تطوير خوارزمية لدمج الشبكات الجيوديزية
أرصاد أرضية – أرصاد أقمار صناعية

د. م. وائل مشرف رضوان*

الملخص

درست خوارزميات الدمج بين الشبكات الجيوديزية المرصودة بالطريقة الكلاسيكية– الشبكات الأرضية – والشبكات الجيوديزية المرصودة بأرصاد أقمار GPS من قبل مجموعة من الاختصاصيين في هذا المجال.اقترحت هذه الدراسة، موديلاً رياضياً لخوارزمية دمج الأرصاد الأرضية، وأرصاد الأقمار الصناعية، وكذلك طريقة جديدة لإجراء مجموعة من التصحيحات والتعديلات على مصفوفة أرصاد القواعد الجيوديزية المقيسة في الشبكات الجيوديزية، إذْ تعد هذه العملية، توجيهاً أساسياً لعملية تقييم دقة النتائج، وتعديل الأرصاد الفضائية والانتقال من جملة إحداثيات معينة إلى جملة أخرى.

الكلمات المفتاحية: نظام تحديد الموقع العالمي، أرصاد أرضية، أرصاد أقمار صناعية، تعديل شبكات المثلثات، القاعدة الجيوديزية.

* قسم الهندسة الطبوغرافية – كلية الهندسة المدنية – جامعة دمشق.

المقدمة:

فتحت جيوديزيا الأقمار الصناعية – جيوديزيا ثلاثية الأبعاد – عهداً جديداً في العلوم الجيوديزية تجلى بما أوجدته من إحداثيات للمواقع في نظام ثلاثي الأبعاد، وهي تتألف من تقنيات الحساب والقياس التي تسمح بحل المسائل الجيوديزية باستخدام قياسات دقيقة من الأقمار الصناعية القريبة من كوكب الأرض، ونتيجة لبدء استثمار هذه التقنية في الجمهورية العربية السورية استثماراً كبيراً. كان لا بد من دراسة النتائج من استخدام هذه التقنية خاصة في أعمال الشبكات، ومقارنتها بتلك الناتجة من أعمال الجيوديزيا الكلاسيكية – الأرضية.

موضوع البحث وأهدافه:

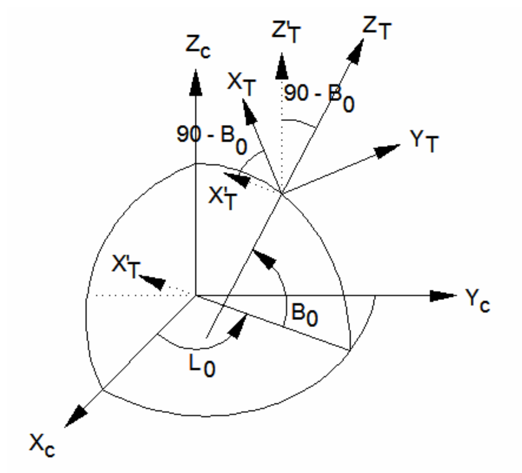
درستْ خوارزمية الدمج بين الشبكات الجيوديزية المرصودة بأرصادٍ أرضية – الشبكات الأرضية – والشبكات الجيوديزية المرصودة بأرصاد أقمار GPS – الفضائية – من قبل مجموعة من الاختصاصيين في هذا المجال [1,2,3]، لكننا في هذا البحث قدمنا خوارزمية، واستُعملتْ طرائق تعديل جديدة وأُجريتْ مجموعة من التصحيحات والتعديلات على مصفوفة الأرصاد للقواعد الجيوديزية المقيسة في الشبكات الجيوديزية، إذْ تعد هذه العملية من وجهة نظرنا توجيهاً أساسياً لعملية تقييم دقة النتائج، وتعديل الأرصاد والقياسات الفضائية وكذلك التحول والانتقال من نظام أو جملة إحداثيات معينة إلى نظام أو جملة إحداثيات أخرى، كالانتقال مثلاً من نظام الإحداثيات WGS-84 إلى نظام آخر محلي.

