المحاضرة الرابعة
تصميم أساس مستطيل مشترك وفق الكود الأمريكي ACI 318

مسألة:

المطلوب للمعطيات التالية تصميم أساس مشترك مستطيل للعموديين المبينين في الجدول. المسافة بين العموديين من المركز إلى المركز 6m. الوجه الخارجي للعمود الخارجي العمود رقم 1 يقع ملاصق لخط الملكية. قدرة التحمل المسموحة $q_{a(net)}$=214kPa على عمق 1.3m تحت بلاطة القبو. بلاطة القبو من البيتون سماكتها 0.15m وتبدي حمل حي 5kPa. الوزن الحجمي للتربة فوق الأساس γ=20kN/m^3. بيتون الأساس f'_c=21Mpa ولحديد التسليح f_γ=420Mpa.

Column No.	Size, m	الحمولات				
		D,kN	*L*,kN	M_D,kN.m	M_L,kN.m	*M*,kN.m
1	0.6 × 0.4	900	675	90	70	160 ↷
2	0.6 × 0.6	1350	1000	130	100	230 ↷

الحل:

(ملاحظة بما أنه تم اعطاء قدرة التحمل المسموحة فلا حاجة للحمولات الأخرى مثل بلاطة القبو وحمولتها ووزن التربة فورا نستخدم قيمة قدرة التحمل في الحل)

$$\sum P = 900 + 1350 + 675 + 1000 = 3925kN$$

$$A_f = \frac{3925}{214} = 18.34m^2$$

نحسب قدرة التحمل المصعدة

$$q_{(net)\,factored} = \frac{1.2*(900+1350)+1.6*(675+1000)}{18.31} = 293.83kPa$$

نحسب الحمولات والعزوم بعد التصعيد:

$M_1 = 1.2 \times 90 + 1.6 \times 70 = 220$ kN. m

$M_2 = 1.2 \times 130 + 1.6 \times 100 = 316$ kN. m

$$\sum M = 536kN.m$$

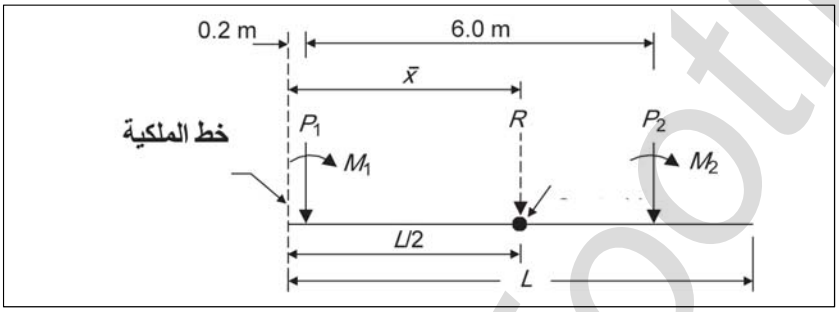
Combined Footing

$P_1 = 1.2*900 + 1.6*675 = 21360kN$

$P_2 = 1.2*1350 + 1.6*1000 = 3220kN$

$\sum P = 5380kN$

الآن نحدد مركز ثقل الأساس بحيث ينطبق على محصلة القوى كي يتوازن الأساس

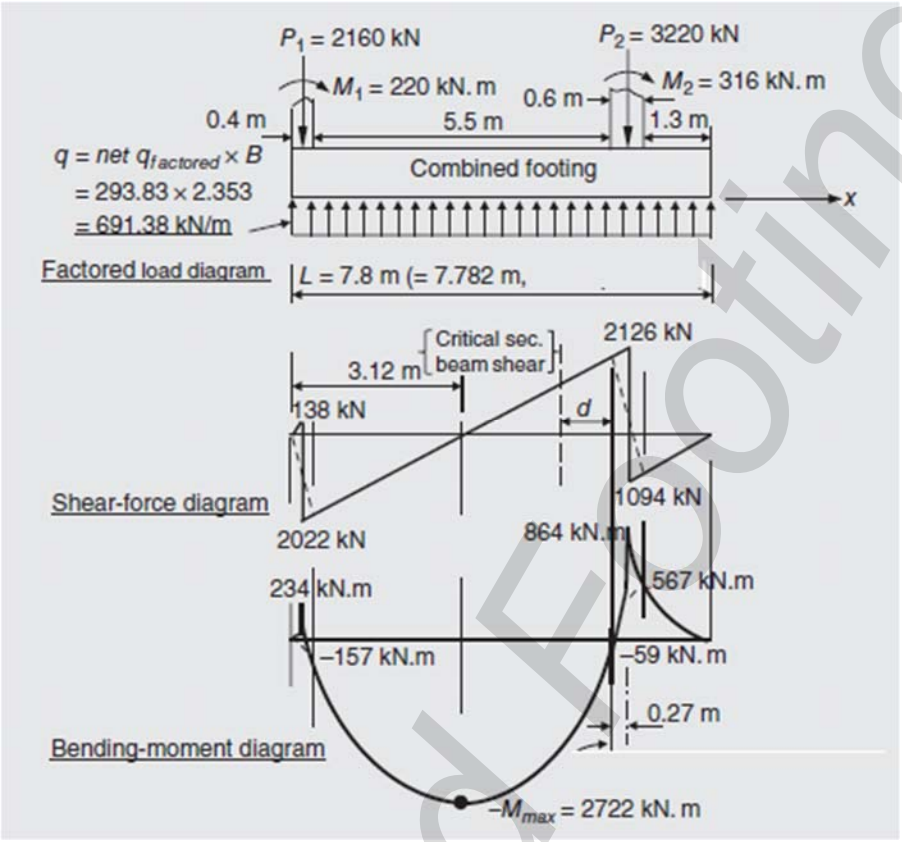


$$\bar{X} = \frac{0.2 \times P_1 + (0.2+6.0)(P_2) + M}{R} = \frac{0.2 \times 2160 + (0.2+6.0)(3220) + 536}{5380} = 3.891\,\text{m}$$

$$L = 2 \times 3.891 = 7.782\,\text{m}$$

$$B = \frac{A}{L} = \frac{18.31}{7.782} = 2.353\,\text{m}$$

Combined Footing



نحدد الآن الارتفاع الفعال للأساس

نبدأ من القص احادي الاتجاه والقص ثنائي الاتجاه

- **التحقق أحادي الاتجاه:**

يكون حرجا على بعد d من وجه العمود الداخلي للعمود الداخلي كما هو مبين في المخطط أعلاه

يجب أن تتحقق المتراجحة

$$\phi V_c = V_u$$

$$\phi = 0.75 \quad (ACI \ldots 9.3.2.3)$$

$$V_u = 2126 - 691.38 * (d + 0.3) = 1919 - 691.38d \quad (kN)$$

$$V_c = 0.17 * \lambda * \sqrt{f_c'} * b_w * d$$

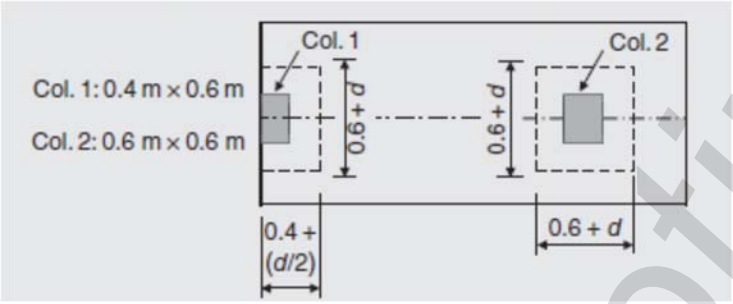
$$\phi V_c = V_u \quad \Rightarrow 0.75 * 0.17 * 1 * (\sqrt{21}) * 1000 * 2.353 * d = 1919 - 691.38d$$

