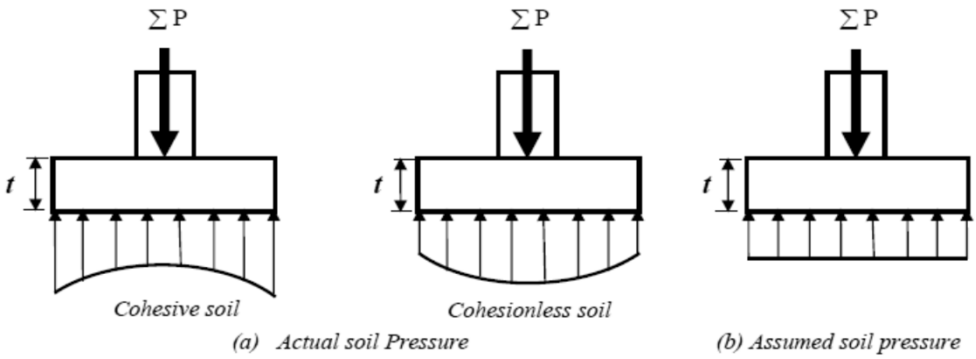
Foundation Engineering
2025-2026
Third Lecture (3)
"Isolated Footing
الأساس المنفرد"

Dr. Maiasa Mlhem

الافتراضات



تراكب الحمولات

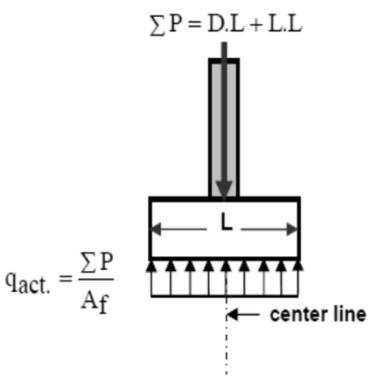
- وفق الكود الأميركي ACI 318 -14 لمتطلبات الأساسات من البيتون المسلح تم تحديد أن الحمولات يجب أن تحول لحمولات حدية وفق المنهجية التالية:

$$\left\{\begin{array}{l} P_{ult} = 1.4DL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1.6LL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1.6WL + 1LL \\ P_{ult} = 0.9DL + 1.6WL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1EL + 1LL \\ P_{ult} = 0.9DL + 1EL \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (ACI 318-14\ Section 9.2)$$

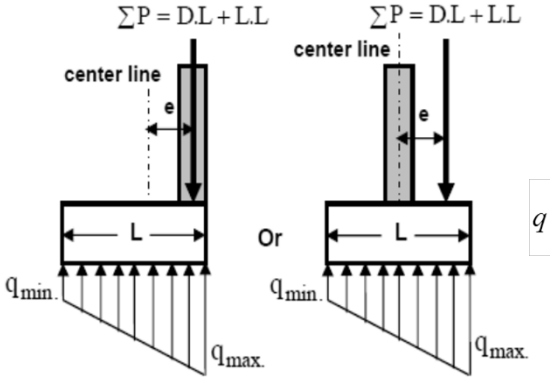
- كقاعدة عامة نستعمل الحمولات الفعلية ∑P وضغط التربة الفعلي الصافي ($q_{all\ net}$) نستخدمه لحساب مساحة الأساس. أما الحمولات المصعدة وضغط التربة نستخدمهما لحساب مساحة التسليح As وسماكة الأساس t.

- **هناك أربعة حالات حدية انشائية للأساسات:**
- انهيار الانعطاف لجزء من الأساس البارز عن العمود أو الجدار
- انهيار القص للأساس
- انهيار قدرة التحمل عند التلاقي بين العمود أو الجدار مع الأساس
- عدم كفاية لتشبيك تسليح الانعطاف ضمن الأساس.

توزع ضغط التربة تحت الأساسات

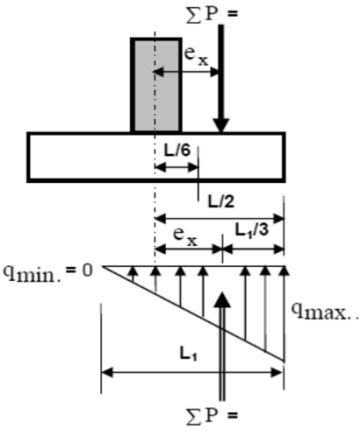


(a) Concentric load

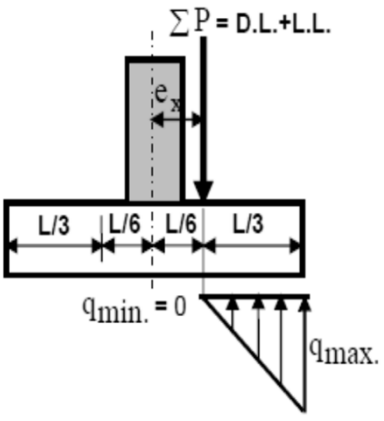


(b) Eccentric load

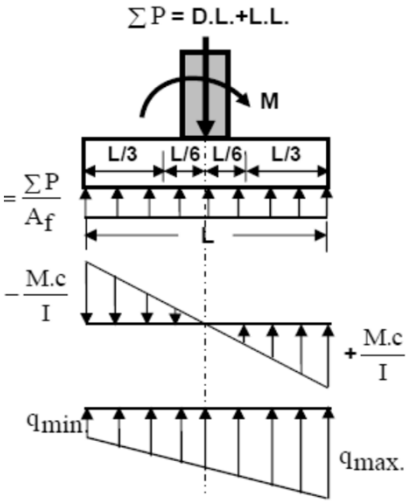
$$q = \frac{P}{A} \pm \frac{M * y}{I} \qquad (5-4)$$



