بسم الله الرحمن الرحيم

الفيزياء للمهندسين

الاهتزازات الميكانيكية

كلية الهندسة المدنية – السنة الأولى

د. صبا عياش

الاهتزازات الميكانيكية

الاهتزازات : هي ظاهرة فيزيائية تطلق على كل انتشار للحركات الذبذبية حول نقطة التوازن كان طوليا او عرضيا وهذا الانتشار يكون في الاوساط المرنة. هذه الحركات الذبذبية قد تكون بصورة دورية أي تكرر نفس الحركة خلال زمن معين مثل: نواس الساعات الجدارية ، دوران الأرض حول الشمس ، كتلة معلقة بنابض الذرات في الشبكة البلور ية. وقد تكون ايضا بصورة شبه دورية اي تتناقص أو تتخامد حركتها خلال فترة زمنية مثل : الأرجوحة ، أجنحة الطائرة ، المحركات الكهربائية.

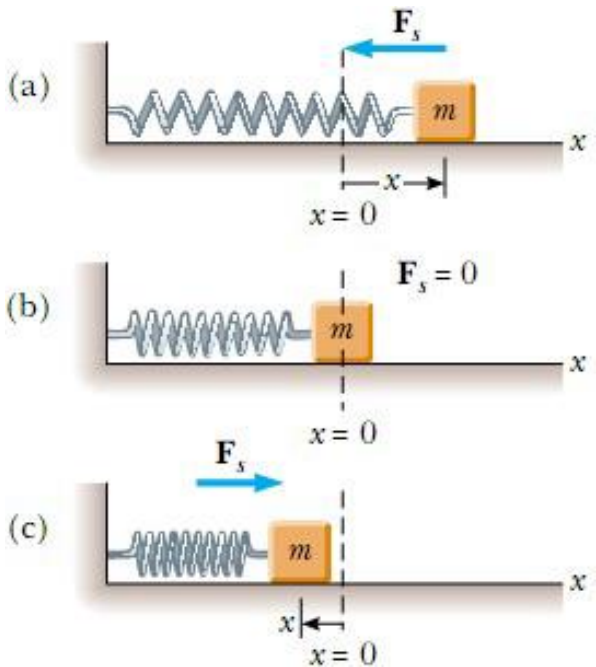
تعرف الحركة الدورية بالحركة التي يعود فيها الجسم لموقع محدد بعد فترة زمنية معينة ، مثل الحركات المذكورة آنفا من حركة الأرض حول الشمس ، وحركة الكتلة المعلقة بنابض وغيرها.

حركة جسم معلق إلى نابض

بفرض حركة جسم كتلته m متصل مع نابض يتحرك على سطح أفقي عديم الاحتكاك ، إذا كان النابض في حالة توازن ⇐ استطالة النابض = 0 (X=0) ،. إذا تعرض النابض لأي إزاحة لليمين أو اليسار ⇐ استطالة النابض أو انضغاطه

قانون هوك : ينص قانون هوك على أن قوة الإرجاع تتناسب طردا مع مقدار انزياح الجسم عن وضع توازنه (X) وفق العلاقة التالية Fr=-KX

تعاكس قوة الإرجاع جهة الانزياح لتعيد النابض لوضع التوازن ففي حال كانت الإزاحة لليمين فتكون قوة الإرجاع لليسار و إذا كانت الإزاحة لليسار فتكون قوة الإرجاع لليمين .

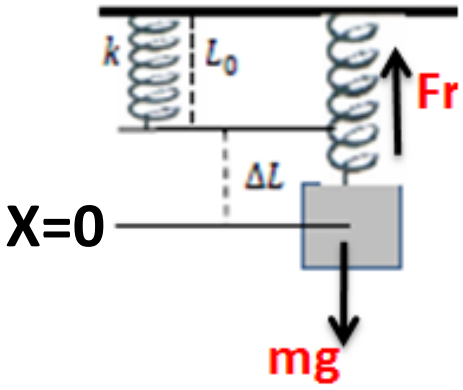


الحركة التوافقية البسيطة : هي حركة دورية تحدث عندما يخضع جسم لقوة إرجاع تعيده للموضع الذي أزيح منه ، ويصنع الجسم المهتز هذه الحركة ذهابا وإيابا على جانبي وضع التوازن بدون سرعة ابتدائية .