$$d = \frac{1919}{2066.19} = 0.929m = 929mm$$

$$d = 0.93m$$

Combined Footing

- **التحقق على القص ثنائي الاتجاه للعمود الخارجي**



يجب أن نتحقق من العلاقات التالية لنختار القيمة الأصغر بينهم

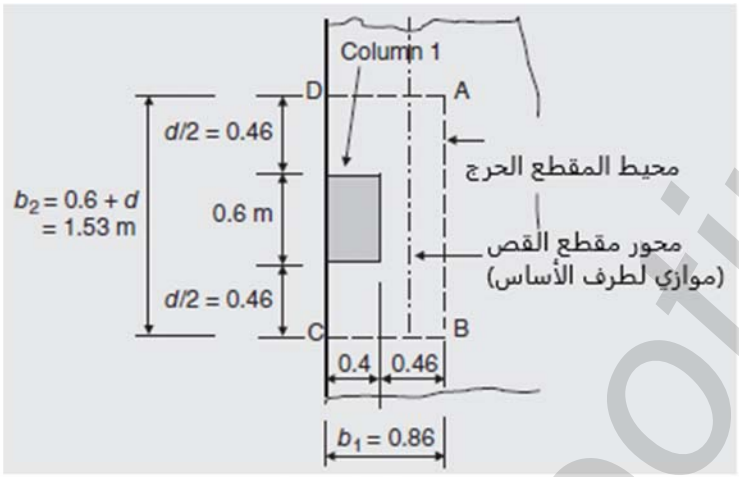
a)
$$V_c = 0.17\left(1+\frac{2}{\beta}\right)\lambda\sqrt{f'_c}\,b_o d$$
$$= (0.17)\left(1+\frac{2}{1.5}\right)(1)\sqrt{f'_c}\,b_o d = (0.397)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

b)
$$V_c = 0.083\left(\frac{\alpha_s d}{b_o}+2\right)\lambda\sqrt{f'_c}\,b_o d$$
$$= (0.083)\left(\frac{30d}{b_o}+2\right)(1)\sqrt{f'_c}\,b_o d = (0.083)\left(\frac{30d}{b_o}+2\right)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$
$$= (0.083)\left(\frac{30\times 0.93}{2\left(0.4+\frac{0.93}{2}\right)+1.53}+2\right)\sqrt{f'_c}\,b_o d = (0.88)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

c)
$$V_c = 0.33\lambda\sqrt{f'_c}\,b_o d$$
$$= 0.33\,(1)\sqrt{f'_c}\,b_o d = (0.33)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$
$$V_c = (0.33)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$
$$\emptyset V_c = (0.75)(0.33)\sqrt{21}\,(1000)[2(0.4+0.465)+(0.6+0.93)]0.93$$
$$= 3439\,\text{kN}$$

من أجل حالة محيط القص ثلاثي الجوانب كما هي حالة العمود الخارجي، توجد حالة عزم غير متوازن ووفقا للقسم 11.11.7.1 من معايير ACI عند وجود عزم غير متوازن M_u فإن جزء منه $\gamma_f M_u$ سوف ينتقل عن طريق الانعطاف وفقا للقسم 13.5.3 من معايير ACI ويعتبر الجزء المتبقي من العزم الناشئ $\gamma_v M_u$ منقولاً عن طريق لامركزية القص حول مركز محيط القص الحرج المحدد وفقا للقسم 11.11.1.2 من معايير ACI كما يشترط القسم 11.11.7.2 من معايير ACI افتراض أن اجهاد القص الناتج عن نقل العزم عن طريق لامركزية القص يتغير خطياً حول محور محيط القص الحرج، ويجب أن لا يتجاوز الحد الأقصى لإجهاد القص الناشئ عن V_u و M_u قيمة $\phi V_c/(b_0 d)$. يتم استخدام العاملين γ_f و γ_v لتحديد نسب العزن غير المتوازن المنقول عن طريق الانعطاف وعن طريق لامركزية القص على التوالي.