خوارزمية الدمج:

تُطوَر خوارزمية الدمج هذه من خلال إنجاز الحسابات الجيوديزية وفق جملة إحداثيات محلية خاصة، ولتكن مثلاً الجملة T الشكل (1). هذه الجملة من الإحداثيات موجهة نسبة إلى مبدأ جملة إحداثيات أخرى تختلف عن الجملة الأولى،وهي مثلاً جملة الإحداثيات الخاصة بأقمار GPS ولتكن الجملة S، وإحداثيات مركز هذه الجملة هي (B_o, L_o).

إذْ:

- B_o زاوية العرض.
- L_o زاوية الطول.



الشكل (1)

واستناداً إلى زوايا الدوران $(90 - B_o)$, L_o. لاحظ الشكل (1) نحدد مركبات التصحيح لتقييم دقة الإحداثيات المأخوذة من نظام GPS وتلك المحسوبة استناداً إلى جملة الإحداثيات المحلية.

تعد الطريقة الشرطية [4,5] طريقة جيدة لدراسة نماذج (موديلات) الشبكات المرصودة وفق GPS، إذْ استناداً إليها يمكننا الوصول إلى علاقات تجريبية بسيطة لتقييم تلك الشبكات، كما وتعد من أفضل طرائق التحقق لخوارزميات وبرامج التعديل. ومن ثَم فمن أهم المسائل الواجب معالجتها في هذا المجال،وهي:

1- وضع طريقة لتعديل الشبكات المرصودة بنظام GPS.

2- وضع طريقة لتقيم دقة النتائج في حال عدم التحديد والوضوح في دقة مصفوفة الارتباط لأشعة القواعد المقيسة.

3- التعديل بإدخال أخطاء عناصر الانتقال والتحويل من نظام إحداثيات إلى نظام آخر يختلف عنه.

في هذا البحث عالجنا المسألتين الأولى والثانية أعلاه فقط.

فمن أجل معالجة المسألة الأولى، نكتب العلاقة اللازمة [2] للانتقال من جملة إحداثيات معينة إلى جملة أخرى تختلف عنها، وهي:

$$S = S_o + mgT \quad .. (1)$$

إذْ إن:

So- إحداثيات مبدأ الجملة الإحداثية المحلية T، نسبة إلى جملة الإحداثيات S.

m- معامل المقياس.

S- إحداثيات النقاط، نسبة إلى جملة الإحداثيات S.

T- إحداثيات النقاط، نسبة إلى جملة الإحداثيات المحلية المعتمدة T.

g- مصفوفة التغيّر في إحداثيات النقاط ولها الشكل الآتي:

$$g_{B_1L} = g_B \cdot g_L = \begin{pmatrix} \cos(90-B_o) & 0 & \sin(90-B_o) \\ o & 1 & o \\ -\sin(90-B_o) & 0 & \cos(90-B_o) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos L_o & \sin L_o & 0 \\ -\sin L_o & \cos L_o & 0 \\ o & o & 1 \end{pmatrix} \quad .. (2)$$

ومنها تنتج العلاقة التالية:

$$g_{B,L} = \begin{pmatrix} -\sin B_o \cos L_o & -\sin L_o & \cos B_o \cos L_o \\ -\sin B_o \sin L_o & \cdot \cos L_o & \cdot\cdot \cos B_o \sin L_o \\ \cos B_o & o & \sin B_o \end{pmatrix} \quad .. (3)$$

نكتب المعادلة (1) وذلك نسبة إلى النقطتين: 1,2 المشكّلتين لشعاع القاعدة الجيوديزية المقيسة فنحصل على العلاقة الآتية:

$$\Delta S_{1,2} = mg(T_2 - T_1) = mg(\Delta T) \quad .. (4)$$

نلاحظ أن العلاقة (4) السابقة صحيحة؛ وذلك لتعديل قيم التغيّر في الإحداثيات للنقطتين 1,2 في جملة الإحداثيات الجيوديزية المركزية ΔS، أما الإحداثيات T_2, T_1 فهي في جملة الاحداثيات المحلية T. ونظراً إلى أنه معلوم لدينا القيم المقيسة ΔS فقط، والقيم التقريبية للإحداثيات T يمكننا أن نكتب العلاقة (4) السابقة بالشكل الآتي:

..(5)

$$\Delta S + \upsilon = - mg\,(T_1 + \delta T_1) + mg\,(T_2 + \delta T_2)$$

إذْ:

υ - التصحيح على القيمة المقيسة ΔS.

