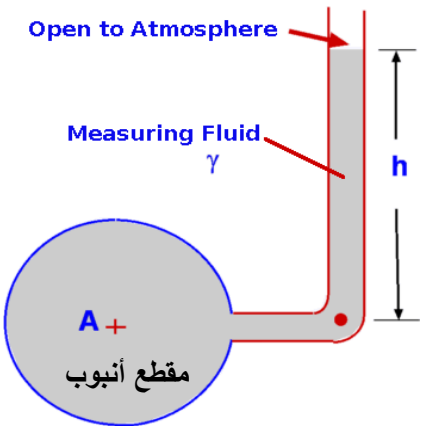
الفصل الثاني : توازن السوائل

وسائل قياس الضغط:

الأنبوب البيزمتري:



وسيلة من وسائل قياس الضغط وهو عبارة عن أنبوب شاقولي مفتوح من الأعلى وموصول مع الأنبوب أو الوعاء الذي يحتوي السائل المضغوط

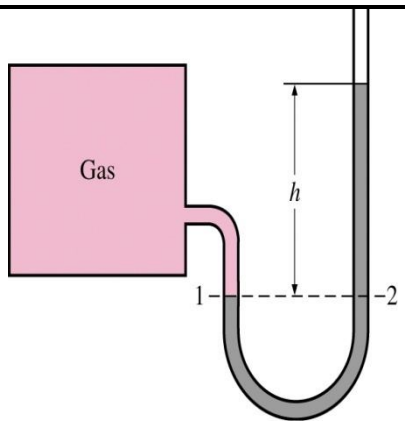
$$P_A = P_{atm} + \gamma * h$$

وبأخذ الضغوط النسبية $P_{atm} = 0$

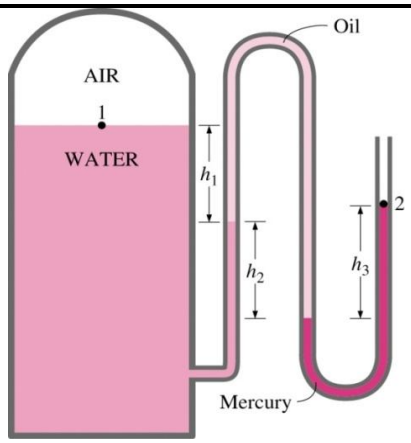
$$P_A = \gamma * h$$

المانومتر البسيط

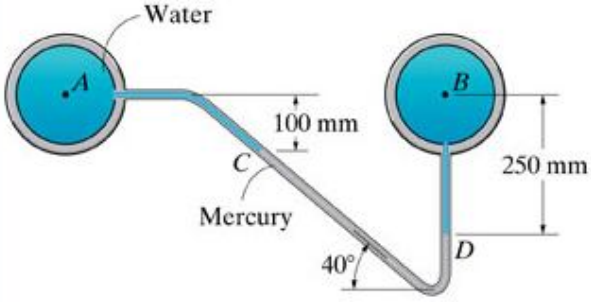
وسيلة من وسائل قياس الضغط وهو عبارة عن أنبوب معكوف بشكل حرف **U** يحتوي على سائل ذي وزن نوعي معلوم، قد يكون مانومتر بسيط أو مانومتر متعدد أو مانومتر مائل (مبين في الشكل)