Combined Footing



C_{AB} هي المسافة من الخط A-B إلى محور محيط القص،

$$= \frac{\text{عزم مساحات الجوانب حول المحور A-B}}{\text{مجموع مساحات الجوانب}}$$

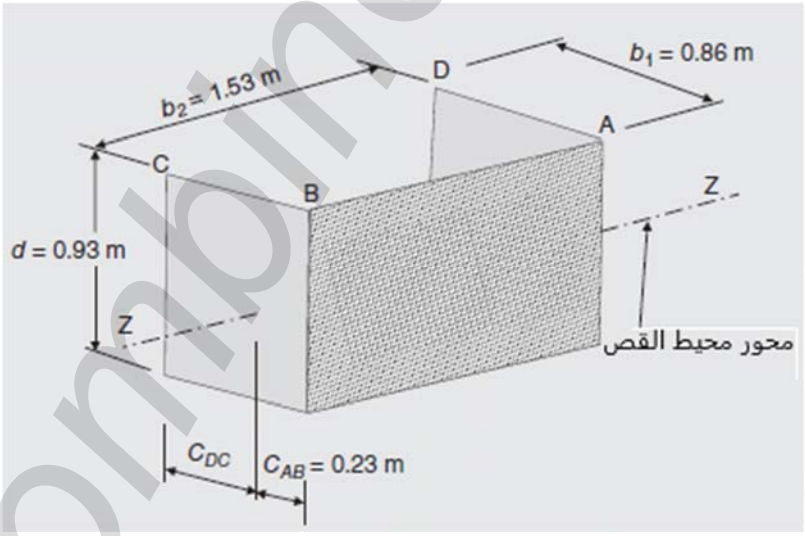
$$= \frac{2(0.86 \times 0.93)(0.86/2)}{(2 \times 0.86 + 1.53)(0.93)}$$

$$= 0.23 \text{ m}$$

رد فعل التربة على محيط القص

$$= 293.83(0.86 \times 1.53)$$

$$= 386.6 \text{ kN}$$



مجموع العزوم حول محور محيط القص يساوي العزم غير المتوازن وهو:

$$M_u = 2160 \times 0.43 - 386.6 \times 0.2 = 851.5 \text{ kN.m}$$

Combined Footing

ولدينا

$$\gamma_v = \left(1 - \gamma_f\right) \quad \text{(ACI Section 11.11.7.1)}$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} \quad \text{(ACI Section 13.5.3.2)}$$

$$= \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{0.86/1.53}} = 0.667$$

وبالتالي:

$$\gamma_v = 1 - 0.667 = 0.333$$

اجهاد القص الناتج عن القص المباشر والقص الناتج عن العزم المنقول في النقاط C و D، يعطي أكبر قيمة اجهاد قص على محيط القص الحرج، أي:

$$v_{u(DC)} = \frac{V_u}{b_0 d} + \frac{\gamma_v * M_u * C_{DC}}{J_c} \qquad (11.11.7.2)$$

حيث J_c عزم العطالة القطبي

$$J_c = 2\left(\frac{b_1 d^3}{12}\right) + 2\left(\frac{d b_1^3}{12}\right) + 2(b_1 d)\left(\frac{b_1}{2} - C_{AB}\right)^2 + (b_2 d) C_{AB}^2$$

$$= 2\left(\frac{0.86 \times 0.93^3}{12}\right) + 2\left(\frac{0.93 \times 0.86^3}{12}\right) + 2(0.86 \times 0.93)\left(\frac{0.86}{2} - 0.23\right)^2 +$$

$$(1.53 \times 0.93)(0.23^2)$$

$$= 0.115 + 0.099 + 0.064 + 0.075 = 0.353\ \text{m}^4$$

$$v_{u(DC)} = \frac{2160 - 386.6}{(2 \times 0.86 + 1.53)(0.93)} + \frac{0.333 \times 851.5(0.86 - 0.23)}{0.353} = 586.73 + 506.05$$

$$= 1093\ \text{kN/m}^2$$

$$\text{Ø}\, v_c = \frac{\text{Ø}\, V_c}{b_o d} = \frac{3439}{[2(0.4 + 0.465) + (0.6 + 0.93)]0.93} = 1134\ \text{kN/m}^2 > v_{u(DC)} \quad \text{(OK.)}$$

