

ميكانيك التربة 2

المحاضرة الثامنة

تحتوي هذه المحاضرة على المسائل الواردة في بحث القص ثلاثي المحاور:

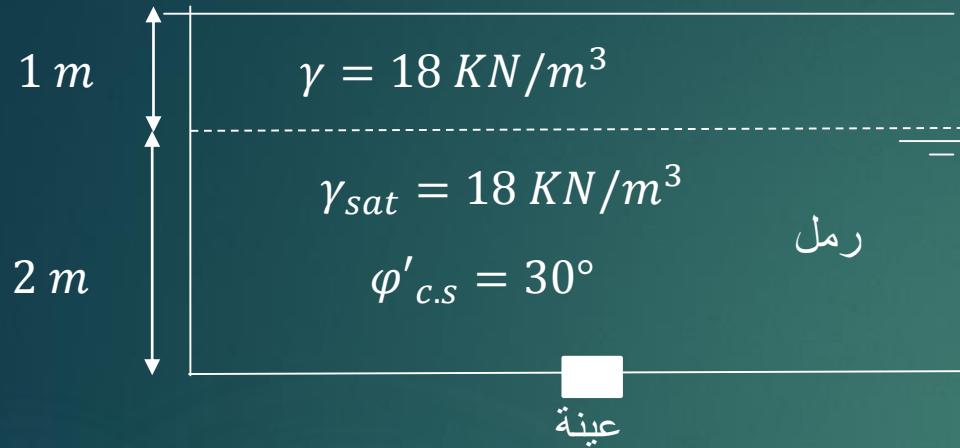
بالنسبة للتجربة المنضغطة (المشدة) وغير مصرفه: فإنها تحوي هذه ثلاث أنواع من البارامترات:

(1) C, ϕ : وهي في حالة الإجهادات الكلية.

(2) C', ϕ' : وهي في حالة الإجهادات الفعالة.

(3) $C_u, \phi = 0$: وهي في حالة التماسك الأعظمي أي C_u أو يرمز له بـ S_u هو أعظم تماسك أو يسمى التماسك غير المصرف وهو يساوي $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ ونكون في هذه الحالة $\phi = 0$.





لدينا المقطع الجيوتكنيكى لتربة في موقع محدد والمبين بالشكل:

التربة رملية ومتماطلة الخواص لأعماق كبيرة . والمطلوب :
 (1) حدد الإجهادات الشاقوليّة الفعالة على عنصر من التربة يقع على عمق 3 m من سطح الأرض والواقعة تحت مركز الحمولة المطبق .

العينة معرّضة لضغط جانبي فعال ولزيادة في الإجهاد الجانبي يساوي 20% من قيمة الزيادة في الإجهاد الشاقولي المطبق الذي أدى للانهيار وبفرض أن $K_0 = 0.5$ = ما هي قيم الإجهادات الرئيسية التي تتعرض لها العينة . و احسب قيم الزيادة في الإجهادات التي سببت الانهيار .
 (2)

الحل:

الإجهادات الشاقولية هي الوزن الذاتي فقط ، وبالتالي يكون :

$$\sigma'_1 = \sigma'_{Z0} = \gamma * 1 + \gamma_{sub} * 2 = 18 * 1 + (18 - 9.81) * 2 = 34.38 \text{ kPa}$$

الإجهادات الرئيسية التي تتعرض لها العينة تحسب من العلاقة :

$$\sigma'_{1f} = \sigma'_1 + \Delta\sigma_1$$

$$\sigma'_{3f} = \sigma'_3 + \Delta\sigma_3 = \sigma'_{3f} = \sigma'_3 + 20\% * \Delta\sigma_1$$

لإيجاد σ'_{1f} و σ'_{3f} نوجد σ'_3 و $\Delta\sigma_1$ ولدينا K_0 هو معامل ضغط التربة الجانبي في وضع الراحة ويسُبَّ من العلاقة :

$$K_0 = \frac{\sigma'_3}{\sigma'_1}$$

ومنه يمكننا إيجاد σ'_3 :

$$\sigma'_3 = K_0 * \sigma'_1 = 0.5 * 34.38 = 17.19 \text{ kPa}$$

$$\frac{\sigma'_{1f}}{\sigma'_{3f}} = \frac{(1 + \sin \varphi')}{(1 - \sin \varphi')}$$

وبتعويض الإجهادات الرئيسية بعلاقتها نجد : $\Delta\sigma_1$

$$\frac{\sigma'_1 + \Delta\sigma_1}{\sigma'_3 + 0.2 * \Delta\sigma_1} = \frac{(1 + \sin \varphi')}{(1 - \sin \varphi')} = \frac{34.38 + \Delta\sigma_1}{17.19 + 0.2 * \Delta\sigma_1} = \frac{(1 + \sin 30)}{(1 - \sin 30)}$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_1 = 42.98 \text{ KPa}$$

$$\Rightarrow \Delta\sigma_3 = 8.596 \text{ KPa}$$

ومنه :

$$\Rightarrow \sigma'_{1f} = 34.38 + 42.98 = 77.36 \text{ KPa}$$

$$\Rightarrow \sigma'_{2f} = 17.19 + 8.596 = 25.79 \text{ KPa}$$

المسألة الثانية:

أجريت تجربة ثلاثي المحاور المشددة (المنضغطة) وغير المصرفة أي CU ، على عينة غضاروية مشبعة ، التشديد تم بشكل متماثل ويضغط $\sigma_3 = 150 \text{ KPa}$ ، عند تشوهات محورية $\epsilon_1 = 15\% = 150 \text{ KPa}$ كان الضغط المحوري $\Delta\sigma = 160 \text{ KPa}$ ويبقى ثابت مع وجود قياس للضغط المسامي الثابت وهو $\Delta u = 54 \text{ KPa}$.
 المطلوب : حساب C_u و $\varphi'_{c.s}$ ، وارسم دائرة مور لكل من حالة الإجهادات الكلية والفعالة .

الحل :

نحسب أولاً : σ_1

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma = 150 + 160 = 310 \text{ KPa}$$

يحسب C_u من العلاقة :

$$C_u = \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{160}{2} = 80 \text{ KPa}$$

حساب φ'_{cs}

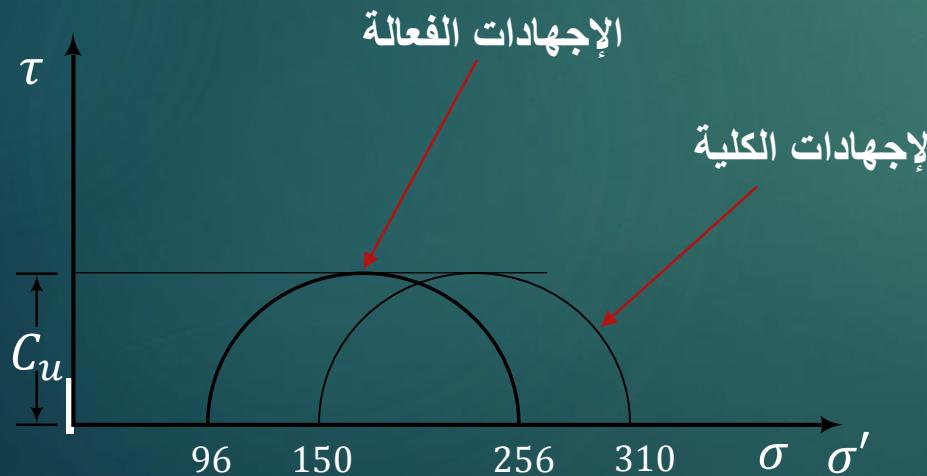
$$\sin \varphi'_{cs} = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)}{(\sigma'_1 + \sigma'_3)}$$

نحسب الإجهادات الفعالة :

$$\begin{aligned}\sigma'_1 &= \sigma_1 - \Delta u = 310 - 54 = 256 \text{ KPa} \\ \sigma'_3 &= \sigma_3 - \Delta u = 150 - 54 = 96 \text{ KPa}\end{aligned}$$

نعرض :

$$\sin \varphi'_{cs} = \frac{(256 - 96)}{(256 + 96)} \Rightarrow \varphi'_{cs} = 27.04^\circ$$



المسألة الثالثة:

8

تم إجراء تجربة القص ثلاثي المحاور على عينتين غضاريتين مسبقتى الانضغاط وذلك وفق الطريقة المنضغطة والمصرفة (أي CD) بتطبيق ضغط جانبي وكانت النتائج كالتالى :
عينة أولى :

$$\sigma'_3 = 100 \text{ KPa} \quad , \quad \Delta\sigma_f = 410.6 \text{ KPa}$$

عينة ثانية :

$$\sigma'_3 = 50 \text{ KPa} \quad , \quad \Delta\sigma_f = 384 \text{ KPa}$$

والمطلوب حساب معاملات القص C' و ϕ' .

الحل:

لدينا مجهولان في المسألة ولدينا عينتان نكتب العلاقة بين σ'_3 و σ'_1 :

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right) + 2 * c' * \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\phi'}{2} \right)$$

نحسب σ'_1 للعينتين أولاً :

$$\sigma'_1 = 100 + 410.6 = 510.6 \text{ KPa} : \text{عينة أولى}$$

$$\sigma'_1 = 50 + 384 = 434 \text{ KPa} : \text{عينة ثانية}$$

نouض بالمعادلة :

$$510.6 = 100 * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) + 2 * c' * \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) \dots (1)$$

9

$$434 = 50 * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) + 2 * c' * \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) \dots (2)$$

بطرح (2) من (1)

$$\begin{aligned} 510.6 - 434 &= (100 - 50) * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) \\ &\Rightarrow \varphi' = 12.13^\circ \end{aligned}$$

نouض في (1) أو (2) :

$$\begin{aligned} 510.6 &= 100 * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{12.13}{2} \right) + 2 * c' * \operatorname{tg} \left(45 + \frac{12.13}{2} \right) \\ &\Rightarrow c' = 144.37 \text{ KPa} \end{aligned}$$

المسألة الرابعة:

10

قمنا بإجراء تجربة القص ثلاثي المحاور المنضغطة والمصرفة (أي CD) على عينة رملية مرصوصة ذات قطر $D = 38 \text{ mm}$ وارتفاع $H_0 = 76 \text{ mm}$, وكانت قيم الاجهادات لحظة الانهيار كالتالي:

رقم الاختبار	الاجهاد الرئيسي الأصغر σ'_3 (KPa)	ديفياتور الاجهاد $(\sigma'_1 - \sigma'_3)$ (KPa)
1	100	247.8 (عند القمة)
2	180	362 (عند القمة)
3	300	564 (لم يلاحظ وجود قمة)

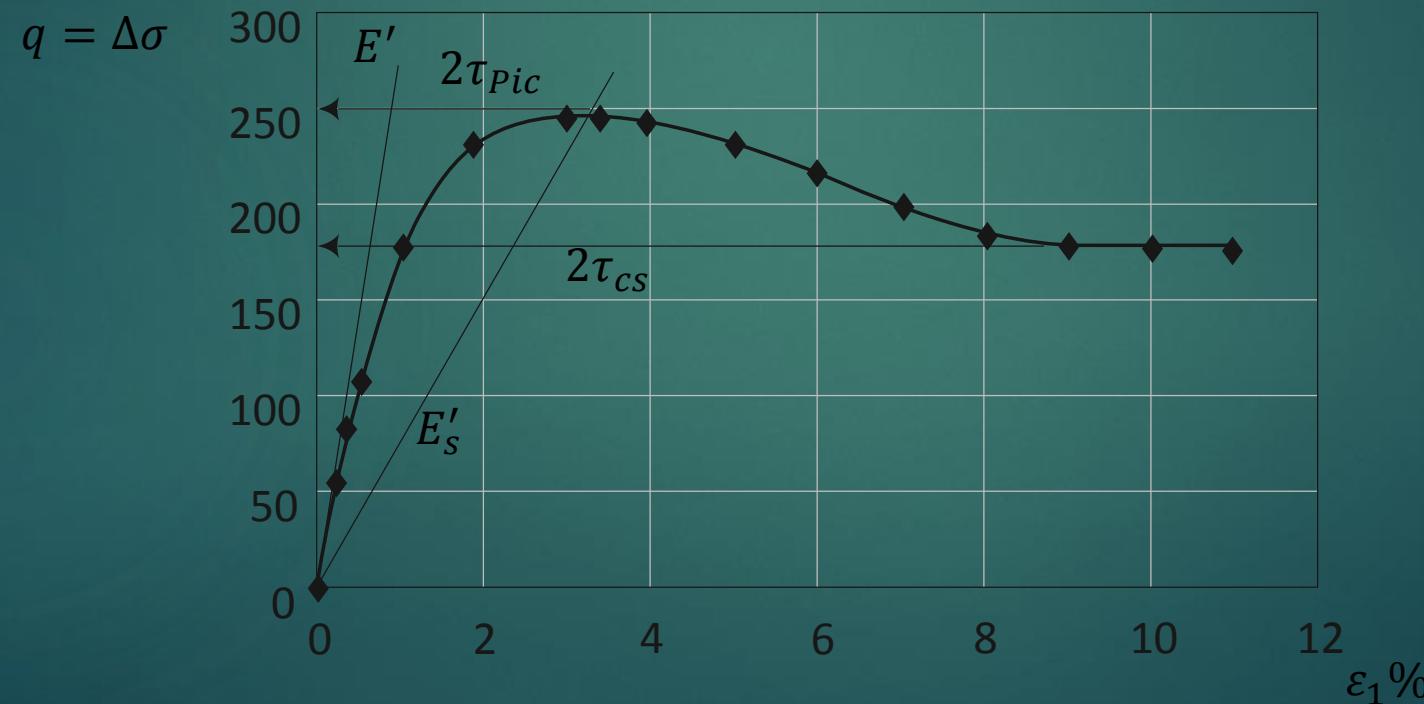
وقمنا بقياس قيم الانتقالات الشاقولي 14 وتغيرات الحجم ΔV للتجربة رقم 1 فكانت النتائج كالتالي حيث تشير إشارة السالب إلى الانتفاخ: والمطلوب:

- حدد زاوية الإحتكاك الداخلي لكل تجربة.
- حدد τ_{pic} , $\tau_{c.s}$ (max) ومعامل المرونة E'_s, E' للتجربة الأولى عند القمة .
- حدد ϕ'_{cs} للتجربة الأولى .
- حدد زاوية الانتفاخ للتجربة الأولى .