δT_i - التصحيح على القيم التقريبية لإحداثيات النقاط في جملة الإحداثيات المحلية.

وللحصول على معادلات التصحيح نحول العلاقة (5) السابقة إلى شكلها الخطي، لهذا نقوم بمفاضلتها وفق المعاملات m , L_o , B_o , T_2 , T_i؛ وذلك بوضع قيم تقريبية لتلك المعاملات هي m^o , L_o^o , B_o^o , T_i^o فنجد أن:

$$\frac{\partial \Delta S}{\partial \Delta T} = m^o g^o \;, \quad \frac{\partial \Delta S}{\partial B} = m^o \frac{\partial g^o}{\partial B_o} \Delta T \quad .. (6)$$

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial L} = m^o \frac{\partial g^o}{\partial L^o} \Delta T \;, \quad \frac{\partial \Delta S}{\partial m} = g^o \Delta T$$

إذْ إن:

g^o - قيمة g عندما تكون مركباتها بقيمها التقريبية.

ومن ثَم فالشكل الخطي لمعادلة التصحيح يأخذ الشكل الآتي:

$$\upsilon = m_o g_o(-\delta T_1 + \delta T_2) + G\, da + l \quad .. (7)$$

إذْ: l - العنصر الحر ويعطى بالعلاقة

$$l = m_o g_o \ \Delta T_{1,2} - \Delta S_{1,2}$$

da- مصفوفة لها الشكل الآتي:

$$da = (\delta B \ \ \delta L \ \ \delta m)^T$$

ويفرض أن:

G -المصفوفة الناتجة من التفاضل الجزئي لمركبات المصفوفة (4) التالية: $\Delta S_{1,2} = mg(T_2 - T_1) = mg(\Delta T)$ نسبة لمركبات الشعاع: da .ولها الشّكل الآتي:

$$G = (\frac{\partial \Delta S}{\partial B_o} \qquad \frac{\partial \Delta S}{\partial L_o} \qquad \frac{\partial \Delta S}{\partial m_o}) \quad . (8)$$

ولحساب عناصر المصفوفة G العلاقة (8). من العلاقة (6) نلاحظ أن لابد لنا من مفاضلة المصفوفة g العلاقة (3) وذلك نسبة لزاوية العرض B_o وزاوية الطول L_o ومن ثَم نحصل على:

$$\frac{\partial g}{\partial B_o} = \begin{pmatrix} -\cos B_o \cos L_o & o & -\sin B_o \cos L_o \\ -\cos B_o \sin L_o & o & -\sin B_o \sin L_o \\ -\sin B_o & o & \cos B_o \end{pmatrix} \quad .. (9)$$

$$\frac{\partial g}{\partial L_o} = \begin{pmatrix} \sin B_O \sin L_O & -\cos L_O & -\cos B_O \sin L_O \\ -\sin B_O \cos L_O & -\sin L_O & \cos B_O \cos L_O \\ o & o & o \end{pmatrix} \quad (10)$$

عندها يكون لأعمدة المصفوفة G الشكل الآتي:

$$G_1 = \frac{\partial \Delta S}{\partial B_o} = m \begin{pmatrix} -\Delta X_T \cos B_o \cos L_o & -\Delta Z_T \sin B_o \cos L_o \\ -\Delta X_T cas\ B_o\ cin\ L_o & -\Delta Z_T \sin B_o \sin L_o \\ -\Delta X_T \sin B_o & +\Delta Z_T \cos B_o \end{pmatrix} \quad .. (11)$$

$$G_2 = \frac{\partial \Delta S}{\partial L_o} = m \begin{pmatrix} -\Delta X_T \sin B_o \sin L_o & -\Delta y_T \cos L_o & -\Delta Z_T \cos B_o \sin L_o \\ -\Delta X_T \sin B_o \cos L_o & -\Delta y_T \sin L_o & +\Delta Z_T \cos B_o \cos L_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta y_s \\ \Delta x_s \\ o \end{pmatrix} \quad .. (12)$$

$$G_3 = \frac{\partial \Delta S}{\partial m^o} = \begin{pmatrix} -\Delta_T \sin B_o \cos L_o & -\Delta y_T \sin L_o & +\Delta Z_T \cos B_o L_o \\ -\Delta X_T \sin B_o \sin L_o & +\Delta y_T \cos L_o & +\Delta Z_T \cos B_o \sin L_o \\ \Delta X_T \cos B_o & +\Delta Z_T \sin B_o & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta X_s \\ \Delta y_s \\ \Delta Z_S \end{pmatrix} \quad .. (13)$$