القص ثنائي الاتجاه للعمود الداخلي:

محيط القص هنا له أربعة جوانب

بفرض d=0.93m

كما في العمود الخارجي يجب أن نحسب القيم الثلاثة ونختار القيمة الأصغر من Vc كما يلي:

(a)

$$V_c = 0.17\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\lambda \sqrt{f'_c} b_o d$$

$$= (0.17)\left(1 + \frac{2}{1}\right)(1)\sqrt{f'_c} b_o d = (0.51)\sqrt{f'_c} b_o d$$

Combined Footing

(b)

$$V_c = 0.083\left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2\right)\lambda\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

$$= (0.083)\left(\frac{40d}{b_o} + 2\right)(1)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

$$= (0.083)\left(\frac{40\times 0.93}{4(0.6+0.93)} + 2\right)\sqrt{f'_c}\,b_o d = (0.67)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

(c)

$$V_c = 0.33\lambda\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

$$= 0.33\,(1)\sqrt{f'_c}\,b_o d = (0.33)\sqrt{f'_c}\,b_o d$$

$$V_c = (0.33)\sqrt{f'_c}\,b_o d.$$

$$\text{Ø}\,V_c = (0.75)(0.33)\sqrt{21}\,(1000)[4(0.6+0.93)]0.93 = 6455\,\text{kN}$$

$V_u = P_2 - R$

حيث R هو رد فعل التربة على محيط القص

$V_u = 3220 - R$

إذاً من المؤكد أن $V_u<\phi V_c$

ومنه نعتمد قيمة d=0.93m

إن الارتفاع الفعال يؤخذ من مركز قضيب التسليح بالاتجاه الطويل وبفرض أننا سنستخدم قضبان تسليح بقطر 25mm ومسافة تغطية البيتون 75mm فيكون الارتفاع الكلي للأساس

H=930+75+ 0.5*(25)=1017.7 mm

نعتبر ارتفاع الأساس 1050mm

تصميم حديد التسليح:

من مخطط العزم نجد أن قيم العزم الأعظمي السالب

$-M_{max}$=2722 kN.m

ومن المتراجحة التالية:

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$M_u = \frac{2722}{B} = \frac{2722}{2.4} = 1134.2 kN.m/m$$

بحالة الشد تكون ϕ=0.9 ويكون $f_s=f_y$

$$\phi M_n = \phi\left[A_s * f_y\left(d - \frac{a}{2}\right)\right]$$

$$a = \frac{A_s * f_y}{0.85 * f'_c * b} = \frac{A_s * 420}{0.85 * 21 * 1} = 23.53 A_s$$

Combined Footing

$$\phi M_n = \phi\left[A_s * f_y\left(d - \frac{a}{2}\right)\right]$$

$$= 0.9\left[A_s * 420 * 1000 * \left(0.93 - \frac{23.53A_s}{2}\right)\right]$$

$$= 351540A_s - 4447170A_s^2$$

$$\phi M_n = M_u \quad \Rightarrow$$

$$351540A_s - 4447170A_s^2 = 1134.2$$

$$4447170A_s^2 - 351540A_s + 1134.2 = 0$$

$$A_s = 3370 * 10^{-6} m^2/m = 3370 mm^2/m$$

وفق معايير ACI القسم 10.5.1 لدينا:

$$A_{s\min} = \left(\frac{0.25 * \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d\right) < \left(1.4 * \frac{b_w d}{f_y}\right)$$

$$A_{s\min} = \frac{0.25 * \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d = \frac{0.25 * \sqrt{21_c}}{420} 1 * 0.93 = 2.537 * 10^{-3} m^2/m = 2537 mm^2/m$$

$$1.4 * \frac{b_w d}{f_y} = 1.4 * \frac{1.4 * 1 * 0.93}{420} = 3.1 * 10^{-3} m^2/m = 3100 mm^2/m$$

ومنه يكون A_s=3370 mm^2/m

ويكون التسليح الكلي:

$A_{s(total)}$ =3370*B=3370*2.4=8088mm^2

اذا استخدمنا 16 قضيب بقطر 25mm يكون التسليح

A_s=16*510=8160 mm^2 (OK)