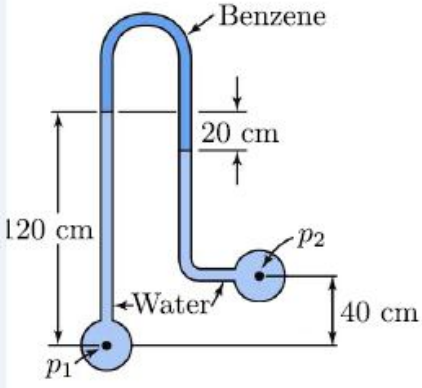
مانومتر بسيط



مانومتر متعدد

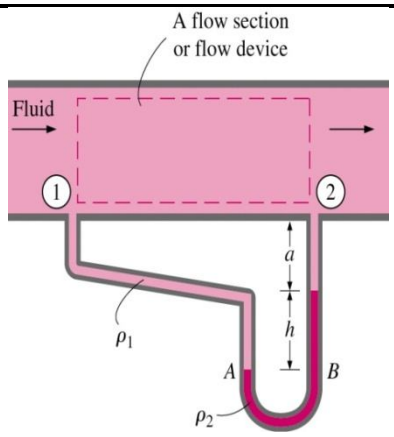


مانومتر مائل

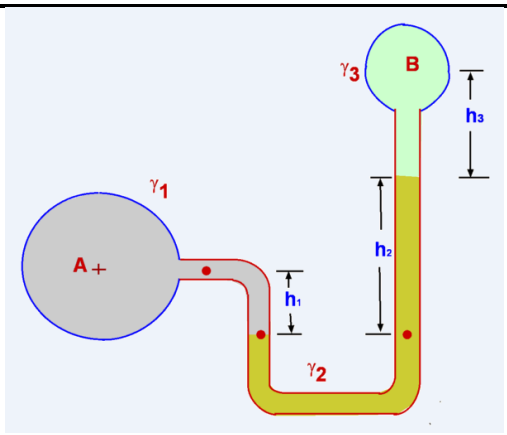


مانومتر مقلوب

يستخدم المانومتر لقياس الضغط في أنبوب أولقياس فرق الضغط بين أنبوبين أو لقياس فرق الضغط بين مقطعين من أنبوب واحد



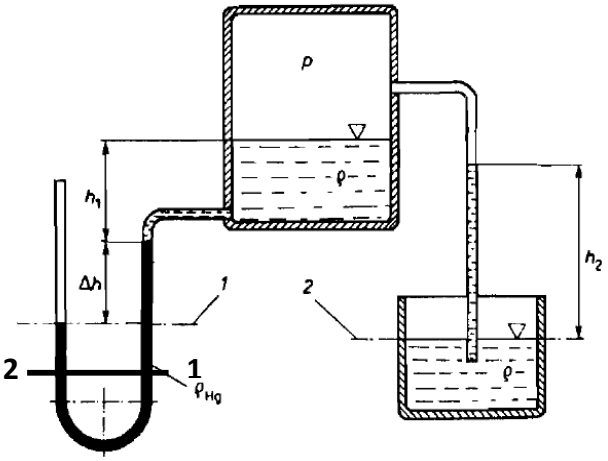
قياس فرق الضغط بين مقطعين من أنبوب واحد



قياس فرق الضغط بين أنبوبين

مسألة رقم (1) غير محلولة صفحة 121:

احسب قيمة الضغط المطبق في الخزان المبين في الشكل الذي يحتوي على الماء .احسب كذلك قيمة $\mathbf{h_2}$ ، إذا علمت أن الوعاء السفلي معرض للضغط الجوي وأن انحراف الزئبق في المانومتر يشير إلى $\Delta \mathbf{h = 0.15m}$ كما أن عمق الماء في الخزان $\mathbf{h_1 = 0.8m}$



الحل:

نأخذ مستوي تساوي ضغط 2−1:

$$P_1 = P_2$$

$$P_1 = P_{atm} = 10^5 \text{ pas}$$

$$P_2 = P + \gamma_w * h_1 + \gamma_{Hg} * \Delta h$$

بالمساواة:

$$10^5 = P + \gamma_w * h_1 + \gamma_{Hg} * \Delta h$$

$$P = 10^5 - \gamma_w * h_1 - \gamma_{Hg} * \Delta h = -9810 * 0.8 - 13600 * 9.81 * 0.15$$

$$\mathbf{P_A = 27139.6\ Pas}$$

حساب قيمة الارتفاع h_2

$$P_{atm} = P + h_2 * \gamma_w$$
$$10^5 = 27139.6 + h_2 * 9810$$
$$\Rightarrow h_2 = \mathbf{2.84m}$$

ملاحظة:

باعتبار الضغط الجوي مبدأ لقياس الضغوط $(\mathbf{P_1 = P_{atm} = 0})$ أي بأخذ الضغوط النسبية:

$$P_1 = P_{atm} = 0$$
$$P_2 = P + \gamma_w * h_1 + \gamma_{Hg} * \Delta h$$

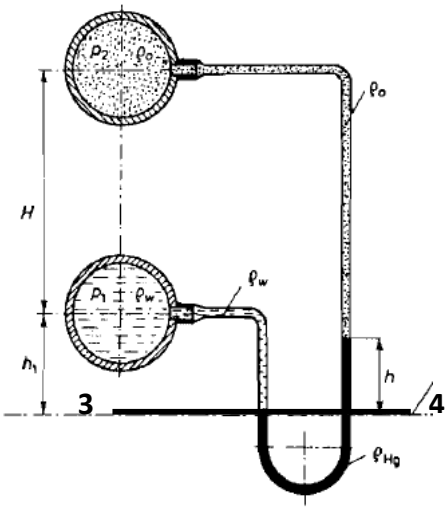
بالمساواة:

$$0 = P + \gamma_w * h_1 + \gamma_{Hg} * \Delta h$$
$$P = -\gamma_w * h_1 - \gamma_{Hg} * \Delta h = -9810 * 0.8 - 13600 * 9.81 * 0.15$$
$$\mathbf{P_A = -27860.4\ Pas}$$

حساب قيمة الارتفاع h_2

$$P_{atm} = P + h_2 * \gamma_w$$
$$h_2 = \frac{-P}{\gamma_w} = \frac{-(-27860.4)}{9810} = \mathbf{2.84m}$$

مسألة رقم (2) غير محلولة صفحة 121:



أنبوبان، الأول علوي يتدفق فيه زيت كتلته النوعية: $\mathbf{815\ Kg/m^3}$ والثاني سفلي يتدفق فيه الماء فإذا كان فرق الارتفاع بين الأنبوبين $\mathbf{H = 2m}$

احسب فرق الضغط في الأنبوبين علماً أن انحراف الزئبق في المانومتر يشير إلى $\mathbf{h = 0.5m}$ و $\mathbf{h_1 = 0.8m}$

الحل:

نأخذ مستوي تساوي ضغط من سائل ساكن ومستمر 3-4:

ملاحظة:

(من أجل المانومتر العادي ننظر إلى استمرارية السائل من أسفل المستوي ومن أجل المانومتر المقلوب ننظر إلى استمرارية السائل من أعلى المستوي)

$$P_3 = P_1 + \gamma_w * h_1$$

$$P_4 = P_2 + \gamma_0 * (H + h_1 - h) + \gamma_{Hg} * h$$

$$P_4 = P_3$$

$$P_1 + \gamma_w * h_1 = P_2 + \gamma_0 * (H + h_1 - h) + \gamma_{Hg} * h$$

$$P_1 - P_2 = \gamma_0 * (H + h_1 - h) + \gamma_{Hg} * h - \gamma_w * h_1$$

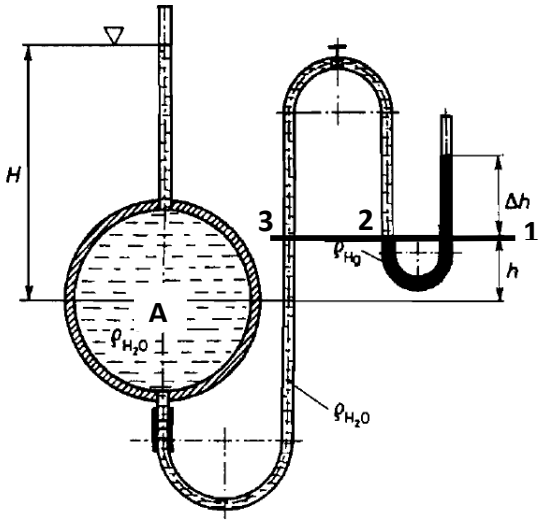
$$P_1 - P_2 = 815 * 9.81 * (2 + 0.8 - 0.5) + 13600 * 9.81 * 0.5 - 9810 * 0.8$$