$e_x > L/6$



$e_x = L/6$



$e_x < L/6$

طرق التصميم:

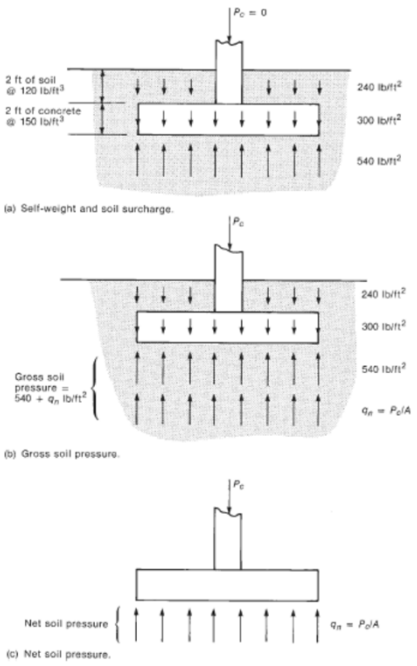
- **الأولى هي طريقة الاجهاد المسموح:**
- حيث يتم تصميم الأساس باعتبار أن الاجهادات المسموحة المتواجدة في التربة لحمولات غير مصعدة. للأساس المنفرد المحمل مركزيا

$$\sum P_s \le q_a * A \qquad (5-1)$$

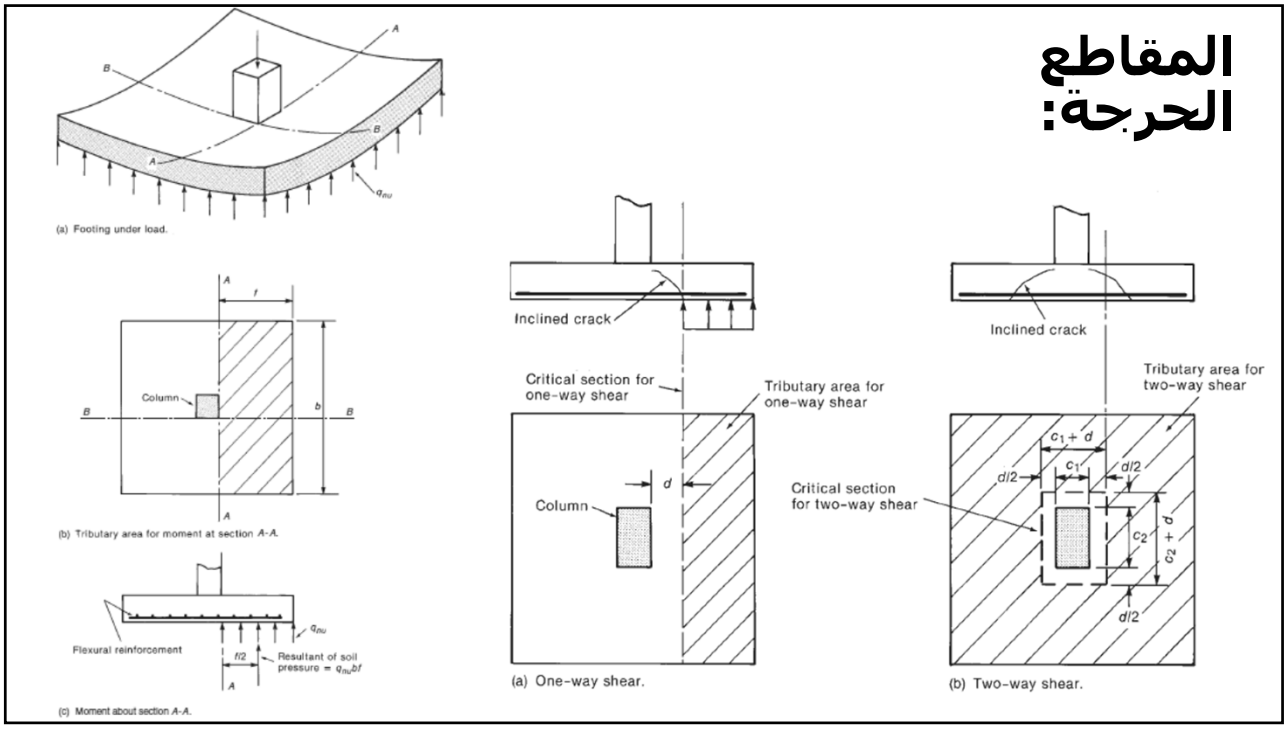
- **الثانية: الطريقة الحدية**
- تعتمد على الحمولات المصعدة والمقاومة المصعدة التي تعطى بالعلاقة:

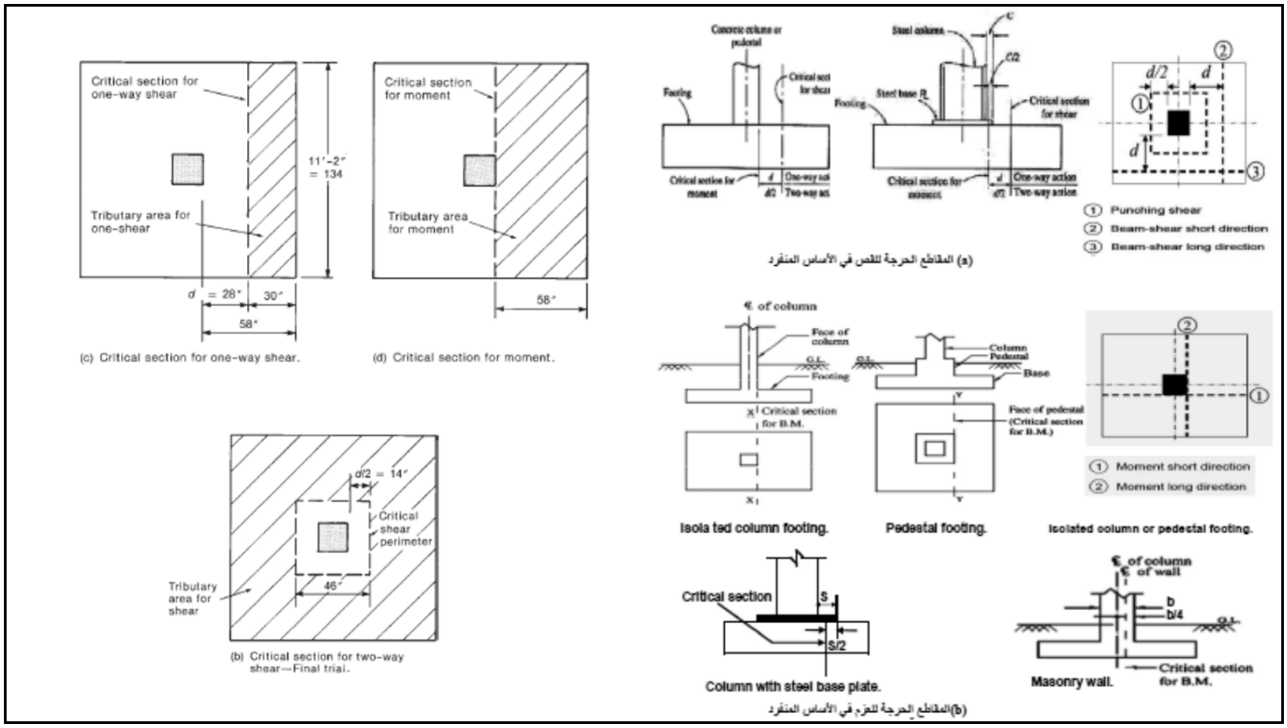
$$\phi * R_n \ge \sum \alpha * P_s \qquad (5-2)$$

ضغط التربة الكلي والصافي



المقاطع الحرجة:





خطوات تصميم أساس منفرد
وفق الكود الأميركي ACI 318-14

1) ايجاد مساحة الأساس

- نفرض سماكة للأساس t.
- نحسب قدرة التحمل المسموحة الصافية $q_{all(net)}$ للتربة من قدرات التحمل وفق الأحمال التالية: DL,(DL+LL),(DL+LL+WL) كما يلي:

$$q_{all(net)DL} = q_{all(DL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \qquad A_f = \frac{DL}{q_{all(net)DL}}$$

$$q_{all(net)DL+LL} = q_{all(DL+LL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \qquad A_f = \frac{DL+LL}{q_{all(net)DL+LL}}$$

$$q_{all(net)DL+LL+WL} = q_{all(DL+LL+WL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \qquad A_f = \frac{DL+LL+WL}{q_{all(net)DL+LL+WL}}$$

من تم من أجل أساس مربع نحصل على عرض الأساس من:

$$B = \sqrt{A_{f(control)}}$$

2) نصعد الحمولات وحسب الحمولات الحدية المسيطرة نحسب ضغط التربة الحدي كما يلي:

$$\left.\begin{cases} P_{ult} = 1.4DL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1.6LL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1.6WL + 1LL \\ P_{ult} = 0.9DL + 1.6WL \\ P_{ult} = 1.2DL + 1EL + 1LL \\ P_{ult} = 0.9DL + 1EL \end{cases}\right\} \cdots\cdots\cdots (ACI 318-14\ Section 9.2)$$

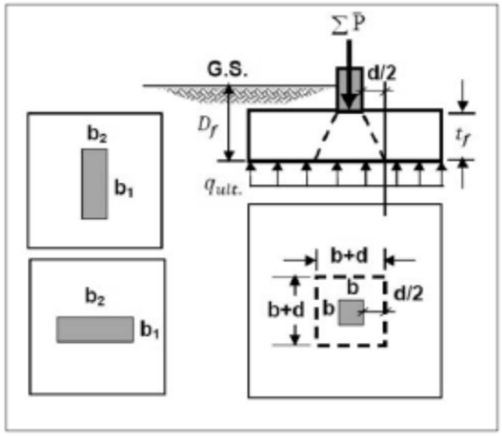
$$q_{ult} = \frac{P_{ult(control)}}{A_f}$$

3) نتحقق على a) قدرة التحمل (عامل الأمان S.F. ≥ 3) b) الهبوط ($S \leq S_{allowable}$)

4) نحدد سماكة الأساس:

القص باتجاهين (الثقب)

i) التحقق من القص باتجاهين (قص الثقب) punching shear على بعد d/2 من وجه العمود الشكل 5-13:



الشكل 13-5: التحقق من الثقب Punching Shear

$$b_0 = 2*(c_1 + d) + 2*(c_2 + d) \qquad (15-12)$$

حيث c_1, c_2 أبعاد العمود و d الارتفاع الفعال في الاتجاهين. وللأساسات تكون قيمة قوة القص كما يلي:

$$V_u \le \phi*(V_c + V_s)$$

ومن ثم نختار قيمة القوة V_c بأنها الأصغر من القيم التالية:

$$\phi V_c = 0.17*\left(1+\frac{2}{\beta}\right)*\lambda*\phi*\sqrt{f'_c}*b_0*d \qquad (15-13)(ACI\ 318M-11-31)$$

$$\phi V_c = 0.083*\left(\frac{\alpha_s*d}{b_0}+2\right)*\lambda*\phi*\sqrt{f'_c}*b_0*d \qquad (15-14)(ACI\ 318M-11-32)$$

