعد يوم واحد من المصب الثاني

$$D_{1\text{days}} = \frac{0,1 \cdot 29,58}{0,3 - 0,1} \left[10^{-0,1 \cdot 1} - 10^{-0,3 \cdot 1} \right] + 5,89 \cdot 10^{-0,3 \cdot 1} = 7,29 \text{ mg/L}$$

وبالتالي يكون تركيز الأوكسجين المنحل بعد ثلاثة أيام أي بعد 60km أي بعد يوم من المصب الثاني:

$$DO(3 \text{ days}) = 2,71 \text{ mg/L}$$

ويكون أدنى مستوى للأوكسجين المنحل أي بعد 65,6 km أي بعد 1,28d من المصب الثاني:

$$DO_{min} (4.28d) = 2,66 \text{ mg/L}$$

ويكون عجز الأوكسجين المنحل بعد يوم واحد ونصف من المصب الثاني :

$$D_{1,5\text{days}} = \frac{0,1 \cdot 29,58}{0,3 - 0,1} \left[10^{-0,1 \cdot 1,5} - 10^{-0,3 \cdot 1,5} \right] + 5,89 \cdot 10^{-0,3 \cdot 1,5} = 7,31 \text{ mg/L}$$

وبالتالي يكون تركيز الأوكسجين المنحل بعد أربعة أيام ونصف أي بعد 70km أي بعد يوم ونصف من المصب الثاني:

$$DO(3 \text{ days}) = 2,69 \text{ mg/L}$$

رسم المخطط

Example : 4

A city discharges 20000 m³/day of sewage into a river whose rate of flow is 0.7 m³/sec. Determine D.O. deficit profile for 100 km from the following data:

River	Sewage effluent from STP
5 day B.O.D. at 20°C = 3.4 mg/l	5 day B.O.D. at 20°C = 45 mg/l
Temperature 23°C	Temperature 26°C
D.O. = 8.2 mg/l	D.O. = 2.0 mg/l

Velocity of mix = 0.25 m/sec, R' = 0.4, K' = 0.23

Solution

Saturation value of D.O. at 23.74 °C deg is 8.57 mg/l

River discharge = 0.7 m³/sec, Sewage discharge = 20000/(24x 3600) = 0.231 m³/sec

$$\text{BOD of mix} = \frac{(0.7 \times 3.4 + 0.231 \times 45)}{(0.7+0.231)} = 13.72 \text{ mg/l}$$

$$\text{D.O. of mix } \frac{(0.7 \times 8.2 + 0.231 \times 2.0)}{(0.7+0.231)} = 6.66 \text{ mg/l}$$

$$\text{Temp. of mix } \frac{(0.7 \times 23 + 0.231 \times 26)}{(0.7+0.231)} = 23.74 \text{ °C}$$

$$\text{Ultimate B.O.D. } L_t = L_0 (1 - e^{-kxt})$$

$$13.72 = L_0 (1 - e^{-0.23 \times 5})$$

$$L_0 = 20.08 \text{ mg/L}$$

$$\text{Initial D.O. deficit } (D_0) = 8.57 - 6.66 = 1.91 \text{ mg/L}$$

Deoxygenation and reoxygenation coefficients at 23.74 °C temperature

$$K_T = K_{20}(\theta)^{(T-20)} \quad \text{Hence,} \quad K_{23.74} = 0.23(1.047)^{(23.74-20)} = 0.273 \text{ day}^{-1}$$

$$R_T = R_{20}(\theta)^{T-20} \quad \text{Hence, } R_{23.74} = 0.40 (1.016)^{23.74-20} = 0.424 \text{ day}^{-1}$$

$$\begin{aligned} \text{Critical time } t_c &= \frac{1}{R' - K'} \log_e \frac{R'}{K'} \left(1 - \frac{D_0 \times (R' - K')}{K' \times L_0} \right) \\ &= \frac{1}{0.424 - 0.273} \log_e \frac{0.424}{0.273} \left(1 - \frac{1.91 \times (0.424 - 0.273)}{0.273 \times 20.08} \right) \\ &= 2.557 \text{ days.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Critical D.O. deficit, } D_c &= \frac{K'}{R'} L_0 e^{-K' \cdot t_c} \\ &= \frac{0.273}{0.424} 20.08 e^{-0.273 \times 2.557} \\ &= 6.432 \text{ mg/l}\end{aligned}$$

Distance at which it occurs = $L = \text{velocity} \times \text{time}$

$$\begin{aligned}&= (0.25 \text{ m/sec}) \times (2.557 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ sec}) \\ &= 55231 \text{ m} = 55.23 \text{ km}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Similarly time required for mix to reach at 20 km distance, } t_{20\text{km}} &= \frac{(20 \times 1000)}{(0.25 \times 24 \times 3600)} \\ &= 0.926 \text{ day}\end{aligned}$$

And DO deficit at 20 km can be calculated using equation

$$Dt = \frac{K' L_o}{R' - K'} [e^{-K' t} - e^{-R' t}] + D_o e^{-R' t}$$

Where, $K' = 0.273 \text{ d}^{-1}$, $R' = 0.424 \text{ d}^{-1}$, $D_o = 1.91 \text{ mg/L}$ and $L_o = 20.08 \text{ mg/L}$ and $t = 0.926 \text{ day}$

Hence, DO deficit at 20 km = 4.970 mg/L

Similarly DO deficit at 40 km (i.e. $t = 1.852 \text{ days}$) = 6.211 mg/L

and DO deficit at 80 km (i.e., $t = 3.704 \text{ days}$) = 6.056 mg/L

and DO deficit at 100 km (i.e., $t = 4.63 \text{ days}$) = 5.427 mg/L

The DO deficit at different points along length of river is as below:

Distance in km	Time in days	DO deficit, mg/L	DO, mg/L
0	0	1.91	6.66
20	0.926	4.97	3.6
40	1.852	6.211	2.359
55.23	2.557	6.432	2.138
80	3.704	6.056	2.514
100	4.63	5.427	3.143

Other Questions

1- A river is having discharge of $22 \text{ m}^3/\text{sec}$ receives wastewater discharge of $5 \text{ m}^3/\text{sec}$. The initial DO of the river water is 6.3 mg/L , and DO content in the wastewater is 0.6 mg/L . The five day BOD in the river water is 3 mg/L , and the wastewater added to river has five day BOD of 130 mg/L . Consider saturation DO of 8.22 mg/L and deoxygenation and reoxygenation constant values of 0.1 and 0.3 per day, respectively.

Find critical DO deficit and DO in the river after one day. The average velocity of flow in the stream after mixing of wastewater is 0.18 m/sec .

2- A municipal wastewater treatment plant discharges secondary effluent to a river. The worst condition occurs in the summer when the treated wastewater in summer is found to have a maximum flow rate of $10000 \text{ m}^3/\text{day}$, a BOD₅ of 30 mg/L , dissolved oxygen concentration of 1.5 mg/L and temperature of 25°C . At upstream of the disposal point the minimum flow in the stream is $0.65 \text{ m}^3/\text{sec}$ with BOD₅ of 3.0 mg/L , dissolved oxygen concentration of 7.0 mg/L and temperature of 22°C . The mixing of wastewater and stream is almost instantaneous at the point of disposal and velocity of the mixture is 0.2 m/sec . The reaeration constant is estimated to be 0.4 per day at 20°C temperature. Determine dissolve oxygen profile for 100 km downstream of the river from the point of discharge.