نكتب معادلة التصحيح (9) بالشكل المصفوفي وذلك لـ n قياس، فنحصل على:

$$V = A\delta T + Cda + L \qquad .. (14)$$

إذْ: $A = m^o g^o$ -مصفوفة الأمثال للقيم التقريبية للإحداثيات T.

C- المصفوفة المشكّلة من المصفوفة G المعطاة بالعلاقة (8) وذلك لكل مسافة أو طول مقيس.

L- شعاع العنصر الحر.

وبمعرفتنا لأوزان العناصر المقيسة يمكننا أن نحل المصفوفة (14) بطريقة التربيعات الصغرى، عندها يكون للمعادلات النظامية الشكل الآتي:

$$\begin{pmatrix} A^T PA & A^T PC \\ & C^T PC \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta T \\ da \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A^T PL \\ C^T PL \end{pmatrix} = o \quad .. (15)$$

بحلنا للمعادلة (15) نحصل على قيمة δT، قيم التصحيحات على القيم التقريبية للإحداثيات في جملة الإحداثيات المحلية (T) وكذلك القيم da – التصحيحات على القيم التقريبية B_o^o , L_o^o , m^o .

وعند تعديل القيم التقريبية للإحداثيات T^o في جملة الإحداثيات المحلية المركزية نجد:

$$T_j^o = T_i^o - T_{ij}^o \qquad .. (16)$$

إذْ:

T_j , T_i - إحداثيات نقطتي البداية والنهاية للمسافة $i\,j$ المدروسة.

أما حساب ΔT_{ij}^o فيتم من العلاقة (4) إذْ نكتب:

$$\Delta T^{o}_{i\,j} = \frac{1}{m^{o}} (g^{o})^{-1}\, \Delta S_{i\,j} \qquad .. \ (17)$$

إذْ:

$\Delta S_{i\,j}$ - التغّير في الإحداثيات المقيـسة وفـق النظـام العالمي WGS – 84

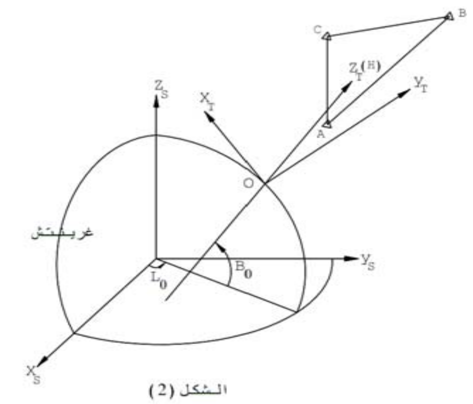
تطبيق: باستخدام GPS قيس شعاع القاعدة (المـسار AB والمؤلف من أربعة أضلاع) وكذلك الـضلعان CB, AC لاحظ الشكل (2) نتائج القياسات في الجدول رقم (1).

الجدول (1) نتائج القياسات وفق نظام WGS-84

N^{o} الرقم	المسار	$\Delta x_s\,(m)$	$\Delta y_s\,(m)$	$\Delta Z_s\,(m)$
1	$A \rightarrow 1$	-736.3071	569.6618	381.3776
2	$1 \rightarrow 2$	-741.2931	566.7224	373.3128
3	$2 \rightarrow 3$	-851.7449	500.8931	194.6465
4	$3 \rightarrow B$	-831.7410	512.8626	227.1295
5	$B \rightarrow C$	386.1806	-3800.9522	1184.8689
6	$C \rightarrow A$	2774.8845	1650.7733	-2361.3402
الإغلاق		-0.0210	-0.0390	-0.0049

تعد النقطة: o الـشكل (2) مبـدأ لجملـة الإحـداثيات الجيوديزية المركزية، إذْ إحداثيات هذه النقطة بالنـسبة إلى جملة الإحداثيات الجيوديزية هي:

$L = 38^{0}\ 44'\ 30''\ , \quad B = 35^{0}\ 14'\ 30''$.