أطوال الترابط:

من المعادلة التالية

$$l_d = \left(\frac{f_y * \psi_t * \psi_e}{1.7 * \lambda * \sqrt{f'_c}}\right) * d_b$$

$$\psi_e = \lambda = 1$$

$$\psi_t = 1.3$$

$$l_d = \left(\frac{420 * 1.3 * 1}{1.7 * 1 * \sqrt{21_c}}\right) * \left(\frac{25.4}{1000}\right) = 1.78m = 1780mm > 300mm$$

ولحساب التسليح الموجب بنفس الطريقة

نجد أن

$$\phi M_n \geq M_u$$

$$M_u = \frac{864}{B} = \frac{864}{2.4} = 360 kN.m/m$$

Combined Footing

$$\phi M_n = \phi\left[A_s * f_y\left(d - \frac{a}{2}\right)\right]$$

$$= 0.9\left[A_s * 420 * 1000 * \left(0.93 - \frac{23.53A_s}{2}\right)\right]$$

$$= 351540A_s - 4447170A_s^2$$

$$\phi M_n = M_u \quad \Rightarrow$$

$$351540A_s - 4447170A_s^2 = 360$$

$$4447170A_s^2 - 351540A_s + 360 = 0$$

$$A_s = 1038 * 10^{-6} m^2/m = 10378 mm^2/m < A_{s\min} = 3100 mm^2/m$$

ومنه يكون التسليح الموجب الكلي

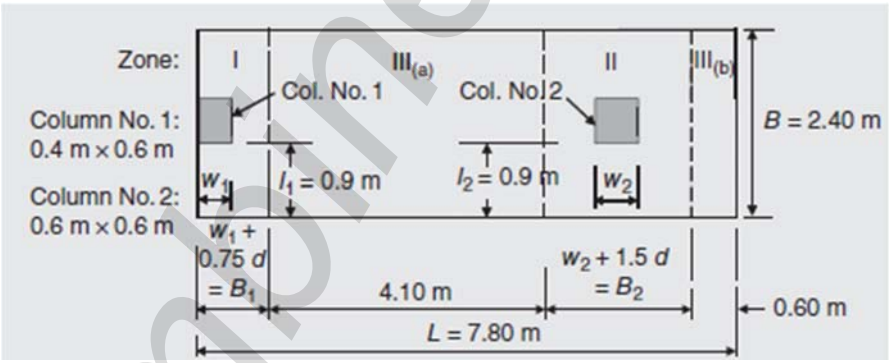
$A_{s(total)} = 3100*B = 3100*2.4 = 7440 mm^2$

اذا استخدمنا 15 قضيب بقطر 25mm يكون التسليح

$A_s = 15*510 = 7650\ mm^2$ (OK)

<u>تصميم التسليح العرضي للأساس:</u>

يتم تقسيم الأساس لثلاثة مناطق ومن الشكل أدناه عادة يعرف Zone I و Zone II بأنها المناطق الفعالة ويتم تحليلها كجائز ويجب أن لا يكون التسليح أقل من قيم التسليح الدنيا A_{smin}. أما النطاق Zone III يكون التسليح مساوي لقيم التسليح الدنيا فقط وتوضع القضبان بالاتجاه العرضي فوق القضبان بالاتجاه الطولي في أسفل الأساس.



المناطق:

Zone I: 1.1m*2.4m

Zone II: 2.0m*2.4m

Zone III(a): 4.1m*2.4m (بين المنطقتين Zone I وZone II)

Zone III(b): 0.6m*2.4m (الجزء المتبقي من الظفر)

