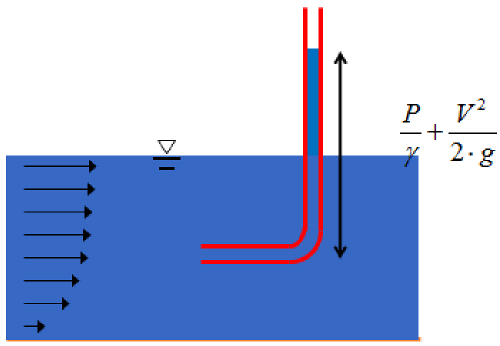
تطبيقات معادلة بيرنوللي –سائل مثالي

1. أنبوب بيتو
2. جهاز فينتوري
3. فتحات الأنابيب
4. التصريف عبر فتحة صغيرة
5. التصريف عبر فتحة كبيرة
6. زمن تفريغ خزان
7. زمن التفريغ من خزان إلى خزان

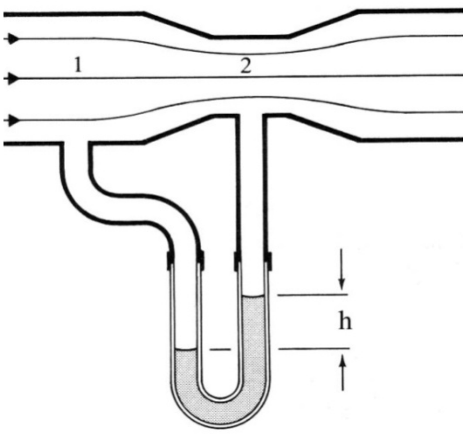
1. أنبوب بيتو

أنبوب بشكل حرف L يوضع في مواجهة السائل الجاري

يقيس $\frac{P}{\gamma}+\frac{V^2}{2\cdot g}$



2. جهاز فينتوري



أنبوب يتغير مقطعه تدريجياً مع اتجاه الجريان حتى يصل

إلى قيمة صغرى ثم يتوسع بالتدريج

يستخدم لقياس الغزارة

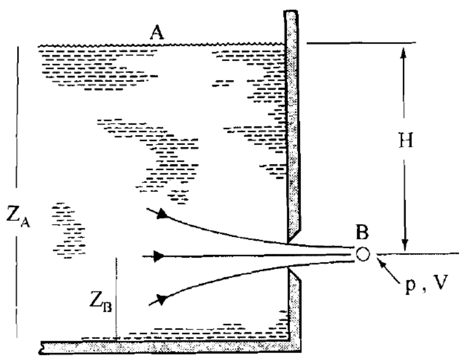
قيم معامل التصريف لجهاز فينتوري تتراوح

$$\left(C_d = 0.99 - 0.97\right)$$

عادة تتراوح نسبة القطرين :

$$\left(\frac{D_1}{D_2}\right) = (4 - 1.5)$$

3. خروج الماء من فتحات صغيرة



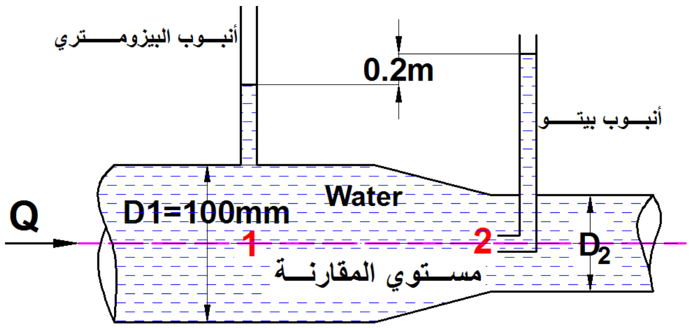
تعتبر الفتحة صغيرة عندما يتحقق:

$$\frac{d}{H} < 0.1$$

حيث:

d: قطر الفتحة

H: الضاغط عند مركز الفتحة



مسألة خارجة

احسب بعد إهمال الفواقد الهيدروليكية غزارة الماء المار في الوصلة الأفقية المبينة في الشكل

الحل:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 نختار نقطة 1 تحت الأنبوب البيزومتري الأول و نختار نقطة 2 أمام أنبوب بيتو ومستوي المقارنة يمر من محور الوصلة: $Z_1 = Z_2 = 0$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g}$$

من الشكل: الأنبوب البيزومتري يقيس $\frac{P_1}{\gamma}$ **و أنبوب بيتو يقيس** $\frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g}$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g} - \frac{P_1}{\gamma} = 0.2$$