الشكل (2)

أما إحداثيات النقاط المعلومة فهي:

النقطة	$X_{(m)}$	$y_{(m)}$	$Z_{(m)}$
A	6678.049	14027.453	9.568
B	8678.049	17491.555	19.568
C	1067.049	14027.453	39.568

الخطأ المتوسط التربيع في قياس الإحداثيات y, x علـى المحورين y , x هي: $\sigma_x = \sigma_y = 0.005m.$

وعلى المحور Z هو $\sigma z = 0.01\,m$

درسنا حالتين، وذلك وفق معامل الارتباط الشرطي بـين القياسات. معامل الارتباط الشرطي بين القياسـات r = 0، معامل الارتباط الشرطي بين القياسات r = 0.5

تعد القيم التقريبية لعوامل الارتباط بين الجملتين هي:

$$L^{o}_{o} = 38^{o}\ 44'\ 30'' \quad , \; B^{o}_{o} = 35^{o}\ 14'\ 30''$$

ثم نحسب المصفوفة g بحسب العلاقة (3) فنجد:

$$g = \begin{pmatrix} -0.4500664 & -0.62581 & 0.6370258 \\ -0.3611089 & 0.7799755 & 0.511115 \\ 0.8167254 & 0 & 0.5770264 \end{pmatrix}$$

المصفوفة A لهذا المسار لها الشكل الآتي:

	δT_1	δT_2	δT_3
ΔS_{A-1}	g		
ΔS_{1-2}	-g	g	
ΔS_{2-3}		-g	g
ΔS_{3-B}			-g
ΔS_{B-C}			
ΔS_{C-A}			

المصفوفة (G):

	δB	δL	δm
ΔS_{A-1}	$G_{1_{A-1}}$	$G_{2_{A-1}}$	$G_{3_{A-1}}$
ΔS_{1-2}	$G_{1_{A-1}}$	$G_{2_{A-1}}$	$G_{3_{1-2}}$
ΔS_{2-3}	$G_{1_{2-3}}$	$G_{2_{2-3}}$	$G_{3_{2-3}}$
ΔS_{3-B}	$G_{1_{3-B}}$	$G_{2_{3-B}}$	$G_{3_{3-B}}$
ΔS_{B-C}	$G_{1_{B-C}}$	$G_{2_{B-C}}$	$G_{3_{B-C}}$
ΔS_{C-A}	$G_{1_{C-A}}$	$G_{2_{C-A}}$	$G_{3_{C-A}}$

إذْ: $G1_{ij}$, $G2_{ij}$, $G3_{ij}$ - العمود الأول والثاني والثالث على الترتيب من المصفوفة G للمسار i j ، ويكون لمصفوفة شعاع العنصر الحر L، الشكل الآتي:

	L
ΔS_{A-1}	$m^o g^o \Delta T_{A-1} - \Delta S_{A-1}$
ΔS_{1-2}	$m^o g^o \Delta T_{1-2} - \Delta S_{1-2}$
ΔS_{2-3}	$m^o g^o \Delta T_{2-3} - \Delta S_{2-3}$
ΔS_{3-B}	$m^o g^o \Delta T_{3-B} - \Delta S_{3-B}$
ΔS_{B-C}	$m^o g^o \Delta T_{B-C} - \Delta S_{B-C}$
ΔS_{C-A}	$m^o g^o \Delta T_{C-A} - \Delta S_{C-A}$

نعوض قيم المصفوفتين G, A في مصفوفة المعادلات الطبيعية، ونقوم بالحل نسبة للمجاهيل: δT , $d a$ فنصل إلى النتائج الآتية:

الجدول (2) الإحداثيات المعدلة للنقاط المحددة

	$r=0$				$r=0.5$			
	$X_T(m)$	Kx	Kxy	Kxz	$X_T(m)$	Kx	Kxy	Kxz
	$y_T(m)$		Ky	Kyz	$y_T(m)$		Ky	Kyz
	$Z_T(m)$			Kz	$Z_T(m)$			Kz
1	7178.0499	0.001441	0	0.000711	7178. 05	0.00051	0.000005	0.000281
	14893.481		0.001011	0	14893.4823		0.000391	0.000212
	119.5677			0.002117	119.5674			0.00222
2	7678.0504	0.001924	0	0.000949	7678.0506	0.000683	0.000007	0.000375
	15759.5102		0.001348	0	15759.5109		0.000521	0.000282
	219.5677			0.002823	219.5673			0.00296
3	8178.0498	0.001440	0	0.000711	8178.0499	0.000509	0.000005	0.000281
	16625.5320		0.001012	0	16625.5323		0.000391	0.000212
	99.5677			0.002116	99.5675			0.00222