Combined Footing

التسليح العرضي للمنطقة Zone I

$$q_{net(\,factored)} = \frac{P_1}{B_1 * B} = \frac{2160}{1.1*2.4} = 818.18kPa$$

$$M_u = \frac{q*l^2}{2} = \frac{818.18*0.9^2}{2} = 331.4kN.m/m$$

$$d = 0.93 - 0.0254 = 0.906m$$

$$\phi = 0.0254m$$

نستخدم d=0.9m

وبنفس الطريقة لحساب التسليح الطولي نحسب العرضي من العلاقات التالية:

$$\phi M_n = \phi\left[A_s * f_y\left(d - \frac{a}{2}\right)\right]$$

$$a = \frac{A_s * f_y}{0.85 * f_c' * b} = \frac{A_s * 420}{0.85*21*1} = 23.53A_s$$

$$= 0.9\left[A_s * 420 * 1000 * \left(0.9 - \frac{23.53A_s}{2}\right)\right]$$

$$= 340200A_s - 4447170A_s^2$$

$$\phi M_n = M_u \quad \Rightarrow$$

$$4447170A_s^2 - 340200A_s + 331.4 = 0$$

$$A_s = 987 * 10^{-6} m^2/m = 987mm^2/m$$

$$A_{s\min} = \frac{0.25*\sqrt{f_c'}}{f_y} * b_w * d = \frac{0.25*\sqrt{21}}{420} * 1 * 0.9 = 2455mm^2/m$$

ولكن ليست أقل من

$$1.4 * \frac{b_w * d}{f_y} = 1.4 * \frac{1*0.9}{420} = 3000mm^2/m$$

إذا نأخذ قيمة التسليح العرضي A_s=3000 mm²/m

التسليح للمنطقة Zone II

$$q_{net(\,factored)} = \frac{P_2}{B_2 * B} = \frac{3220}{2*2.4} = 670.83kPa$$

$$M_u = \frac{q*l^2}{2} = \frac{670.83*0.9^2}{2} = 271.7kN.m/m < \quad M_{u\ (Zone\ I)}$$

فنأخذ نفس قيمة التسليح الذي استخدمناه للمنطقة Zone I

A_s=3000 mm²/m

وبالنسبة لتسليح المنطقة Zone III نستخدم التسليح الأصغري ويساوي A_s=3000 mm²/m

Combined Footing

ويكون التسليح العرضي الكلي لكامل النطاقات

$A_{s\,(total)}$= 3000* L=3000* 7.8 = 23400 mm^2

نجرب 46 قضيب قطر 25mm

A_s= 46*510 = 23460 mm^2 OK.

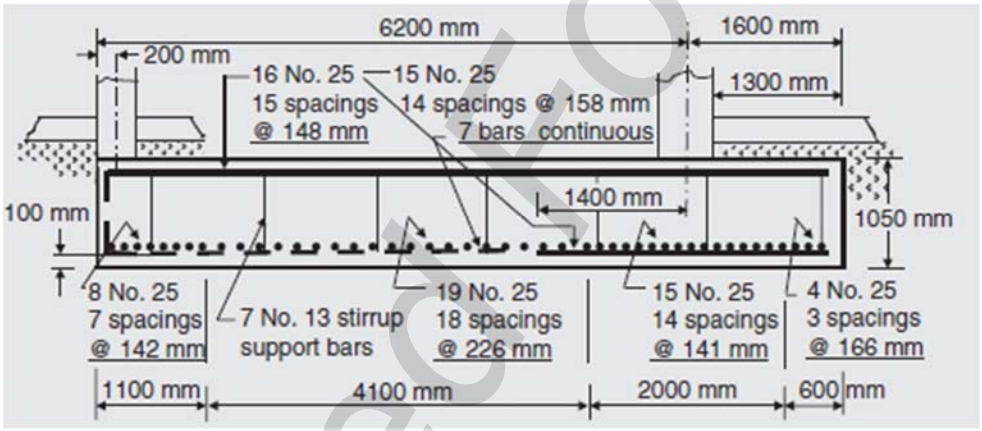
توزيع التسليح العرضي:

Zone I: 8 ϕ25 @ 142mm c.c.

Zone II: 15 ϕ25 @ 141mm c.c.

Zone $III_{(a)}$: 19 ϕ25 @ 226mm c.c.

Zone $III_{(b)}$: 4 ϕ25 @ 166mm c.c.



Combined Footing