$$P_1 - P_2 = \mathbf{77248.845\ Pas}$$

$$P_1 - P_2 = \mathbf{77.248\ KPa}$$

$$P_1 - P_2 = \mathbf{0.77\ Bar}$$

<u>مسألة رقم (4) غير محلولة صفحة 122:</u>



يتدفق الماء في أنبوب موصول من الأعلى بـ بيزومتر ومن الأسفل بـ مانومتر. فإذا علمت أن انحراف الزئبق في المانومتر $\mathbf{h = 200mm}$ وأن $\mathbf{\Delta h = 300mm}$ و $\mathbf{\rho_{Hg} = 13600\ Kg/m^3}$

احسب الضغط داخل الأنبوب A وقيمة H في الأنبوب البيزومتري

<u>الحل:</u>

نأخذ مستوي تساوي ضغط 2−1:

$$P_1 = P_2$$

ولكن:

$$P_1 = P_{atm} + \gamma_{Hg} * \Delta h$$

نأخذ مستوي تساوي ضغط **3−2**:

(من أجل المانومتر المقلوب ننظر إلى استمرارية السائل من أعلى المستوي)

$$P_2 = P_3$$

وبالتالي:

$$P_1 = P_2 = P_3$$

ولكن:

$$P_3 = P_A - \gamma_w * h$$

واستنتجنا أن: $P_1 = P_2 = P_3$

وبالتالي:

$$P_{atm} + \gamma_{Hg} * \Delta h = P_A - \gamma_w * h$$

وبأخذ الضغوط النسبية: أي $P_{atm} = 0$

$$P_A = 0 + 13600 * 9.81 * 0.3 + 9810 * 0.2$$

$$\mathbf{P_A = 41986\ Pas}$$

حساب قيمة الارتفاع H

$$P_A = P_{atm} + H * \gamma_w$$

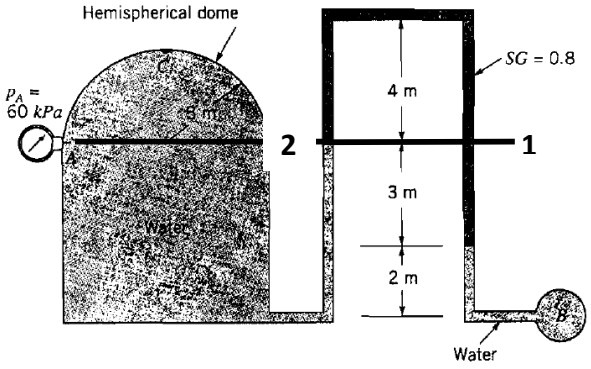
وبأخذ الضغوط النسبية: أي $P_{atm} = 0$

$$H = \frac{P_A}{\gamma_w} = \frac{41986}{9810} = \mathbf{4.28}\boldsymbol{m}$$

<u>مسألة رقم (5) غير محلولة صفحة 123:</u>

اعتمادا على المعطيات الواردة في الشكل المبين.

يطلب حساب الضغط في الأنبوب B، وعند النقطة C من الخزان



<u>الحل:</u>

1. **حساب الضغط في الأنبوب B**

نأخذ مستوي تساوي ضغط 2−1:

$$P_1 = P_2$$

ولكن:

$$P_1 = P_B - \gamma_0 * 3 - \gamma_W * 2$$

نأخذ مستوي تساوي ضغط 2−**A**:

$$P_A = P_2$$

وبالتالي:

$$P_1 = P_2 = P_A = 60\ \text{Kpa}$$

بالتعويض:

$$P_A = P_B - \gamma_0 * 3 - \gamma_W * 2$$

$$60 * 10^3 = P_B - 800 * 9.81 * 3 - 9810 * 2$$

$$\mathbf{P_B = 103164\ Pas}$$

2. **حساب الضغط في النقطة C**

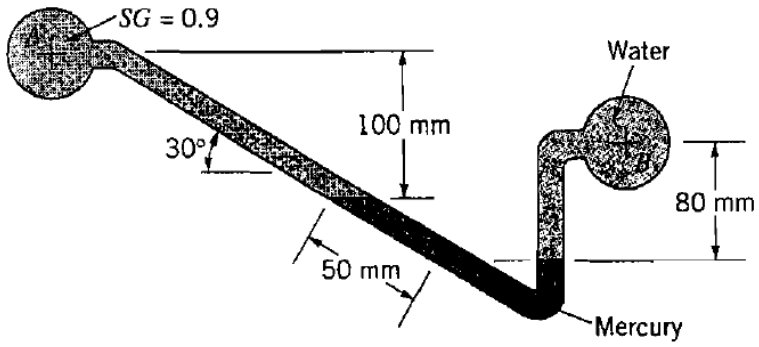
$$P_C = P_A - \gamma_W * 3 = 60 * 10^3 - 9810 * 3$$

$$\mathbf{P_C = 30570\ Pas}$$

مسألة رقم (6) غير محلولة صفحة 123:

بعد الاستعانة بالشكل المبين أدناه واعتماد المعطيات الواردة عليه

احسب القراءات الجديدة في المانومتر المائل المبين بافتراض أن الضغط في الأنبوب A قد نقص بمقدار 10Kpa وأن الضغط في الأنبوب B بقي على حاله

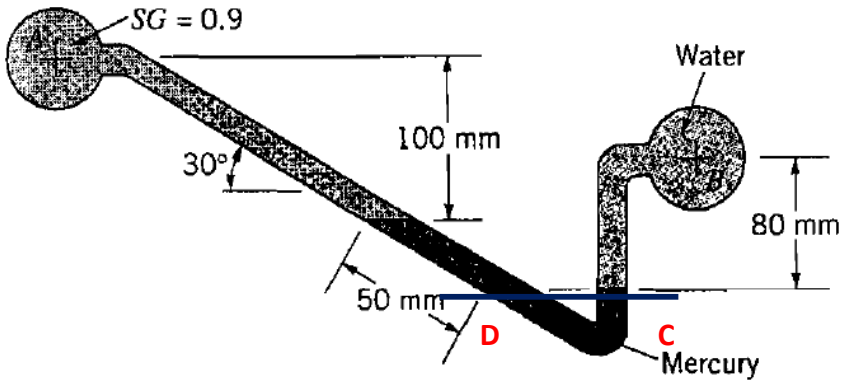


الحل:

أولاً: الوضع قبل إنقاص الضغط:

نأخذ مستوي تساوي ضغط C–D

$$P_C = P_D$$



$$P_C = P_B + \gamma_W * 0.08$$

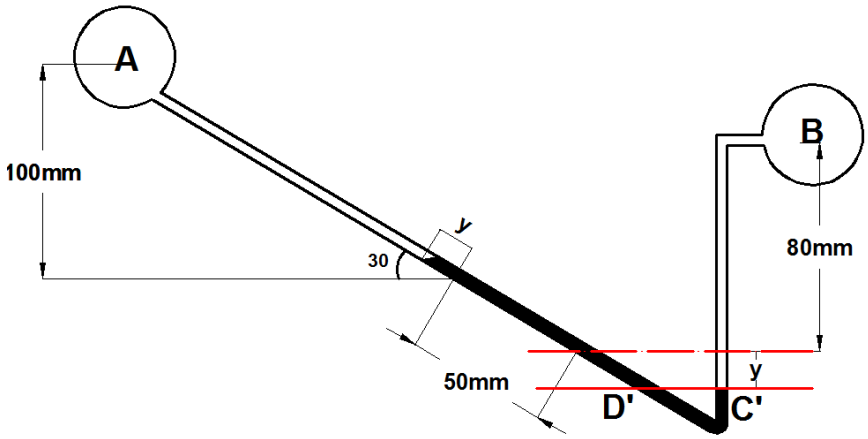
$$P_D = P_A + \gamma_0 * 0.1 + \gamma_{Hg} * 0.05 * \mathrm{Sin}(30)$$

$$P_B + \gamma_W * 0.08 = P_A + \gamma_0 * 0.1 + \gamma_{Hg} * 0.05 * \mathrm{Sin}(30)$$

$$P_A - P_B = 9810 * 0.08 - 900 * 9.81 * 0.1 - 13600 * 9.81 * 0.05 * \mathrm{Sin}(30)$$

$$\mathbf{P_A - P_B = -3433.5\ Pas}$$

ثانياً الوضع الجديد:



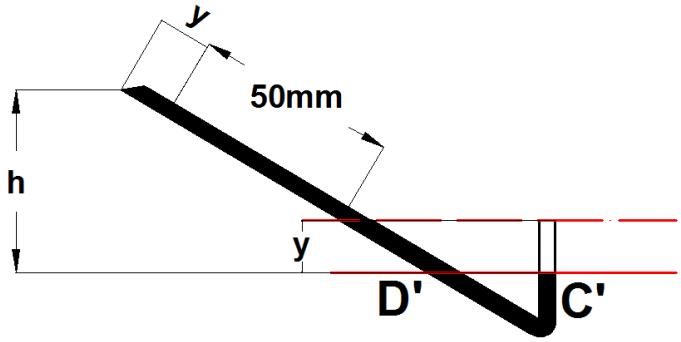
نأخذ مستوي تساوي ضغط $C' - D'$

$$P_{C'} = P_{D'}$$

$$P_{C'} = P_B + \gamma_W * (0.08 + y)$$

$$P_{D'} = P_A - 10 * 10^3 + \gamma_0 * \big(0.1 - y * Sin(30)\big) + \gamma_{Hg} * [(y + 0.05) * Sin(30) + y]$$

توضيح



$$\mathbf{h = [(y + 0.05) * Sin(30) + y]}$$

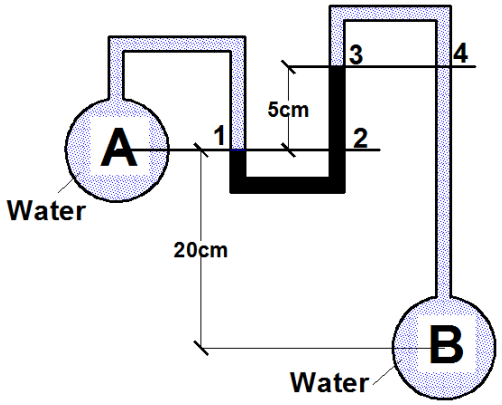
$$P_B + \gamma_W * (0.08 + y) = P_A - 10 * 10^3 + \gamma_0 * \big(0.1 - y * Sin(30)\big) + \gamma_{Hg} * [(y + 0.05) * Sin30 + y$$

$$P_A - P_B - 10 * 10^3 = 9810 * (0.08 + y) - 900 * 9.81 * \big(0.1 - y * Sin(30)\big) - 13600 * 9.81 * [(y + 0.05) * Sin(30) + y]$$

$$\mathbf{y = 0.0538}\boldsymbol{m}$$

مسألة دورة:

أوجد فرق الضغط بين مركزي الأنبوبين إذا كان انحراف المانومتر الزئبقي $\mathbf{h = 5cm}$



الحل:

نأخذ مستوي تساوي ضغط 1−2:

$$P_1 = P_2$$

النقطتين 1 و A على مستوي أفقي واحد من سائل ساكن ومستمر

$$P_1 = P_A$$

إذاً: $P_1 = P_2 = P_A$

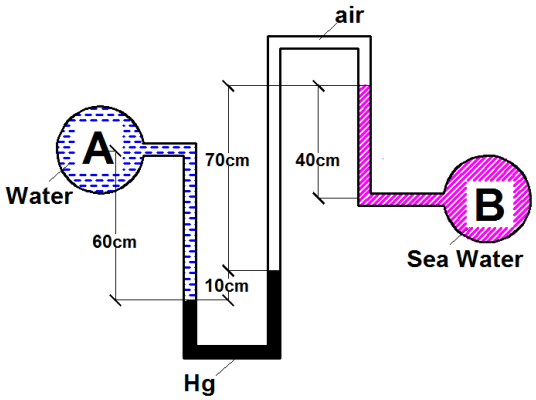
نأخذ مستوي تساوي ضغط3−4:

$$P_4 = P_B - \gamma_W * 0.25$$
$$P_3 = P_2 - \gamma_{Hg} * 0.05$$
$$P_4 = P_3$$
$$P_B - \gamma_W * 0.25 = P_2 - \gamma_{Hg} * 0.05$$

لكن: $P_1 = P_2 = P_A$

$$P_B - \gamma_W * 0.25 = P_A - \gamma_{Hg} * 0.05$$
$$P_A - P_B = \gamma_{Hg} * 0.05 - \gamma_W * 0.25 = 13600 * 9.81 * 0.05 - 9810 * 0.25$$
$$\mathbf{P_A - P_B = 4218.3\ Pa}$$

مسألة خارجية: (إهمال عمود الهواء في الحسابات)

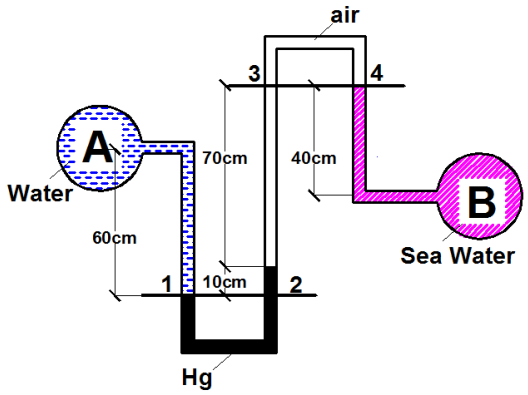


أنبوبان متوازيان يجري في أحدهما ماء مالح والثاني ماء عذب مربوطين مع بعضهما بمانومتر والمطلوب: **حساب فرق الضغط بين الأنبوبين**، $\rho_{Seawater} = 1035\ Kg/m^3$

$\rho_{Hg} = 13600\ Kg/m^3$

(هل يمكن إهمال عمود الهواء في الحساب)

الحل:



نأخذ مستوي تساوي ضغط 1-2 : $P_1 = P_2$

$$P_1 = P_A + \gamma_W * 0.6$$

$$P_2 = P_3 + \gamma_{air} * 0.7 + \gamma_{Hg} * 0.1$$

$$P_A + \gamma_W * 0.6 = P_3 + \gamma_{air} * 0.7 + \gamma_{Hg} * 0.1$$

$$\Rightarrow \mathbf{P_3 = P_A + \gamma_W * 0.6 - \gamma_{air} * 0.7 - \gamma_{Hg} * 0.1}$$

نأخذ مستوي تساوي ضغط 3-4 $P_3 = P_4$

$$P_4 = P_B - \gamma_{SW} * 0.4$$

$$P_A + \gamma_W * 0.6 - \gamma_{air} * 0.7 - \gamma_{Hg} * 0.1 = P_B - \gamma_{SW} * 0.4$$

$$\Rightarrow P_A - P_B = -\gamma_W * 0.6 + \gamma_{air} * 0.7 + \gamma_{Hg} * 0.1 - \gamma_{SW} * 0.4$$

$$P_A - P_B = -9810 * 0.6 + 1.25 * 9.81 * 0.7 + 13600 * 9.81 * 0.1 - 1035 * 9.81 * 0.4$$

$$\mathbf{P_A - P_B = 3402.84\ Pa}$$

هل يمكن إهمال عمود الهواء ؟؟؟؟؟؟ $(\gamma_{air} * 0.7)$

$$(P_A - P_B)'' = 3402.84 - \gamma_{air} * 0.7 = \mathbf{3394.26\ Pa}$$

نلاحظ:

$$\mathbf{P_A - P_B \approx (P_A - P_B)''}$$

إذاً يمكن إهمال عمود الهواء