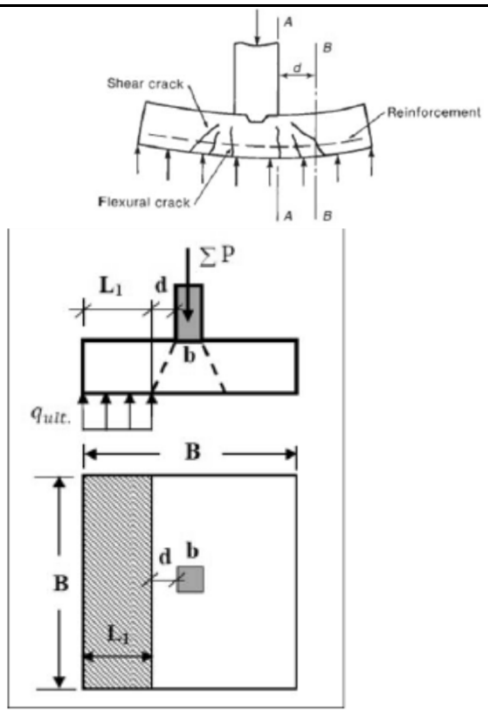
$$\phi V_c = 0.33*\lambda*\phi*\sqrt{f'_c}*b_0*d \qquad (15-13)(ACI\ 318M-11-33)$$

حيث β هي النسبة بين البعد الطويل إلى البعد القصير للعمود (b_2/b_1) و b_0 محيط المقطع الحرج

α_s ثابت ويساوي: 40 للعمود الداخلي، 30 للعمود الطرفي، 20 للعمود الركني (الزاوي).

$$v_{c\ actual} = \frac{q_{ult}*\left[A_f-(b+d)^2\right]}{b_0*d}$$

نضع أن $v_{c\ actual} = v_{c\ all}$ ونحل المعادلة لنوجد قيمة d.

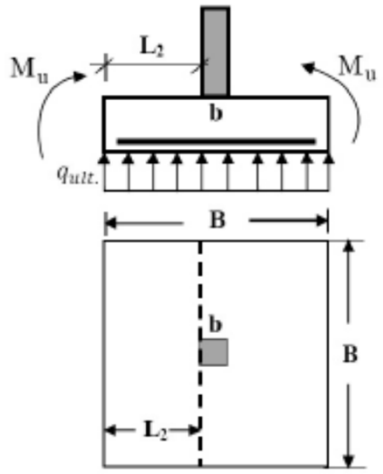


القص باتجاه واحد

$$V_u \le \phi * (V_c + V_s)$$

$$v_u = 0.17 * \lambda * \sqrt{f'_c} * b_w * d$$

$$v_{c\,actual} = \frac{q_{ult} * L_1 * B}{B * d} = \frac{q_{ult.} * L_1}{d}$$



5) نحدد التسليح المطلوب (من حساب العزم عند وجه الجدار)

حدد ACI مساحة التسليح الدنيا للأساس ثابت السماكة بأنها تساوي مساحة التسليح المطلوبة للتقلص والحرارة والتي وفق ACI

هي للصنف 40من العلاقة

A_{smin} = 0.0020*b*h

وللصنف 60 من العلاقة

A_{smin} = 0.0018*b*h

Grade 40= Steel strength 40000 psi = 275 MPa

Grade 60 = Steel strength 60000 psi = 415 Mpa

6) توزع التسليح والتباعدات بين القضبان:

عدد القضبان نرمز له N ويحسب من العلاقة:

$$N = \frac{A_{s\ total}}{Area\ of\ bar}$$

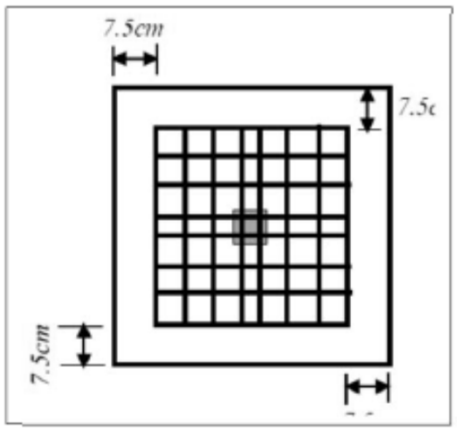
5) توزيع التسليح و التباعدات بين القضبان

حدد ACI التباعد الأعظمي بين قضبان التسليح بأنه القيمة الأقل بين:
ثلاث أضعاف السماكة أو 18in.

أما التباعد نرمز له S فيحسب من العلاقة:

$$S(c/c) = \frac{B-15}{N-1}$$

15 هي لتغطية البيتون



8 ·) التحقق من التماس بين العمود والأساس

التحمل الأعظمي عند سطح الأساس

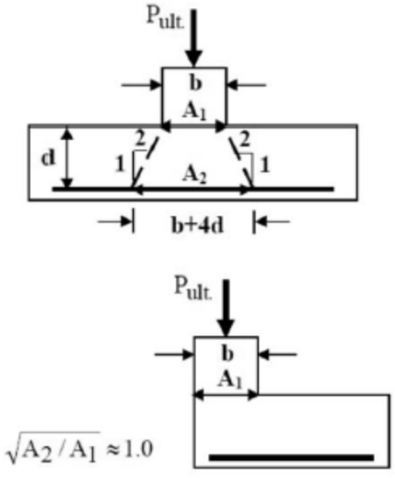
$$B_{(\max)} = 0.85*\phi*f_c'*A_1*\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \le 1.7*\phi*f_c'*A_1$$