Δz (mm)	ΔV (cm ³)	P_z (N)
0	0	0
0.152	0.02	61.1
0.228	0.03	94.3
0.38	-0.09	124
0.76	-0.5	201.5
1.52	-1.29	257.5
2.28	-1.98	292.9
2.66	-2.24	298.9
3.04	-2.41	298
3.8	-2.55	279.2
4.56	-2.59	268.4
5.32	-2.67	252.5
6.08	-2.62	238
6.84	-2.64	229.5
7.6	-2.66	223.2
8.36	-2.63	224.3

1) نستخدم العلاقات الخاصة بالرمel المرصوص

رقم التجربة	σ'_3	$\sigma'_1 - \sigma'_3$	σ'_1	$\sigma'_1 + \sigma'_3$	$\phi' = \sin^{-1} \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)}{(\sigma'_1 + \sigma'_3)}$
1	100	247.8	347.8	447.8	33.6
2	180	362.0	542	722	30.1
3	300	564	864	1164	29



2) تحديد τ_P, τ_{CS} ومعامل المرونة E للتجربة الأولى عند القمة:

$$A_0 = \frac{\pi * D^2}{4} = \frac{\pi * 38^2}{4} = 1134 \text{ mm}^2$$

$$V_0 = A_0 * H_0 = 1134 * 76 = 86184 \text{ mm}^2 = 86.19 \text{ cm}^3$$

سنقوم بحساب المساحة المُصححة:

$$A = \frac{A_0(1 - \varepsilon_P)}{1 - \varepsilon_1}$$

$\Delta z \text{ (mm)}$	$\varepsilon_1 = \Delta z / H_0$	$\Delta V \text{ (cm}^3\text{)}$	$\varepsilon_P = \Delta V / V_0$	$A \text{ (mm}^2\text{)}$	$q = \Delta \sigma = {}^P z / A \text{ (KPa)}$
0	0	0	0	1134	0
0.152	$2 * 10^{-3}$	0.02	$2 * 10^{-4}$	1136	53.78
0.228	$3 * 10^{-3}$	0.03	$3 * 10^{-4}$	1137	82.94
0.38	$5 * 10^{-3}$	-0.09	$-1 * 10^{-3}$	1141	108.69
0.76	0.01	-0.5	$-5.8 * 10^{-4}$	1152	174.9
1.52	0.02	-1.29	-0.015	1175	219.25
2.28	0.03	-1.98	-0.023	1196	244.91
2.66	0.035	-2.24	-0.026	1206	247.8
3.04	0.04	-2.41	-0.028	1215	245.41
3.8	0.05	-2.55	-0.0297	1229	227.18
4.56	0.06	-2.59	-0.0301	1243	215.99
5.32	0.07	-2.67	-0.031	1257	200.77
6.08	0.08	-2.62	-0.0304	1270	187.39
6.84	0.09	-2.64	-0.0306	1285	178.62
7.6	0.1	-2.66	-0.0309	1299	171.84
8.36	0.11	-2.63	-0.0306	1313	170.83

تحديد: $\tau_{Pic}, \tau_{c.s}$

نصف قطر دائرة مور يمثل الإجهادات المماسية الأعظمية عند القمة:

$$\tau_{Pic} = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{Pic}}{2} = \frac{247.8}{2} = 123.9 \text{ KN/m}^2$$

$$\tau_{cs} = \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{c.s}}{2} = \frac{170.83}{2} = 85.42 \text{ KN/m}^2$$

معامل المرونة الأولي E' وهو يعبر عن ميل منحنى العلاقة الرابطة بين ديفياتور الإجهاد و التشوه الشاقولي, ويمكن تحصيله بتمديد الجزء المستقيم من ذات المنحنى :

$$E' = \frac{\Delta\sigma}{\varepsilon_1} = \frac{54}{0.002} = 27000 \text{ KN/m}^2$$

معامل المرونة الثاني E'_s وهو يُعبر عن ميل منحنى العلاقة الرابطة بين ديفياتور الإجهاد و التشوه الشاقولي، ويمكن تحصيله يوصل خط مستقيم من المبدأ وحتى قمة المنحنى:

$$E' = \frac{\Delta\sigma}{\varepsilon_1} = \frac{247.8}{0.035} = 7081 \text{ KN/m}^2$$

: ϕ'_{cs} تحديد (3)

$$\phi'_{cs} = \sin^{-1} \frac{(\sigma'_1 - \sigma'_3)_{cs}}{(\sigma'_1 + \sigma'_3)_{cs}} = \sin^{-1} \frac{170.83}{270.83 + 100} = 27.43^\circ$$

(4) تحديد زاوية الانتفاخ للتجربة الأولى :

$$\alpha_P = \phi'_{Pic} - \phi'_{c.s} = \underbrace{33.6}_{\text{من الطلب الأول}} - 27.43 = 6.17^\circ$$

عند إجراء تجربة القص على عينة غضاربة مشبعة وجدنا أن البرامترات الخاصة بها في حال الإجهاد الفعال هي :