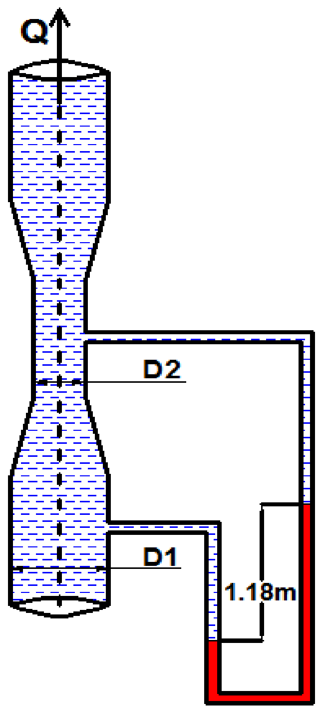
نعوض في معادلة بيرنوللي :

$$\Rightarrow \frac{{V_1}^2}{2*g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g} - \frac{P_1}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \frac{{V_1}^2}{2*g} = 0.2$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{2 * g * 0.2} = 1.98\ m/s$$

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q = A_1 * V_1 = \frac{\pi*0.1^2}{4} * 1.98 = 0.015\, m^3/s$$



مسألة خارجية:

احسب التصريف المار عبر أنبوب فينتوري (متوضع بشكل شاقولي)

إذا كان $D_1 = 300mm,\ \ D_2 = 150mm,$ **و** $C_d = 0.98$

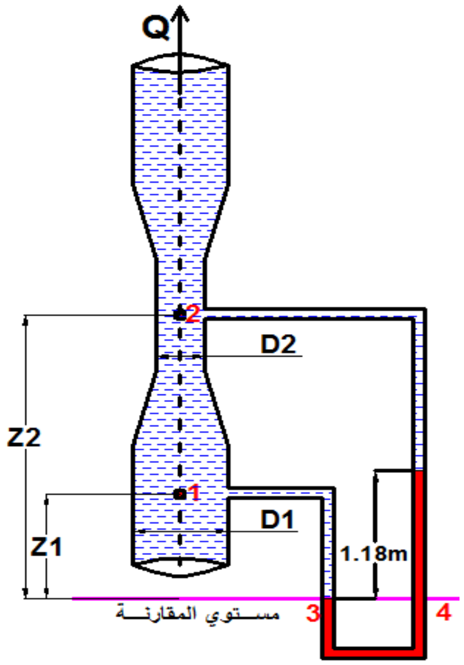
والكتلة النوعية لسائل المانومتر $\rho' = 1250\, Kg/m^3$

الحل:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 ومستوي المقارنة موضح في الشكل (وهو نفسه مستوي تساوي الضغط)

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g} + Z_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = \frac{{V_2}^2}{2*g} - \frac{{V_1}^2}{2*g}$$



من علاقة الاستمرار:

$$Q_1 = Q_2 \Leftrightarrow A_1 * V_1 = A_2 * V_2$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} \quad \text{and} \quad V_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = \frac{\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2}{2*g} - \frac{\left(\frac{Q}{A_1}\right)^2}{2*g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = \frac{Q^2}{2*g} * \left[\frac{1}{{A_2}^2} - \frac{1}{{A_1}^2}\right]$$

ولكن:

$$A_1 = \frac{\pi * {D_1}^2}{4} = \frac{\pi * 0.3^2}{4} \qquad A_2 = \frac{\pi * {D_2}^2}{4} = \frac{\pi * 0.15^2}{4}$$

بالتعويض:

$$\boldsymbol{\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = 153 * Q^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(1)}$$

من المانومتر نأخذ مستوي تساوي ضغط 3-4 (وهو نفسه مستوي المقارنة)

$$P_3 = P_1 + \gamma * Z_1$$

$$P_4 = P_2 + \gamma' * 1.18 + \gamma * (Z_2 - 1.18) = P_2 + \gamma' * 1.18 + \gamma * Z_2 - \gamma * 1.18$$

$$P_3 = P_4$$

$$P_1 + \gamma * Z_1 = P_2 + \gamma' * 1.18 + \gamma * Z_2 - \gamma * 1.18$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 + \gamma * Z_1 - \gamma * Z_2 = 1.18 * (\gamma' - \gamma)$$

بالتقسيم على γ:

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = \frac{1.18*(\gamma' - \gamma)}{\gamma}$$

بالاختصار:

$$\boldsymbol{\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} + Z_1 - Z_2 = 1.18 * \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)}$$

من 1و 2:

$$153 * Q^2 = 1.18 * \left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)$$

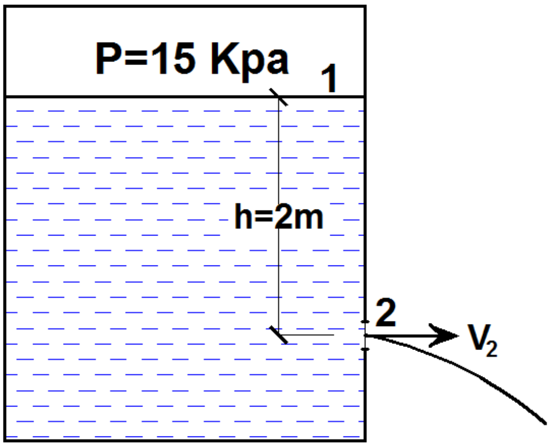
$$\Rightarrow Q = 0.0439 \ m^3/s$$

وهي غزارة نظرية

ولحساب الغزارة الفعلية:

$$Q_a = Q_{th} * C_d = 0.0439 * 0.98 = 0.043 \, m^3/s$$

حيث: $\boldsymbol{C_d = \frac{Q_a}{Q_{th}}}$



مسألة خارجية:

احسب الغزارة الخارجة من الخزان عبر الفتحة $d =$ 70mm علماً أن معامل تصريف الفتحة $C_d = 0.74$

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 ومستوي المقارنة مار بـ1

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g} + Z_2$$

$$P_1 = 15 * 10^3 \text{ pas} \quad , \quad P_2 = 0$$

$$V_1 = 10 \quad , \quad V_2 = ?$$

$$Z_1 = 2\text{m} \quad , \quad Z_2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} + 0 + h = 0 + \frac{{V_2}^2}{2*g} + 0 \;\; \Rightarrow \; V_2 = \sqrt{2 * g * (\frac{P}{\gamma} + h)}$$

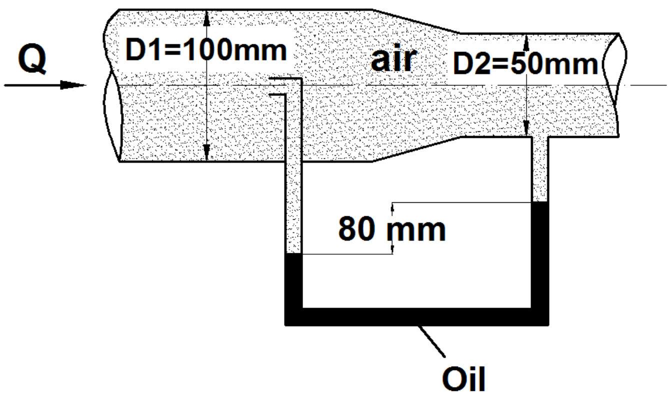
أو بالتعويض:

$$\Rightarrow \frac{15*10^3}{9810} + 0 + 2 = 0 + \frac{{V_2}^2}{2*g} + 0$$

$$\Rightarrow V_2 = 8.4\text{m/s}$$

$$Q_{th(\text{نظرية})} = A * V = \frac{\pi*0.07^2}{4} * 8.4 = 0.032\, m^3/s$$

$$Q_{a(\text{فعلية})} = Q_{th(\text{نظرية})} * C_d = 0.032 * 0.74 = 0.024\, m^3/s$$



مسألة خارجية:

بفرض الفواقد مهملة ، احسب تصريف الهواء المار في الأنبوب

$\boldsymbol{\rho_{air} = 1.25\ Kg/m^3}$ ، $\boldsymbol{\rho_{oil} = 827\ Kg/m^3}$

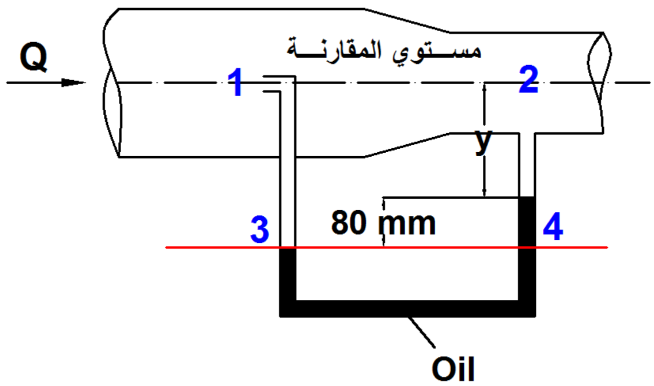
الحل:

نطبق معادلة بيرنولي بين 1 و2 : ومستوي المقارنة يمر من محور الأنبوب:

$$\frac{P_1}{\gamma_{air}} + \frac{{V_1}^2}{2*g} = \frac{P_2}{\gamma_{air}} + \frac{{V_2}^2}{2*g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma_{air}} - \frac{P_2}{\gamma_{air}} = \frac{{V_2}^2}{2*g} - \frac{{V_1}^2}{2*g} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

من المانومتر: نأخذ مستوي تساوي ضغط 3-4



$$P_3 = P_1 + \frac{1}{2} * \rho_{air} * {V_1}^2 + \gamma_{air} * (0.08 + y)$$

$$P_4 = P_2 + \gamma_{oil} * 0.08 + \gamma_{air} * y$$

$$P_3 = P_4$$

$$P_1 + \frac{1}{2} * \rho_{air} * {V_1}^2 + \gamma_{air} * (0.08 + y) = P_2 + \gamma_{oil} * 0.08 + \gamma_{air} * y$$

بالاختصار:

$$P_1 - P_2 = -\frac{1}{2} * \rho_{air} * {V_1}^2 - \gamma_{air} * 0.08 + \gamma_{oil} * 0.08$$

بالتقسيم على γ_{air}:

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma_{air}} = -\frac{\frac{1}{2} * \rho_{air} * {V_1}^2}{\gamma_{air}} - \frac{\gamma_{air} * 0.08}{\gamma_{air}} + \frac{\gamma_{oil} * 0.08}{\gamma_{air}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 - P_2}{\gamma_{air}} = -\frac{{V_1}^2}{2 * g} - 0.08 + 0.08 * \frac{\rho_{oil}}{\rho_{air}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\frac{P_1 - P_2}{\gamma_{air}} = 0.08 * \left(\frac{\rho_{oil}}{\rho_{air}} - 1\right) - \frac{{V_1}^2}{2 * g}} \quad \dots\dots\dots \quad \mathbf{(2)}$$

بمساواة 1 و2

$$0.08 * \left(\frac{\rho_{oil}}{\rho_{air}} - 1\right) - \frac{{V_1}^2}{2 * g} = \frac{{V_2}^2}{2 * g} - \frac{{V_1}^2}{2 * g}$$

بالاختصار:

$$0.08 * \left(\frac{\rho_{oil}}{\rho_{air}} - 1\right) = \frac{{V_2}^2}{2 * g}$$

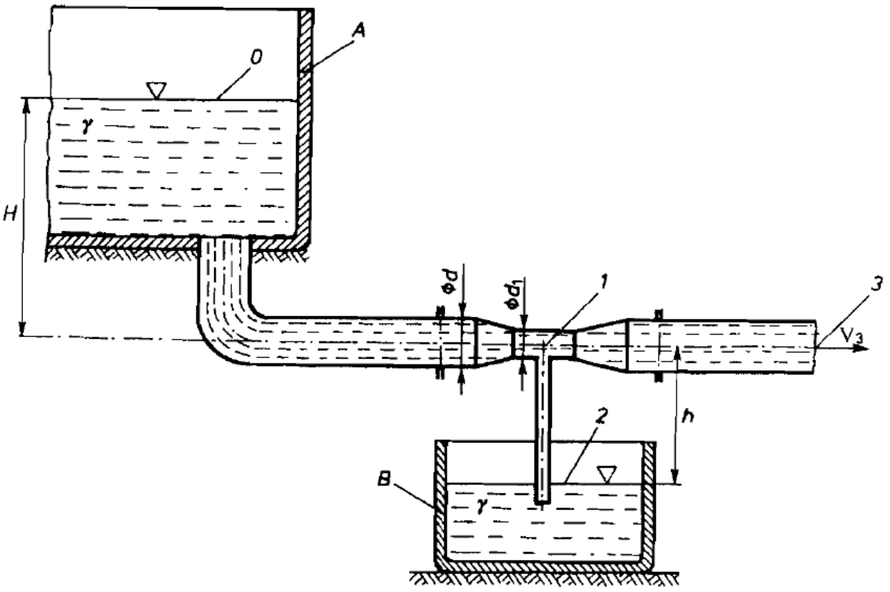
$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2 * g * 0.08 * \left(\frac{\rho_{oil}}{\rho_{air}} - 1\right)}$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2 * 9.81 * 0.08 * \left(\frac{827}{1.25} - 1\right)} = 32.2\, m/s$$

$$Q_1 = Q_2 \;\Rightarrow Q = A_2 * V_2 = \frac{\pi * 0.05^2}{4} * 32.2 = 0.063\, m^3/s$$

مسألة محلولة رقم 4 صفحة 239

احسب القيمة الدنيا للإرتفاع H الموضحة على الشكل، بحيث يستطيع المـــاء الموجود في الخزان B الصعود عبر الأنبوب الشاقولي السفلي، والدخول إلى الأنبـــوب الأفقـــي عنـــد النقطـــة 1. علمـــاً أن الخـــزانين مكـــشوفان، وأن الأبعـــاد هـــي $d = 300mm, d_1 = 200mm, h = 4m$، وأن الماء عند النقطة 3 يخـــرج إلى الفـــضاء الخارجي، وأن جميع الضياعات الهيدروليكية مهملة.



الحل:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 0 و1 : ومستوي المقارنة يمر من محور الأنبوب :

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{{V_0}^2}{2*g} + Z_0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} + Z_1$$

النقطة(0): $P_0 = P_{atm} = 0 \quad ,V_0 \approx 0 \ , \ Z_0 = H$

النقطة(1): $P_1 = ? \quad , \quad V_1 = ? \ , \quad Z_1 = 0$

$$0 + 0 + H = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} + 0$$

$$\mathbf{V_1} = \sqrt{\mathbf{2 * g * \left(H - \frac{P_1}{\gamma}\right)}} \ \dots\dots\dots\dots\dots..(\mathbf{1})$$

نطبق معادلة بيرنوللي بين 0 و3 : ومستوي المقارنة يمر من محور الأنبوب :

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{{V_0}^2}{2*g} + Z_0 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{{V_3}^2}{2*g} + Z_3$$

النقطة(0): $P_0 = P_{atm} = 0 \quad ,V_0 \approx 0 \ , \ Z_0 = H$

النقطة(3): $P_3 = P_{atm} = 0 \quad , \quad V_3 = ? \ , \quad Z_3 = 0$

$$0 + 0 + H = 0 + \frac{{V_3}^2}{2*g} + 0$$

$$\mathbf{V_3 = \sqrt{2 * g * H}} \; \dots\dots\dots\dots\dots\dots..\dots\dots..(\mathbf{2})$$