التمثيل الرياضي للحركة التوافقية البسيطة

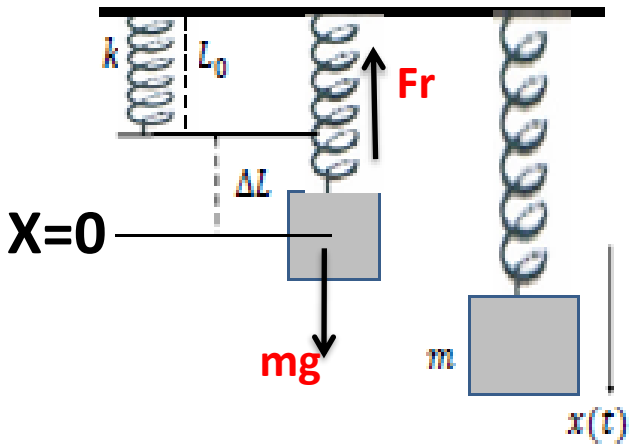
أولا :حالة السكون

- لدى شد النابض للأسفل بتطبيق قوة عليه F=mg، تنشأ في النابض قوة الإرجاع، وفي حالة السكون يكون $mg=k\,\Delta L$.



ثانيا : حالة الحركة

لدى ترك الجسم ليتحرك ، نحصل على حركة اهتزازية و تكون الاستطالة في هذه الحالة (X+ ΔL) حيث X(t) متغير مع الزمن وتأخذ قوة الإرجاع في هذه الحالة الشكل التالي –k((X+ ΔL)



$$\Sigma F = mg - k(\Delta L + X) = m\,a$$

لكن $mg = k\,\Delta L$ ⇐ $-k\,X = m\,a$ (1)

بتطبيق قانون نيوتن الثاني :

وحيث أن التسارع هو معدل تغير السرعة مع الزمن ، و السرعة معدل تغير الموضع مع الزمن يكون

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

بتعويض قيمة التسارع من المعادلة 1 و التقسيم على m نجد $(a=(-k/m).x)$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

حيث يعبر عن النسبة k/m بنبض الحركة W^2

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية حلها يعبر عن تغير موقع الجسم بالنسبة للزمن ويعطى بالعلاقة التالية

$$X = A\cos(wt+\phi)$$

تابع الموضع للحركة الاهتزازية التوافقية وفقا لمعادلة الحركة

$$X=A\cos(wt+\phi)$$

A سعة الحركة Amplitude.

$(\omega t+\phi)$ -اوية الطور Phase Angle

ϕ -الطور الابتدائي أي قيمة زاوية الطور في اللحظة . t=0

ω -نبض الحركة

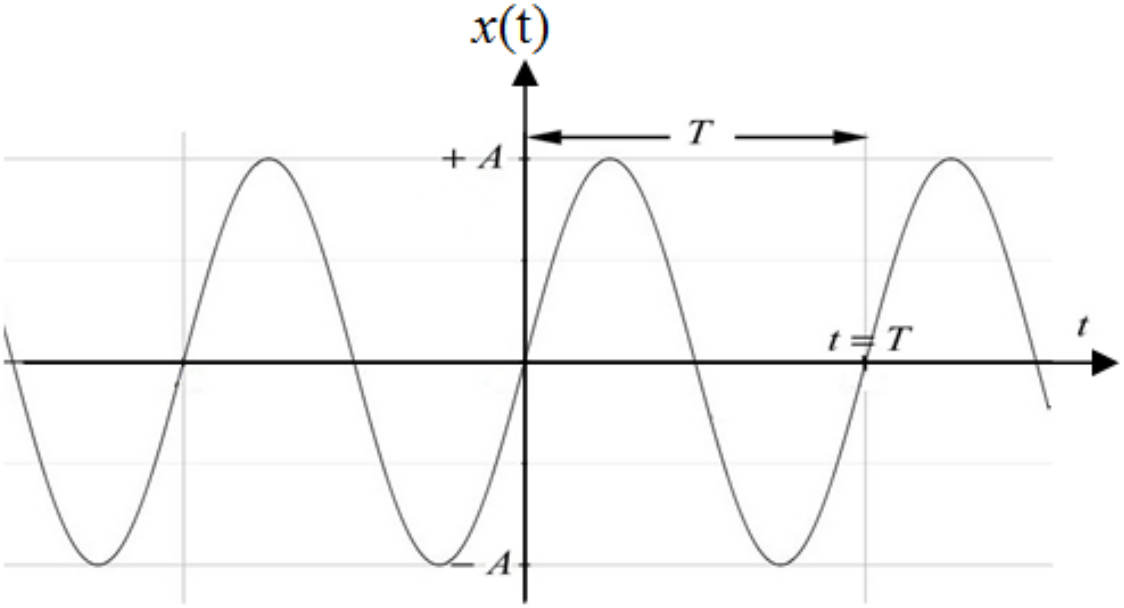
سعة الحركة A : هي أقصى إزاحة يصل إليها الجسم المهتز من موضع الاتزان ($X=\pm A$) أو هي المسافة بين نقطتين في مسار حركة الجسم تكون سرعته في إحداهما أقصاها وفي الأخرى منعدمة وتقاس بـ m.