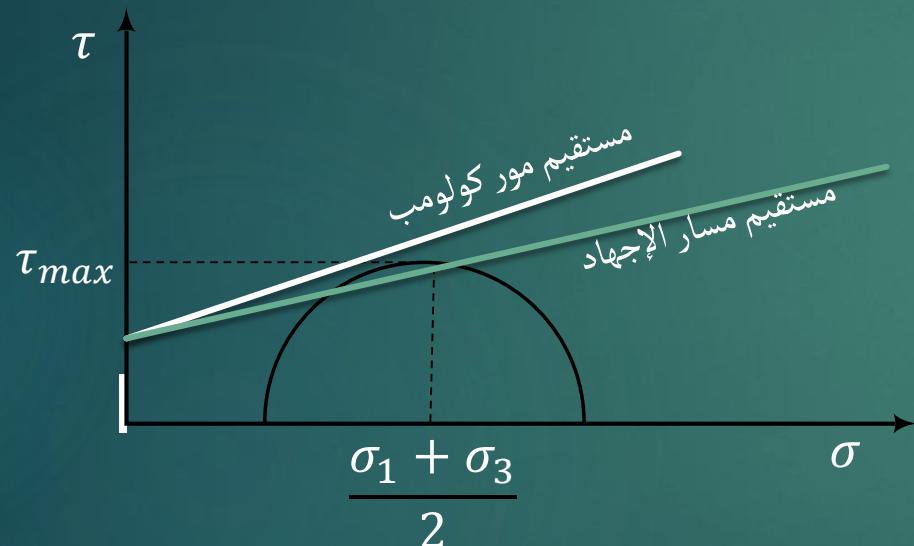
$$\cdot \varphi' = 29^\circ \quad , \quad C' = 15 \text{ } KN/m^2$$

أجريت تجربة القص ثلاثي المحاور الغير مشددة وغير مصرفة (أي UU) على هذا الغضار ،
فكان قيم الإجهاد الجانبي $\sigma_3 = 100 \text{ } KPa$ ، وديفياتور الإجهاد $q = \Delta\sigma = 170 \text{ } KPa$ ،
والمطلوب :

- 1) أوجد معادلة المستقيم المار من نقاط الفص الأعظمية (أوجد a' ، α')
- 2) احسب قيمة ضغط الماء المسامي .

قبل الحل سنوضح ما هي هذه البرامترات الجديدة α' , a' .

- عند رسم دائرة مور ومستقيم مور كولومب نجد أن المستقيم يمس الدائرة في النقطة التي يحدث عنها الانهيار ، إذا رسمنا مستقيم يمر من نقطة القص العظمى أي من τ_{max} سيتقاطع مع الدائرة (لن يكون مماس) ، نسمى هذا المستقيم بمستقيم مسار الإجهاد (stress Path) وهو المستقيم الذي يمر من نقطة القص العظمى ويتقاطع مع الدائرة (لا يمسها) ، وهو معيار مختلف عن معيار مور كولومب .



- نعلم أن $\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ و أن احداثيات مركز الدائرة على محور σ هي : $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ ، أي يمكن القول أن احداثيات نقطة القص العظمى هي :

$$(P = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}, q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2})$$

رسم العلاقة بين p و q نستطيع رسم مستقيم الإجهاد وتحديد بارمتراته :

19



وهكذا نرى أن a تقابلها C في مستقيم مور كولومب وأن α تقابلها φ في مستقيم مور كولومب .
وبالتالي وبما أن معادلة مستقيم مور كولومب هي :

$$\tau = \sigma_n * \tan \varphi + C$$

فإن معادلة مستقيم مسار الإجهاد (بشكل عام) هي :

$$q = \tan \alpha + a$$

$$\sin \varphi' = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}$$

$$\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + C' * \cot \varphi'$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \left(\frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + C' * \cot \varphi' \right) * \sin \varphi'$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} * \sin \varphi' + C' * \cos \varphi' \dots (*)$$

أي يمكننا القول أن :

$$q = P * \sin \varphi' + C' * \cos \varphi'$$

المقارنة مع معادلة مستقيم مسار الإجهاد والتي هي في حالة الإجهادات الفعالة :

$$q = P * \tan \alpha' + a'$$

نجد أن :

$$\Rightarrow \tan \alpha' = \sin \varphi'$$

$$\Rightarrow a' = C' * \cos \varphi'$$

نعرض قيمة فاي بالمعادلة الأولى :

$$\Rightarrow \alpha' = \tan^{-1} (\sin 29^\circ) = 25.9^\circ$$

وتعويض C' و فاي في المعادلة الثانية :

$$\Rightarrow a' = 15 * \cos 29 = 13.1 \text{ KPa}$$

ف تكون المعادلة :

$$q = P * \tan 25.9^\circ + 13.1$$

الطلب الثاني:

$$u = \sigma_1 - \sigma'_1 \quad \text{أو} \quad u = \sigma_3 - \sigma'_3$$

ونعلم أن :

$$q = \Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma'_1 - \sigma'_3$$

نعرض $\Delta\sigma$ في العلاقة (*) :

$$\frac{170}{2} = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} * \sin 29^\circ + 15 * \cos 29^\circ$$

$$\Rightarrow \sigma'_1 + \sigma'_3 = 296.53 \text{ KPa} \dots (1)$$

$$\sigma'_1 - \sigma'_3 = 170 \text{ KPa} \dots (2)$$

من (1) و (2) نجد :

$$\sigma'_1 = 233.27 \text{ KPa}$$

$$\sigma'_3 = 63.27 \text{ KPa}$$

$$\Rightarrow u = \sigma_3 - \sigma'_3 = 100 - 63.27 = 36.73 \text{ KPa}$$

أو :

$$\Rightarrow u = \sigma_1 - \sigma'_1 = (100 + 170) - 233.27 = 36.73$$

حيث :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma$$

ما هي المسافة الناتجة ما بين قيمة ضغط الماء المسمى على المعيار الجديد
إذا رسمنا العلاقة بين q و p وحدنا عليها نقاط القص الأعظمي في حالة الإجهادات الكلية
والإجهادات الفعالة نجد :
في حالة الإجهادات الكلية :