من علاقة الاستمرار:

$$Q_1 = Q_2 \Leftrightarrow A_1 * V_1 = A_3 * V_3 \Leftrightarrow \frac{\pi * {d_1}^2}{4} * V_1 = \frac{\pi * {d_3}^2}{4} * V_3$$

$$\mathbf{V_1 = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2 * V_3} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots...\dots..(\mathbf{3})$$

من 1 و2 و3:

$$\mathbf{V_1 = \sqrt{2 * g * \left(H - \frac{P_1}{\gamma}\right)}} \; \dots\dots\dots\dots\dots..(\mathbf{1})$$

$$\mathbf{V_3 = \sqrt{2 * g * H}} \; \dots\dots\dots\dots\dots\dots..\dots\dots..(\mathbf{2})$$

$$\mathbf{V_1 = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2 * V_3} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots...\dots..(\mathbf{3})$$

$$\sqrt{2 * g * \left(H - \frac{P_1}{\gamma}\right)} = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^2 * \sqrt{2 * g * H}$$

بتربيع الطرفين:

$$2 * g * \left(H - \frac{P_1}{\gamma}\right) = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^4 * 2 * g * H$$

ولكي يستطيع الماء الصعود إلى الأنبوب الأفقي في النقطة 1 يجب أن يكون:

$$\mathbf{\frac{P_1}{\gamma} = -h}$$

$$2 * g * (H + h) = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^4 * 2 * g * H$$

بالاختصار:

$$h = H * \left(\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^4 - 1\right)$$

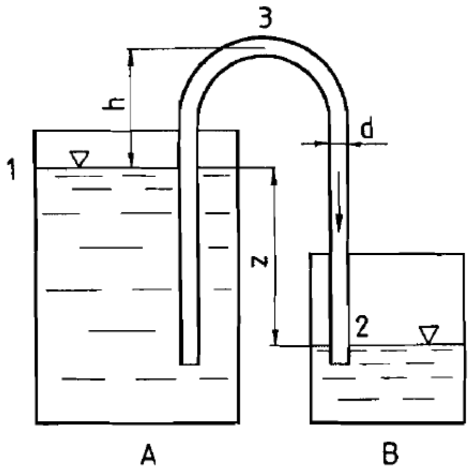
$$\mathbf{H = \frac{h}{\left(\left(\frac{d_3}{d_1}\right)^4 - 1\right)} = \frac{4}{(1.5^4 - 1)} \approx 1m}$$

مسألة محلولة رقم 5 صفحة 241

المسألة الخامسة

خزانان مكشوفان A,B ، يصل بينهما سيفون، كما في الشكل. احسب قطر السيفون بحيث تكون الغزارة المتدفقة من الخزان A إلى الخزان B مساوية $Q = 27.8\times10^{-3} m^3/s$. ثم احسب قيمة الضغط النسبي السائد في أعلى السيفون عند النقطة 3. باعتبار أن: $z = h = 3m$ ، وأن الضياعات الهيدروليكية مهملة.

الهيدروليكية مهملة.



<u>الحل:</u>

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 : ومستوي المقارنة يمر من 2 : $\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1{}^2}{2*g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2{}^2}{2*g}+Z_2$

النقطة(1): $P_1 = P_{atm} = 0 \ \ ,V_1 \approx 0 \ , \ Z_1 = Z$

النقطة(2): $P_2 = P_{atm} = 0 \ \ , \ \ V_2 = ? \ \ , \ \ Z_2 = 0$

$$0+0+Z = 0+\frac{V_2{}^2}{2*g}+0$$

$$V_2 = \sqrt{2*g*Z} = \sqrt{2*g*3} = 7.67\ \mathrm{m/s}$$

$$Q = A*V$$

$$27.8*10^{-3} = \frac{\pi*d^2}{4}*7.67$$

$$d = 0.068mm$$

ولحساب الضغط عند 3 نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و3 : ومستوي المقارنة يمر من 1 :

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1{}^2}{2*g}+Z_1=\frac{P_3}{\gamma}+\frac{V_3{}^2}{2*g}+Z_3$$