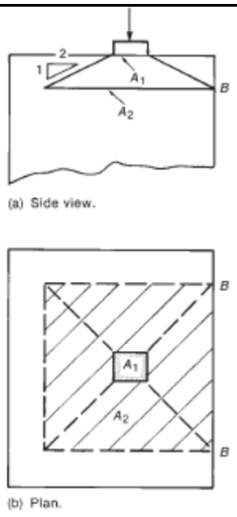
التحمل المسموح عند قاعدة العمود

$$B_{(allowable)} = 0.85*\phi*f_c'*A_1$$

حيث A_1 مساحة التماس بين العمود والأساس

A_2 مساحة الاختراق $(b+4d)^2$ كما يبين الشكل





• نحتاج إلى تسليح حسابي Dowels ويحسب من العلاقة:

$$A_{s(dowels)} = \frac{P_{factored} - B_{(allowable)}}{\phi * f_y} \geq 0.005 * A_g$$

حيث A_g مساحة مقطع العمود

نختار أربعة قضبان في كل زاوية من العمود قضيب بحيث تمتد ضمن الأساس مسافة مساوية طول الترابط في منطقة الضغط compression-development length وهناك قيم مبين في الجدول A-7 حسب قطر القضيب ومقاومته. ومن ثم يتم عكف القضيب بمسافة لاتقل عن l_{dh} مبينة في الجدول A-8.

TABLE A-7M Basic Compression Development Length, ℓ_{dc} (mm)[a]

	$\ell_{dc} = \ell_{dc} \times$ (Factors in ACI Code Section 12.3.3)				
	f'_c (MPa)				
Bar No.	20	25	30	35	40
	f_y = 420 (MPa)				
10	235	210	192	177	168
13	305	273	249	231	216
16	376	336	307	284	266
19	446	399	364	337	315
22	517	462	422	390	365
25	587	525	479	444	415
29	681	609	556	515	481
32	751	672	613	568	531
36	845	756	690	639	598
43	1010	903	824	763	714
57	1338	1197	1093	1012	946
	f_y = 300 (MPa)				
10	200	200	200	200	200
15	252	225	205	200	200
20	335	300	274	254	240

[a]Lengths may be reduced if excess reinforcement is anchored or if the splice is enclosed in a spiral. See ACI Code Section 12.3.3. Reduced length shall not be less than 200 mm.

$$l_{dc} = \left(\frac{0.24 * f_y}{\lambda * \sqrt{f'_c}}\right) * d_b$$

$$l_{dc} = 0.043 f_y * d_b$$

أيهما أكبر

TABLE A-8M Basic Development Lengths for Hooked Bars, ℓ_{dh} (mm)

	$\ell_{dh} = \ell_{dh} \times$ (Factors in ACI Code Section 12.5.3)[a] Normal-weight concrete, f_y = 400 MPa Standard 90° or 180° hooks				
Bar	f'_c (MPa)				
No.	20	25	30	35	40
10	224	200	183	169	158
13	291	260	237	220	206
16	358	320	292	270	253
19	425	380	347	321	300
22	492	440	402	372	348
25	559	500	456	423	395
29	648	580	529	490	459
32	716	640	584	541	506
36	805	720	657	609	569
43	962	860	785	727	680
57	1275	1140	1041	963	901