الطورالابتدائي ϕ: :تسمى الزاوية $(\omega t+\phi)$ زاوية الطور Phase Angle وتحدّد قيمة الطور الابتدائي ϕ من موقع وسرعة الجسم عند بدء الحركة في اللحظة t=0

نبض الحركة W : عدد الاهتزازات الكلية التي يقوم بها الجسيم المهتز خلال زمن مقداره 2π ثانية و يقاس بوحدة (rad/s)حيث $W = \frac{2\pi}{T}$

الدور T: الزمن الذي يستغرقه الجسيم عندما يتحرك من النقطة x=A إلى النقطة x=-A ثم يعود مرة أخرى إلى نفس النقطة x=A . وعندئذ نقول أن الجسيم أنجز دورة كاملة. ويمكن ملاحظة أن الزمن الذي يستغرقه الجسيم في الحركة من النقطة x=A إلى النقطة x=0 يساوي الزمن الذي يستغرقه في الحركة من النقطة x=0 إلى النقطة x=-A.

التواتر f :عدد الدورات الكاملة المنجزة خلال وحدة الزمن ،و يعرف بأنه مقلوب الدور $f=1/T$



تابع موضع الحركة التوافقية البسيطة بدلالة الزمن

يتكرر تابع الموضع كلما زادت الزاوية بمقدار 2π أي أن
الدور T=2π s و النبض w=1 rad/s

الاهتزازات المتخامدة

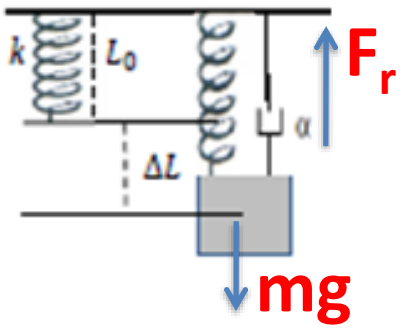
لدى إجراء الدراسة السابقة ، أهملنا قوى الاحتكاك التي نتسبب في فقدان جملة ما طاقتها مما يؤدي الى تناقص سعة الاهتزازات الى ان تتخامد مع مرور الزمن،.تندرج قوى الاحتكاك ضمن ثلاثة أنواع :

1) احتكاك لزوجي: يظهر عند حركة المائع.
2) احتكاك جاف: يظهر عند انزلاق سطحين جافين على بعضهما ومقداره ثابت بصورة تقريبية في أغلب الحالات.
3) احتكاك بنيوي: وهو احتكاك داخلي لجزيئات المادة مما يؤدي لظهور تشوهات للاجسام الصلبة ناتجة عن الحركة الاهتزازية.

معادلة الحركة للهزاز المتخامد

سوف نعتبر في دراسة الاهتزازات المتخامدة الحالة البسيطة التي يكون الضياع بالطاقة فيها بسبب الاحتكاك اللزج.

ليكن نظام ميكانيكي مكون من كتلة m معلقة بنابض طوله L0 ثابت مرونته k ، بوجود مخمد معامل احتكاكه α



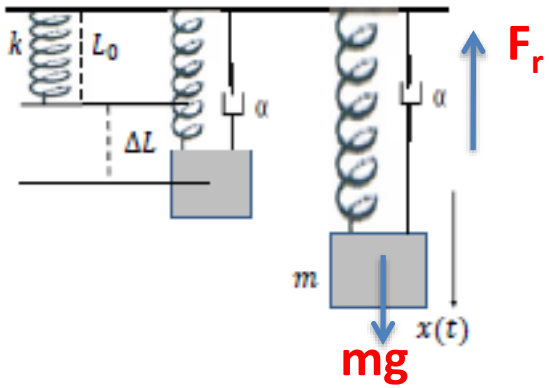
ننطلق من حالة السكون.، لدى شد النابض للأسفل بتطبيق قوة عليه F=mg، تنشأ في النابض قوة إرجاع تسعى لإعادته لحالة التوازن ، في حالة السكون يكون $mg=k\,\Delta L$

حالة الحركة

في هذه الحالة يضاف لقوة الإرجاع قوة مضادة تكون معيقة للحركة (مثل قوة الاحتكاك) التي تكون متناسبة مع السرعة وفق العلاقة $f_d = -\alpha v$ حيث α معامل التخامد واحدته $N.s.m^{-1}$ ، و تكون الاستطالة في هذه الحالة $(\Delta L+X)$ $\Leftarrow F_r = -k(\Delta L+X)$

بتطبيق قانون نيوتن $\Sigma F=m\,a$ نجد : $mg - k(\Delta L+ X)-\alpha v = m\,a$

لكن $mg=k\Delta L$ $\Leftarrow$ $-K x - \alpha v = m\,a$



$$-kx-\alpha\frac{dx}{dt}=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

بالتقسيم على m

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{\alpha}{m}\frac{dx}{dt}+\frac{k}{m}x=0$$