النقطة(1): $P_1 = P_{atm} = 0 \ \ ,V_1 \approx 0 \ , \ Z_1 = 0$

النقطة(3): $P_3 = ? \ \ , \ \ V_3 = V_2 \ , \ \ Z_3 = h$

$$0+0+0 = \frac{P_3}{\gamma}+\frac{V_3{}^2}{2*g}+h$$

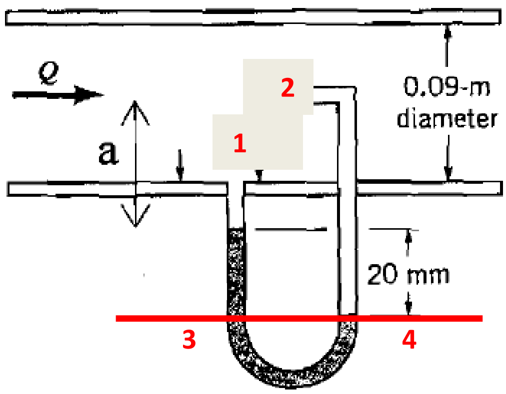
$$\frac{P_3}{\gamma} = -\left(\frac{V_3{}^2}{2*g}+h\right)$$

$$\frac{P_3}{\gamma} = -\left(\frac{7.67^2}{2*9.81}+3\right) = -6m \quad \Rightarrow \quad P_3 = -6*1000*9.81 = -58860\ Pas$$

مسألة محلولة رقم 10 صفحة 248

احسب التصريف المار في الأنبوب المبين في الشكل، بناء على قراءات المانومتر.

علماً أن السائل المتدفق في الأنبوب هو الماء، وأن الكتلة النوعية لسائل المانومتر هـــي $\rho_m = 1700 kg/m^3$.



الحل:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 : ومستوي المقارنة يمر من محور الأنبوب : $Z_1 = Z_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g}$$

ولكن : $V_1 = V_2$ لأن الغزارة ثابتة والمقطع ثابت ، إذا لايمكن استخدام بيرنوللي

من المانومتر: نأخذ مستوي تساوي ضغط 3-4

$$P_3 = P_1 + \gamma_m * 0.02 + \gamma * a$$

$$P_4 = P_2 + \frac{1}{2} * \rho * {V_2}^2 + \gamma * (0.02 + a) = P_2 + \frac{1}{2} * \rho * {V_2}^2 + \gamma * 0.02 + \gamma * a$$

$$P_3 = P_4$$

$$P_1 + \gamma_m * 0.02 + \gamma * a = P_2 + \frac{1}{2} * \rho * {V_2}^2 + \gamma * 0.02 + \gamma * a$$

$$\Rightarrow \mathbf{P_1 + \gamma_m * 0.02 = P_2 + \frac{1}{2} * \rho * {V_2}^2 + \gamma * 0.02}$$

ولكن : $P_1 = P_2$ **لأن** $V_1 = V_2$

$$\Rightarrow \gamma_m * 0.02 = \frac{1}{2} * \rho * {V_2}^2 + \gamma * 0.02$$

$$\Rightarrow \quad (\gamma_m - \gamma) * 0.02 = \frac{1}{2} * \rho * {V_2}^2$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2 * 0.02 * \frac{(\gamma_m - \gamma)}{\rho}} = \sqrt{2 * 0.02 * \frac{(\rho_m * g - \rho * g)}{\rho}}$$

$$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2 * 0.02 * g * \left(\frac{\rho_m}{\rho} - 1\right)} = \sqrt{2 * 0.02 * 9.81 * \left(\frac{1700}{1000} - 1\right)} = 0.52\, m/s$$

$$Q_1 = Q_2 \;\Rightarrow Q = A_2 * V_2 = \frac{\pi * 0.09^2}{4} * 32.2 = 0.063\, m^3/s$$

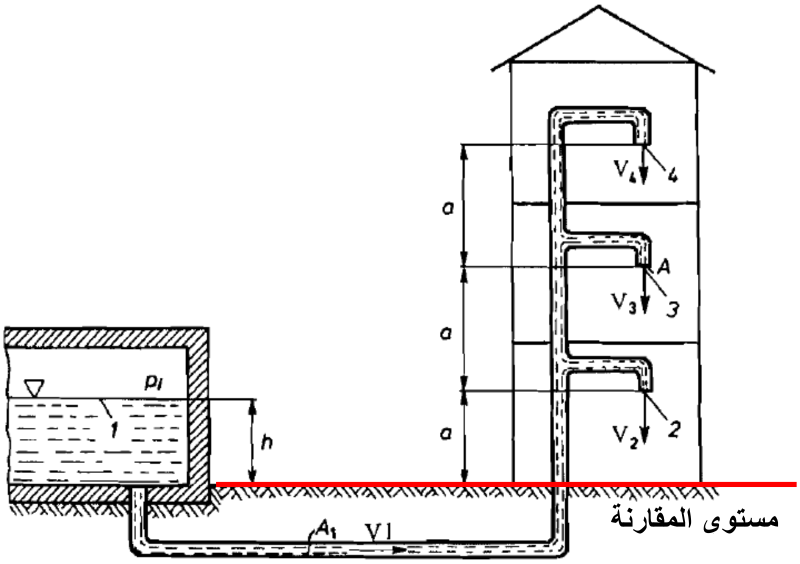
مسألة غير محلولة رقم 3 صفحة 264

المسألة الثالثة

يتم تزويد بناء سكني مؤلف من ثلاثة طوابق بالماء من خزان يتعرض سطحه لضغط مقداره $p_1 = 80kPa$، كما في الشكل. فإذا علمت أن الارتفاع الطابقي $a = 3m$، وأن عمق الماء في الخزان $h = 2m$. المطلوب حساب:

- سرعة خروج الماء من الفتحات الموجودة في الطوابق الثلاثة.
- سرعة الجريان في أنبوب التغذية الرئيس، علماً أن قطره يعادل ثلاثة أضعاف قطر الفتحة الواحدة.