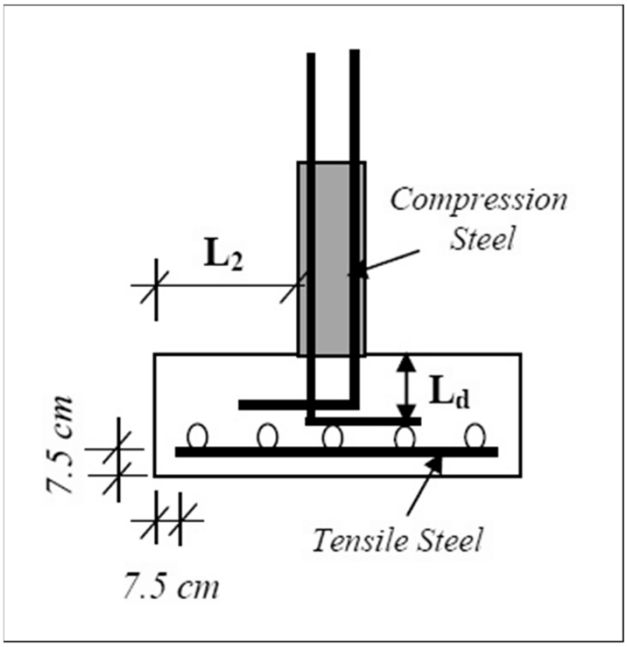
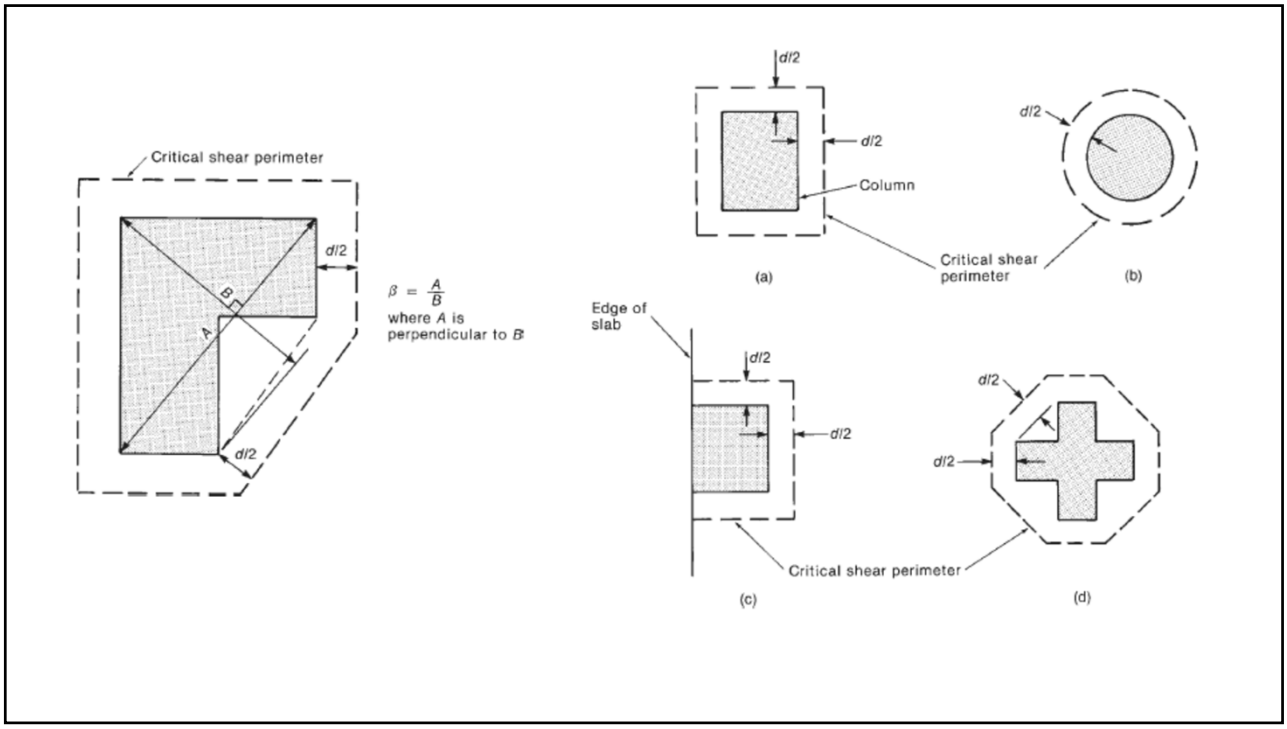


TABLE A-1M Areas, Weights, and Dimensions of Reinforcing Bars—SI Units

Bar Size Designation No.[b]	Grades[c]	Nominal Mass (kg/m)	Nominal Dimensions[a]	
			Diameter (mm)	Cross-Sectional Area (mm^2)
10	300, 420	0.560	9.5	71
13	300, 420	0.994	12.7	129
16	300, 420	1.552	15.9	199
19	300, 420, 520	2.235	19.1	284
22	420, 520	3.042	22.2	387
25	420, 520	3.973	25.4	510
29	420, 520	5.060	28.7	645
32	420, 520	6.404	32.3	819
36	420, 520	7.907	35.8	1006
43	420, 520	11.38	43	1452
57	420, 520	20.24	57.3	2581



أساس منفرد مع عزم

1) ايجاد مساحة الأساس:

- نفرض عرض الأساس B وسماكة للأساس t.
- نحسب قدرة التحمل المسموحة الصافية $q_{all(net)}$ للتربة وفق الأحمال التالية:

(DL+LL+WL) كما يلي:

$$q_{all(net)DL+LL+WL} = q_{all(DL+LL+WL)} - t_f * \gamma_{conc.} - (D_f - t_f) * \gamma_{soil} \qquad A_f = \frac{DL+LL+WL}{q_{all(net)DL+LL+WL}}$$

نوجد قيمة اللامركزية كما يلي:

$$e = \frac{M}{\sum P}$$

حيث أن M هو العزم المقاس عند نعل الأساس

ΣP هي مجموع الحمولة الحية والميتة وأي حمولة شاقولية معلقة

- نفرض أن $e < \frac{L}{6}$ ونحسب قيمة q_{max} كما يلي:

$$q_{max} = \frac{\sum P}{B*L} * \left[1 + \frac{6*e}{L}\right]$$

نحقق المساواة التالية:

$q_{max}=q_{all(net)}$ ونوجد قيم L و B وفق الاعتبارات التالية:

للأساس المربع يكون L=B

للأساس المستطيل يكون L/B <2

للأساس المستمر نفرض L=1 ونحدد B.

- نحسب قيمة $q_{min}^{max} = \frac{\sum P}{B*L} * \left[1 \pm \frac{6*e}{L}\right]$ ونتحقق أن

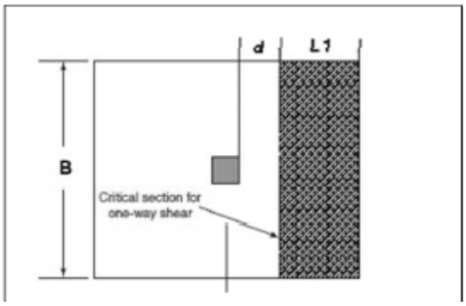
$q_{max} \leq q_{all(net)}$ و $q_{min} \geq 0$

i) **التحقق من القص باتجاه واحد** على بعد d من وجه العمود:

لتبسيط الحل نفترض أن رد فعل التربة الأعظمي q_{max} هو على كامل طول المقطع الحرج المبين في الشكل

6-1 فتكون قيمة V_u: $V_u = q_{max.} * L_1 * B$

ومن ثم نحدد قيمة V_c من العلاقة: $\phi * V_c = 0.17 * \phi * \lambda * \sqrt{f'_c} * b_w * d$



حيث $\Phi=0.75$

نحقق المساواة $V_u = \Phi V_c$ ونوجد قيمة d.