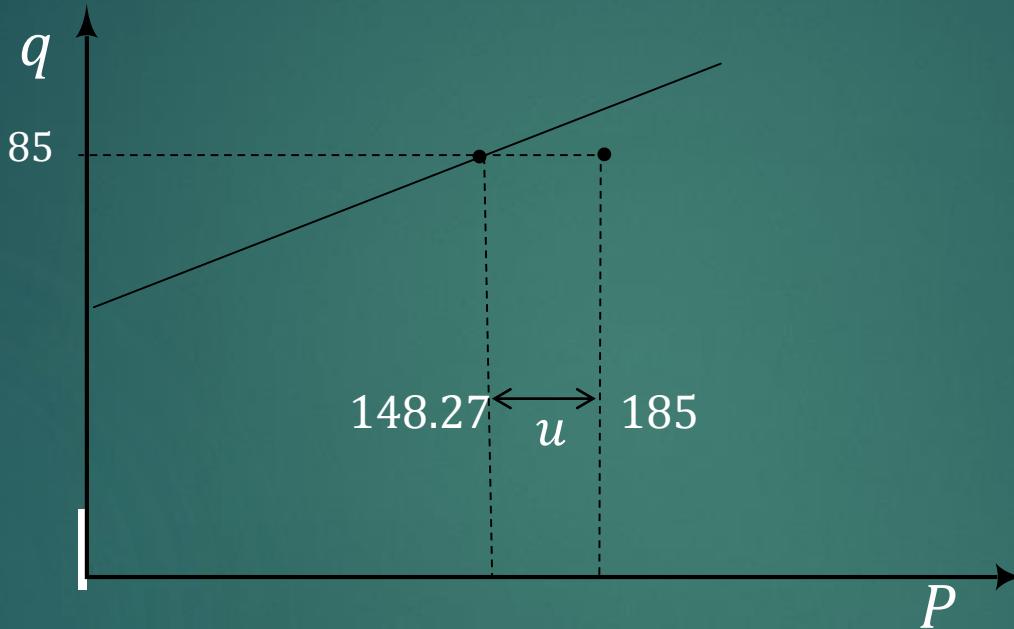
$$P = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 185 \text{ KPa}$$

$$q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 85 \text{ KPa}$$

في حالة الإجهادات الفعالة :

$$P = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} = 148.27 \text{ KPa}$$

$$q = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} = 85 \text{ KPa}$$



فيمكن القول أن :

$$u = 185 - 148.27 = 36.73 \text{ KPa}$$

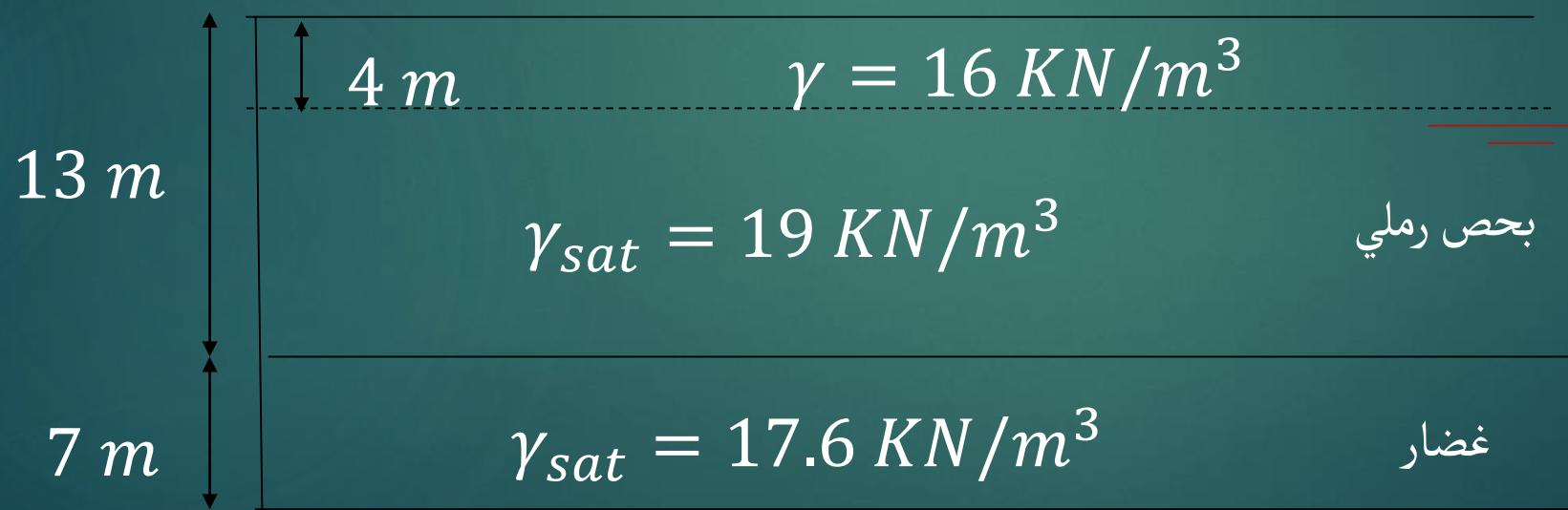
المُسَأَّلَةُ السَّادِسَةُ:

25

قمنا بإجراء تجربة القص ثلاثي المحاور على العينة الغضارية المبنية في مقطع التربة ،
ووجدنا بالنتائج أن :

$$\varphi' = 24^\circ \quad , \quad C' = 20 \text{ KPa}$$

والمطلوب : أوجد الإجهادات المماسية في منتصف الطبقة الغضارية .



$$\tau = \sigma' * \tan \varphi' + C'$$

$$\sigma' = \gamma * 4 + \gamma_{sub} * 9 + \gamma_{sub} * 3.5$$

$$= 16 * 4 + (19 - 9.81) * 9 + (17.6 - 9.81) * 3.5 = 173.98 \text{ KPa}$$

$$\Rightarrow \tau = 173.98 * \tan 24 + 20 = 97.46 \text{ KPa}$$

قمنا بإجراه تجربة القص ثلاثي المحاور في الحالة المنضغطة وغير المصرفه (أي CU) على عينة غضاريه مشبعة وذلك بتطبيق ضغط جانبي $\sigma_3 = 2 \text{ Psi}$ وعند الانهيار وجدنا أن: $\theta = 57^\circ$ ، $\Delta\sigma = 2.8 \text{ Psi}$ ، والمطلوب :

- 1) احسب الإجهاد الناظمي عند سطح الانهيار (أي σ_f) .
- 2) احسب الإجهاد المماسي عند سطح الانهيار (أي τ_f) .
- 3) احسب الإجهاد المماسي الأعظمي (أي τ_{max}) .
- 4) حدد الإجهاد الأعظمي على المستوى الذي يتعرض لأعظم إجهاد قص (أي σ_f عند τ_{max}) .

(1) نستخدم علاقات θ :

$$\sigma_f = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} * \cos 2\theta$$

نحسب σ_1 :

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma = 2 + 2.8 = 4.8 \text{ Psi}$$

نعرض:

$$\sigma_f = \frac{4.8 + 2}{2} + \frac{4.8 - 2}{2} * \cos(2 * 57) = 2.83 \text{ Psi}$$

(2) أيضاً من العلاقات:

$$\tau_f = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} * \sin 2\theta = 1.28 \text{ Psi}$$

(3) من العلاقة:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = 1.4 \text{ Psi}$$

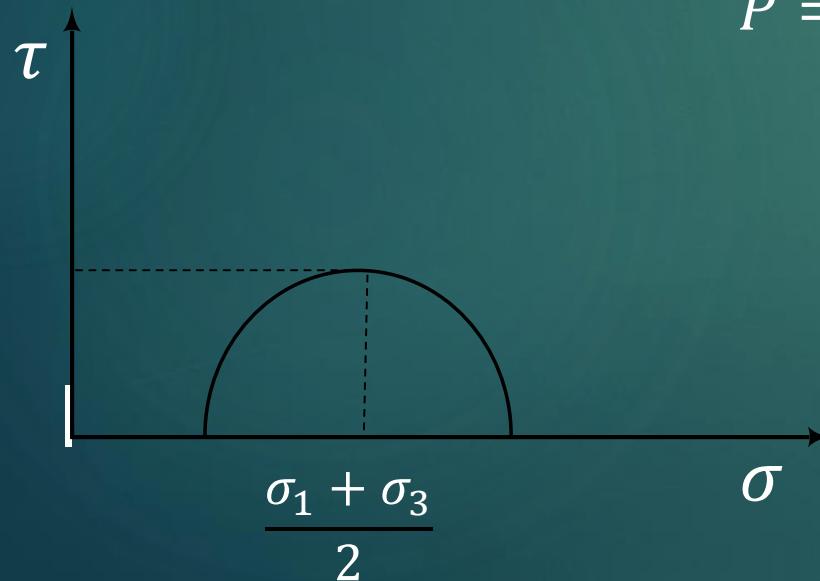
(4) المنسوب الذي يتعرض لأعظم إجهاد قص هو المستوى عند τ_{max} أي تكون عندها $\theta = 45^\circ$ لأن $\varphi = 0$.