افترض أن السائل مثالي.



الحل:

لحساب سرعة خروج الماء من الفتحات:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 : ومستوي المقارنة موضح في الشكل

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2*g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2*g} + Z_2$$

النقطة(1): $P_1 = 80 * 10^3 \quad , V_1 \approx 0 \quad , \quad Z_1 = h$

النقطة(2): $P_2 = P_{atm} = 0 \quad , \quad V_2 = ? \quad , \quad Z_2 = a$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0 + h = 0 + \frac{V_2^2}{2*g} + a$$

$$\Rightarrow \frac{80*10^3}{9810} + 2 = \frac{V_2^2}{2*g} + 3$$

$$\Rightarrow \mathbf{V_2 = 11.85\ m/s}$$

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و3 : ومستوي المقارنة موضح في الشكل

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1{}^2}{2*g}+Z_1=\frac{P_3}{\gamma}+\frac{V_3{}^2}{2*g}+Z_3$$

النقطة(1): $P_1 = 80*10^3 \quad , V_1 \approx 0 \ , \ Z_1 = h$

النقطة(3): $P_3 = P_{atm} = 0 \quad , \quad V_3 = ? \quad , \quad Z_3 = 2*a$

$$\frac{P_1}{\gamma}+0+h=0+\frac{V_3{}^2}{2*g}+2*a$$

$$\Longrightarrow \frac{80*10^3}{9810}+2=\frac{V_3{}^2}{2*g}+2*3$$

$$\Rightarrow \mathbf{V_3 = 9.03\ m/s}$$

لحساب سرعة الجريان في أنبوب التغذية:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و4 : ومستوي المقارنة موضح في الشكل

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1{}^2}{2*g}+Z_1=\frac{P_4}{\gamma}+\frac{V_4{}^2}{2*g}+Z_4$$

النقطة(1): $P_1 = 80*10^3 \quad , V_1 \approx 0 \ , \ Z_1 = h$

النقطة(2): $P_4 = P_{atm} = 0 \quad , \quad V_4 = ? \quad , \quad Z_4 = 3*a$

$$\frac{P_1}{\gamma}+0+h=0+\frac{V_4{}^2}{2*g}+3*a$$

$$\Longrightarrow \frac{80*10^3}{9810}+2=\frac{V_4{}^2}{2*g}+3*3$$

$$\Rightarrow \mathbf{V_4 = 4.76\ m/s}$$

من علاقة الاستمرار:

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$A_1 * V_1 = A_2 * V_2 + A_3 * V_3 + A_4 * V_4$$

$$\frac{\pi*d_1{}^2}{4}*V_1=\frac{\pi*d_2{}^2}{4}*V_2+\frac{\pi*d_3{}^2}{4}*V_3+\frac{\pi*d_4{}^2}{4}*V_4$$

لكن: $d_2 = d_3 = d_4 = d$ و $d_1 = 3*d$

$$\frac{\pi*(3*d)^2}{4}*V_1=\frac{\pi*d^2}{4}*V_2+\frac{\pi*d^2}{4}*V_3+\frac{\pi*d^2}{4}*V_4$$

$$\frac{\pi*(3*d)^2}{4}*V_1=\frac{\pi*d^2}{4}*(V_2+V_3+V_4)$$

$$9*V_1 = V_2+V_3+V_4$$

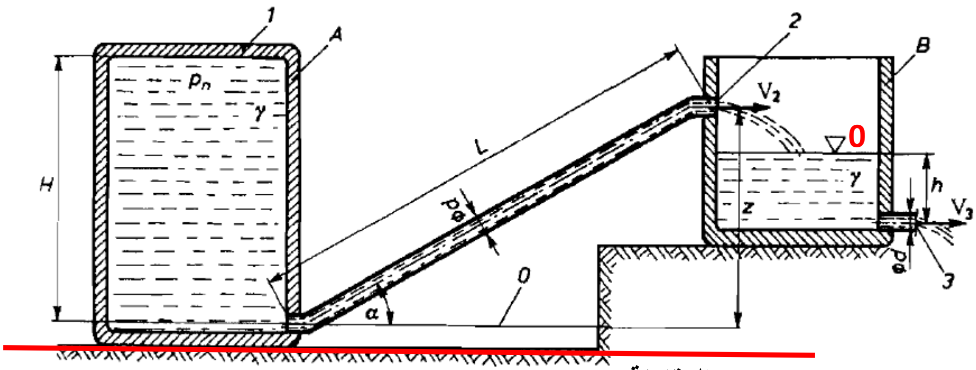
$$\Longrightarrow \quad V_1=\frac{V_2+V_3+V_4}{9}=\frac{11.85+9.03+4.76}{9}$$