يعرف ثابت التخامد بأنه

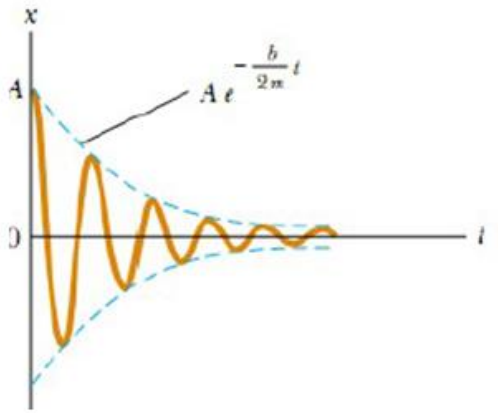
$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\lambda\frac{dx}{dt}+\frac{k}{m}x=0 \quad \Leftarrow \quad \lambda=\frac{\alpha}{2m}$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية حلها من الشكل

$$x = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t+\phi)$$

يعطى نبض الحركة في هذه الحالة بالعلاقة :

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}-\left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2-\lambda^2}$$



تغير سعة الحركه مع الزمن للهزاز المتخامد

نميز ثلاث حالات من التخامد وفقا لعلاقة النبض للهزاز المتخامد

$$\omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$$

- $w_0 > \lambda$ ***تخامد قوي*** : الحركة متخامدة ولا يوجد اهتزازات
- $\lambda = w_0$ ***تخامد حرج*** : الحركة متخامدة ولا يوجد اهتزازات.
- $\lambda < w_0$ ***تخامد ضعيف*** : وهو نظام شبه دوري حيث أن الاهتزازات تتناقص سعتها مع الزمن .

الاهتزازات القسرية

إن تخامد الحركة الاهتزاز ية يعود بالأصل الى ضياع في الطاقة الميكانيكية،ولتعو يض هذا الضياع في الطاقة وللمحافظة على اهتزاز ية الحركة سنكون بحاجة الى مصدر للطاقة من خلال قوة خارجية، لذا فإننا سنؤثر على أي جملة ما متخامدة بقوة خارجية تكون في نفس اتجاه الحركة.

مثال على الحركة الاهتزازية حركة الأرجوحة حيث يمكن جعل الأرجوحة تستمر في الحركة بإعطائها دفعة بنسبة لسعة الحركة فإنها تبقى ثابتة إذا كانت الطاقة المعطاة في كل دورة تساوي مقدار النقص في الطاقة المفقودة بسبب التخامد .

تتغير القوة الخارجية المطبقة في الحركة الاهتزازية القسرية مع الزمن وفق العلاقة :

$$F=F_0 Sinwt$$

حيث F_0 ثابت، w التردد الزاوي

بتطبيق قانون نيوتن الثاني $F=m\,a\Sigma$ للحركة الاهتزازية المخمدة بوجود قوة خارجية، نجد :

$$Fo\sin\omega t-\alpha\frac{dx}{dt}-kx=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

ظاهرة الرنين

يحصل الرنين عندما يتطابق تواتر القوة الخارجية المؤثرة w مع التواتر الطبيعي للنظام w_0 ، هذه النظرية ذات اهمية نظرية وتطبيقية كبيرة، اذ تزداد سعة الاهتزازات القسرية للنظام بشكل حاد يؤدي في بعض الحالات الى تجاوز حدود المرونة وتحطم النظام المهتز.

إذا كان تردد القوة الخارجية منخفضا جدا ، فإن النظام المهتز يتحرك بشكل شبه متزامن مع القوة و لكن السعة تكون صغيرة.

إذا كان تردد القوة الخارجية مرتفعا جدا ، فإن القوة تتغير بسرعة كبيرة و لا تستطيع كتلة النظام متابعتها وتكون الاستجابة ضعيفة و السعة صغيرة

أما إذا كان تردد القوة الخارجية مساويا للتردد الطبيعي للنظام المهتز تحدث ظاهرة الرنين وتزداد السعة بشكل كبير فإذا كانت القوة الخارجية في نفس اتجاه حركة ، فإن العمل المقدم (الطاقة) من القوة الخارجية إلى النظام المهتز يكون أقصى ما يمكن ، وتتراكم هذه الطاقة على شكل طاقة حركية وطاقة كامنة ، ونظرا لأن الطاقة المضافة في كل دورة أكبر من الطاقة المفقودة بسبب الاحتكاك فإن سعة الاهتزاز تزداد بشكل واضح وملحوظ.

مثال على حالة الرنين : تعرض جسر في الولايات المتحدة للدمار بسبب تردد قوة الرياح المساوي للتردد الطبيعي للجسر، مما أدى لاهتزازه وانهياره..