(فيما إذا كانت d مجهولة)

وفي حال كانت قيمة d مفروضة من البداية

فعند تحقق المساواة تكون القيمة مقبولة

وننتقل للتحقق من القص ثنائي الاتجاه.

ii) التحقق من **القص ثنائي الاتجاه** (الثقب) على بعد d/2 من وجه العمود:

نقوم بحساب متوسط الضغط المسموح على كامل عرض الأساس كما يبين الشكل 6-2 أي نحسب:

$$q_{avg.} = \frac{q_{max} + q_{min}}{2}$$

ومن ثم نتابع الحل وكأن ضغط التربة موزع بانتظام تحت الأساس ونحسب V_u من العلاقة التالية:

$V_u = P_u - q_{av.} * [(b+d)^2]$ (إذا كان العمود مربعاً)

ومن ثم نختار قيمة القوة V_c بأنها الأصغر من القيم التالية:

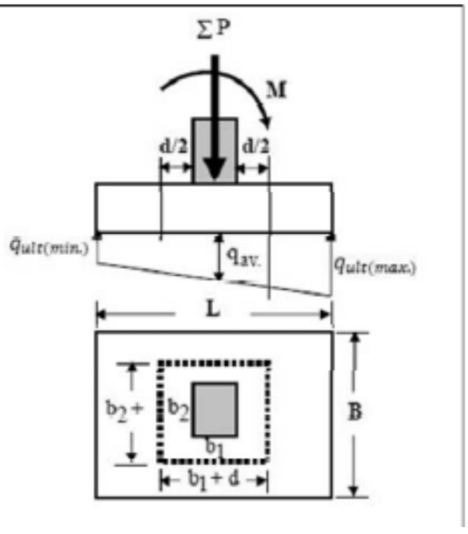
$$\phi V_c = 0.17 * \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) * \lambda * \phi * \sqrt{f'_c} * b_0 * d \qquad (15-13)(ACI\ 318M-11-31)$$

$$\phi V_c = 0.083 * \left(\frac{\alpha_s * d}{b_0} + 2\right) * \lambda * \phi * \sqrt{f'_c} * b_0 * d \qquad (15-14)(ACI\ 318M-11-32)$$

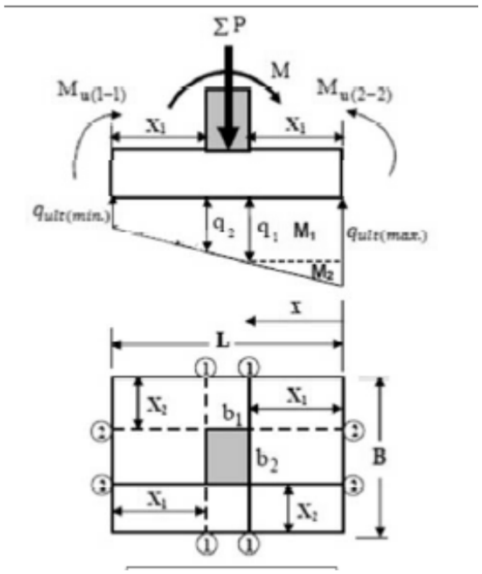
$$\phi V_c = 0.33 * \lambda * \phi * \sqrt{f'_c} * b_0 * d \qquad (15-13)(ACI\ 318M-11-33)$$

حيث β هي النسبة بين البعد الطويل إلى البعد القصير للعمود (b_2/b_1) و b_0 محيط المقطع الحرج

α_s ثابت ويساوي: 40 للعمود الداخلي، 30 للعمود الطرفي، 20 للعمود الركني (الزاوي).



5) نحدد التسليح المطلوب الشكل 3-6:



التسليح بالاتجاه الطويل:

نحسب العزوم على وجه العمود من اليمين

حيث تكون قيمته عظمى ونقسمه إلى قسمين:

M_1 و M_2:

$$M_1 = \frac{q_1 * X_1^2}{2}, \quad M_2 = \frac{(q_{max} - q_1)}{2} * X_1 * \frac{2X_1}{3}$$

$$X_1 = \frac{L - b_1}{2}$$

$$M_{u(1-1)R} = M_1 + M_2$$

$$A_{s(1-1)} = \frac{M_{u(1-1)R}}{0.9 * f_y * \phi * d}$$

ونحسب قيمة التسليح الأصغري:

$$A_{s\min} = \rho_{\min} * b * d$$

وتكون ρ_{min} هي القيمة الأكبر بين القيمتين:

$$\left[\begin{array}{l} 1.4/f_y \\ 0.25\sqrt{\frac{f'_c}{f_y}} \end{array} \right]$$

التسليح بالاتجاه القصير:

نفترض أن قيمة ضغط التربة الموزع أسفل الأساس هو متوسط الضغط الأعظمي والأصغري أي يساوي:

$$q_{avg.} = \frac{q_{max} + q_{min}}{2}$$

ومنه نحسب قيمة العزم بهذا الاتجاه وهو $M_{u(2-2)}$:

$$M_{u(2-2)} = \frac{q_{av.} * X_2^2}{2}$$

حيث: $X_2 = \frac{B - b_2}{2}$

ومن ثم نحسب التسليح من العلاقة: $A_{s(2-2)} = \frac{M_{u(2-2)}}{0.9 * f_y * \phi * d}$