بالتعميض بعلاقة σ_f نجد أن $0 = \cos 2 * 45 = \cos 90^\circ$ أي الحد الثاني من العلاقة يساوي الصفر ويبقى فقط الحد الأول، فيكون :

$$\sigma_f = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 3.4 \text{ Psi}$$

أو يمكننا فوراً من دائرة مور (إحداثيات النقطة التي تمثل أعظم قص) :

$$P = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = 3.4 \text{ Psi}$$



بفرض نفس معطيات المُسَأَلَةُ السَّابِقَةُ وبفرض

$$, u = 1.8 \text{ Psi} \quad , \varphi' = 24^\circ \quad , \quad C' = 0.8 \text{ Psi}$$

وضّح سبب انهيار العينة بزاوية 57° بدلاً من 45° $\theta = 45^\circ$ ، واحسب τ عند الزاوية $\theta = 57^\circ$ وعند الزاوية $\theta = 45^\circ$.

الحل :

حساب τ عند $\theta = 57^\circ$: لدينا المعادلة :

$$\tau_f = \sigma'_f * \tan \varphi' + C'$$

نحسب σ'_f : مع الاعتماد على النتائج في المُسَأَلَةُ السَّابِقَةُ بالنسبة لـ σ_f

$$\sigma'_f = \sigma_f - u = 2.83 - 1.8 = 1.03 \text{ Psi}$$

$$\Rightarrow \tau_{57} = \tau_f = 1.03 * \tan 24^\circ + 0.8 = 1.26 \text{ Psi}$$

حساب τ عند $\theta = 45^\circ$: لدينا المعادلة :

$$\tau_{45} = \sigma'_{45} * \tan \varphi' + C'$$

نحسب σ'_{45} : مع الاعتماد على النتائج في المسألة السابقة لـ σ_{45} حيث هو σ_f عند τ_{max} .

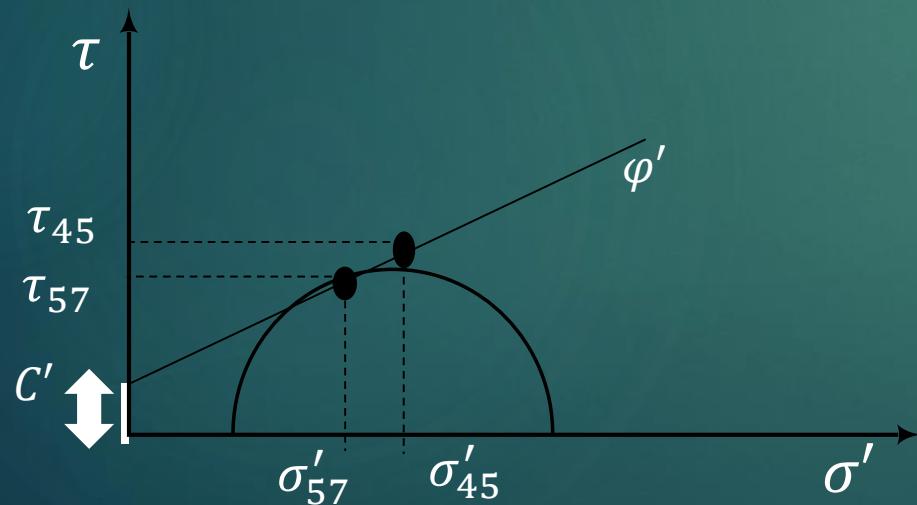
$$\sigma'_{45} = \sigma_{45} - u = 3.4 - 1.8 = 1.6 \text{ Psi}$$

$$\Rightarrow \tau_{45} = 1.6 * \tan 24^\circ + 0.8 = 1.51 \text{ Psi}$$

وهكذا نلاحظ أن :

$$\tau_{57} < \tau_{45}$$

ويفسّر ذلك برسم دائرة مور وتحديد النقطتين :



المسألة التاسعة:

أيضاً بفرض نفس معطيات المسألة السابقة أي

$$, \theta = 57^\circ, \varphi' = 24^\circ, C' = 0.8 \text{ Psi}$$

وبفرض تطبيق تزاييد الإجهادات ضمن الشروط المصرفية وبيطء حتى الانهيار حيث :

$$, \sigma'_{3f} = 2 \text{ Psi}$$

احسب الاجهاد الرئيسي الأعظمي عند الانهيار (أي σ'_{1f}).

الحل:

الطريقة الأولى : فوراً من القانون :

$$\sigma'_{1f} = \sigma'_{3f} * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) + 2 * C' * \operatorname{tg} \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

$$\sigma'_{1f} = 2 * \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{24}{2} \right) + 2 * 0.8 * \operatorname{tg} \left(45 + \frac{24}{2} \right) = 7.21 \text{ Psi}$$

$$\tau_f = \sigma'_f * \tan \varphi' + C'$$

نوع :

$$\tau_f = \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} * \sin 2\theta \quad \text{و} \quad \sigma'_f = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} + \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2} * \cos 2\theta$$

فتصبح :

$$\frac{\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f}}{2} * \sin 2\theta = \left(\frac{\sigma'_{1f} + \sigma'_{3f}}{2} + \frac{\sigma'_{1f} - \sigma'_{3f}}{2} * \cos 2\theta \right) * \tan \varphi' + C'$$

لدينا مجهول واحد وهو σ'_{1f}

$$\Rightarrow \sigma'_{1f} = 7.21 \text{ Psi}$$

انتهت المحاضرة