$$V_1 = \mathbf{2.85\ m/s}$$

مسألة غير محلولة رقم 4 صفحة 265

المسألة الرابعة

يبين الشكل خزانين كبيرين A, B. فإذا كان الضغط السائد في الخزان A يساوي $p_n = 0.07 MPa$، وعمق الماء فيه $H = 5m$. أما الخزان B فهو مكشوف، وعمق الماء فيه $h = 2m$، ويوجد في أسفله فتحة قطرها d. ويصل بين هذين الخزانين أنبوب قطره d، وطوله $L = 20m$، ويميل على الأفق بزاوية α. المطلوب بعد افتراض أن السائل مثالي حساب زاوية ميل الأنبوب α، بحيث تكون الغزارة الخارجة من الخزان B ثابتة.



الحل:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 0 و3 : ومستوي المقارنة مار بـــ 3:

$$\frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^{\,2}}{2*g} + Z_0 = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^{\,2}}{2*g} + Z_3$$

النقطة(0): $P_0 = P_{atm} = 0 \quad , V_0 \approx 0 \quad , \quad Z_0 = h$

النقطة(3): $P_3 = P_{atm} = 0 \quad , \quad V_3 = ? \quad , \quad Z_3 = 0$

$$\Rightarrow \; 0 + 0 + h = 0 + \frac{V_3^{\,2}}{2*g} + 0$$

$$\Rightarrow \; 2 = \frac{V_3^{\,2}}{2*g} \quad \Rightarrow \mathbf{V_3 = 6.26\ m/s}$$

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 : ومستوي المقارنة موضح في الشكل

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^{\,2}}{2*g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^{\,2}}{2*g} + Z_2$$

النقطة(1): $P_1 = 0.07 * 10^6 \quad , V_1 \approx 0 \quad , \quad Z_1 = H$

النقطة(2): $P_2 = P_{atm} = 0 \quad , \quad V_2 = V_3 \quad , \quad Z_2 = Z = L * \mathrm{Sin}(\alpha)$

$$\frac{P_1}{\gamma} + 0 + H = 0 + \frac{V_2^{\,2}}{2*g} + L * \mathrm{Sin}(\alpha)$$

$$\Rightarrow \; \frac{0.07*10^6}{9810} + 5 = \frac{6.26^2}{2*g} + 20 * \mathrm{Sin}(\alpha)$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 30^0}$$

ملاحظة:

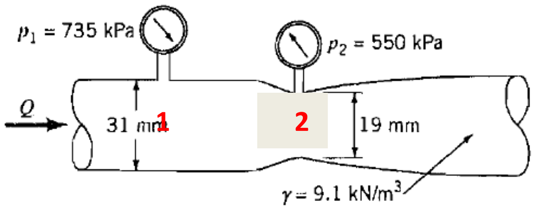
الغزارة الداخلة إلى الخزان عند 2 تساوي الغزارة الخارجة منه عند 3 و $d_2 = d_3$:

$$Q_2 = Q_3$$
$$A_2 * V_2 = A_3 * V_3$$
$$\Rightarrow V_2 = V_3$$

مسألة غير محلولة رقم 23 صفحة 272

المسألة الثالثة والعشرون

بناء على قراءات مقاييس بوردون. احسب التصريف في الوصلة المبينة في الشكل.



الحل:

نطبق معادلة بيرنوللي بين 1 و2 : ومستوي المقارنة يمر من محور الأنبوب : $Z_1 = Z_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{{V_1}^2}{2*g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{{V_2}^2}{2*g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{{V_2}^2}{2*g} - \frac{{V_1}^2}{2*g}$$

من علاقة الاستمرار:

$$Q_1 = Q_2 \iff A_1 * V_1 = A_2 * V_2$$
$$V_1 = \frac{A_2}{A_1} * V_2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots..1$$
$$OR \dots\dots V_2 = \frac{A_1}{A_2} * V_1 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 2$$
$$OR \dots\dots V_2 = \frac{Q}{A_2} \quad \text{and} \quad V_1 = \frac{Q}{A_1} \dots\dots\dots\dots .3$$

نختار 1أو 2أو 3 ونوعوض في معادلة بيرنوللي: (اخترنا 3)

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{\left(\frac{Q}{A_2}\right)^2}{2*g} - \frac{\left(\frac{Q}{A_1}\right)^2}{2*g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{Q^2}{2*g}\left[\frac{1}{{A_2}^2} - \frac{1}{{A_1}^2}\right]$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{Q} = \sqrt{\frac{2*g\left(\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma}\right)}{\left[\frac{1}{{A_2}^2} - \frac{1}{{A_1}^2}\right]}} = \sqrt{\frac{2*9.81*\left(\frac{735*10^3}{9.1*10^3} - \frac{550*10^3}{9.1*10^3}\right)}{\left[\frac{1}{\left(\frac{\pi*0.019^2}{4}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\pi*0.031^2}{4}\right)^2}\right]}} = 0.0061 m^3 / s$$