نقارن A_s مع $A_{s\,min.}$ ونأخذ القيمة الأكبر للتصميم ويكون:

$$A_{s\,total(Shortdirection)} = (A_{s(2-2)} \; or \; A_{s\min}) * L$$

تأثير العزم المنقول على قوى القص

إن قوة القص الجديدة الناتجة عن تأثير العزم تحسب من العلاقة

$$v_u = \frac{V_u}{b_0 * d} \pm \frac{\gamma_v * M_u * c}{J_c}$$

حيث:

b_0 محيط المقطع الحرج

d الارتفاع الفعال للأساس

J_c عزم العطالة القطبي لمقطع القص الحرج

V_u قوة القص المصعدة المنقولة من العمود إلى الأساس

M_u العزم المصعد المنقول عند التماس بين العمود والأساس

c المسافة من مركز المقطع الحرج إلى طرف المقطع حيث يتم قياس قوة القص v_u

γ_v النسبة من العزم المحولة إلى إجهاد قص على المقطع الحرج وتحسب من العلاقة:

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f$$

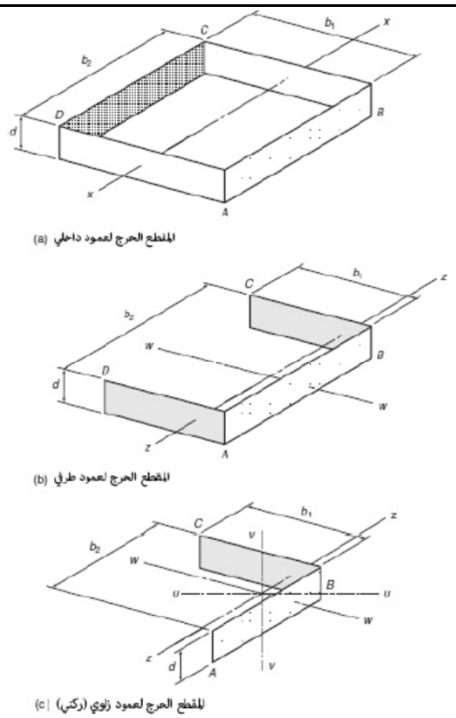
حيث γ_f النسبة من العزم المحول من الانعطاف المباشر وحددها ACI من العلاقة التالية:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} * \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}}$$

حيث b_1 العرض الكلي للمقطع الحرج العمودي على محور العزم، b_2 العرض الكلي الموازي لمحور العزم. هذا يعني أنه عندما يكون المقطع الحرج مربعاً يكون $b_1=b_2$ وبالتالي $\gamma_f = 0.6$ و $\gamma_v=0.4$ أي هذا يعني أن 60% من العزم تحول إلى الأساس من تسليح الانعطاف و 40% من إجهاد القص اللامركزي.

وتختلف قيمة العزم القطبي J_c حسب موقع العمود ومحور العزم حيث لدينا الحالات التالية:

محور العزم مواز لطرف الأساس (المحور z-z)



(a) المقطع الحرج لعمود داخلي

(b) المقطع الحرج لعمود طرفي

(c) المقطع الحرج لعمود زاوي (ركني)

العمود الطرفي:

محور العزم مواز لطرف الأساس (المحور z-z) الشكل 6-8:

العزم القطبي:

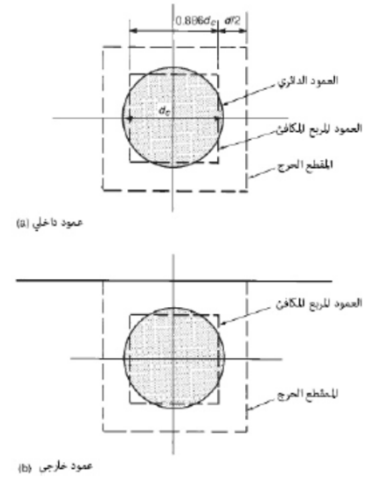
$$J_c = 2*\left[\frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} + (b_1 d)*(\frac{b_1}{2} - c_{AB})^2\right] + b_2\, d\, c_{AB}^2$$

حيث c_{AB} يحسب من العلاقة:

$$c_{AB} = \frac{2*(b_1 d)*b_1/2}{2(b_1 d) + b_2 d}$$

وهو عبارة عن مجموع عزم مساحة الجوانب حول AB $\sum A_i * y_i$ مقسوما على مساحة الجوانب $\sum A_i$

محور العزم عمودي على طرف الأساس (المحور w-w)



عمود داخلي (a)

عمود طرفي (b)

الشكل 7-8

العزم القطبي:

$$J_c = \left[\frac{b_2 d^3}{12} + \frac{d b_2^3}{12}\right] + 2(b_1 d)*c^2$$

حيث لدينا $c_{BC} = c_{AD} = c = b_2/2$

العمود الركني:

حيث يكون المقطع الحرج عبارة عن جانبين فقط. فيكون موقع محور التقل z-z :

$$c_{AB} = \frac{(b_1 d) b_1/2}{b_1 d + b_2 d}$$

ويحسب العزم القطبي من العلاقة:

$$J_c = \left[\frac{b_1 d^3}{12} + \frac{d b_1^3}{12} + (b_1 d)*(\frac{b_1}{2} - c_{AB})^2\right] + b_2\, d\, c_{AB}^2$$

العمود الدائري:

يكون المقطع الحرج للعمود الدائري هو نفس المقطع الحرج لعمود ذو مقطع مربع مكافئ للعمود الدائري أي له نفس مساحة المقطع ونفس مركز التقل. يكون عندها طول ضلع المربع المكافئ

$$c = \sqrt{\pi} * d_c/2 = 0.886 d_c$$

حيث d_c قطر العمود كما هو موضح من الشكل 7-8