الجدول(3) التصحيحات على نتائج القياسات في الجملة WGS-84

الرقم	المسار	$r=0$			$r=0.5$		
		$\upsilon_{\Delta x}(m)$	$\upsilon_{\Delta y}(m)$	$\upsilon_{\Delta Z}(m)$	$\upsilon_{\Delta x}(m)$	$\upsilon_{\Delta y}(m)$	$\upsilon_{\Delta Z}(m)$
1	$A \rightarrow 1$	0.0118	0.0014	0.0263	0.0136	0.0077	0.0273
2	$1 \rightarrow 2$	0.0118	0.0014	0.0263	0.0136	0.0077	0.0273
3	$2 \rightarrow 3$	0.0118	0.0014	0.0263	0.0136	0.0077	0.0273
4	$3 \rightarrow B$	0.0118	0.0014	0.0263	0.0136	0.0077	0.0273
5	$B \rightarrow C$	-0.0176	-0.0263	-0.0907	-0.0397	-0.0371	-0.0865
6	$C \rightarrow A$	-0.0297	0.0208	-0.0145	-0.0146	0.0062	-.0229
الإغلاق		0.0001	0.0001	0	0	0	0

الجدول (4) معاملات الارتباط بين جملتي الإحداثيات

	$r=0$			$r=0.5$		
	القيمة التقريبية	التصحيح	القيمة المعدلة	القيمة التقريبية	التصحيح	القيمة المعدلة
B	$35^0 14'30''$	$28,9647''$	$35^o 14'58_1 9647''$	$35^0 14'30''$	$28_1 7851''$	$35^0 14'58_1 7851''$
L	$38^0 44^0 30''$	$25,8510''$	$38^o 44'55,85''10$	$38^0 44'30''$	$24_1 5527''$	$38^o 44'54_1 5527''$
m	1	$-0,000000590$	0,999999410	1	0,000001754	1,000001754

تقوم بمعالجة المسألة السابقة، وفق الطريقة الـشرطية، فتأخذ المعادلة (8) السابقة الصيغة الآتية:

$$\Delta S - mg\,\Delta T = 0 \quad .. (18)$$

إن المعادلة (18) صحيحة، وذلك للشعاع المقيس بـين نقطتين ذات إحداثيات معلومة. بـشكل مـشابه نكتـب المعادلة الشرطية للمسار، ولكن بدلاً من إدخـال تغيـر

وحيد في الإحداثيات نضع مجموع تلك التغيرات علـى كامل المسار.

لهذا نحول العلاقة (18) إلى شكلها الخطي، وذلك عـن طريق إجراء تفاضل العلاقة، $F = \Delta S - mg\,\Delta T$ وفق المتحولات: $\Delta S\,,\ B\,,\ L\,,\ m$، فنجد:

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta S} = 1\ ,\quad \frac{\partial F}{\partial B} = -m^{o}\frac{\partial g^{0}}{\partial B_{0}}\Delta T \qquad ..\ (19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial L} = -m^{0}\frac{\partial g^{0}}{\partial L_{0}}\Delta T\ ,\qquad \frac{\partial F}{\partial m} = -g^{0}\Delta T$$

وعلى اعتبار أن القيمة التقريبية لشعاع القياس $m^{0} = 1$ وبعد الأخذ بالحسبان مجموعة المعادلات (19) يـصبح لمعادلة التغير في الإحداثيات الشكل الآتي:

$$\upsilon + C_{t}da + w_{t} = 0 \qquad ..\ (20)$$

إذْ: C_{t} مصفوفة مؤلفة من مجموعة التفاضلات الجزئية للمعادلة (19) وهي عبارة عـن التفاضـلات الجزئيـة لشعاع المجاهيل $da = (dB\ dL\ dm)^{T}$ ولها الـشكل الآتي:

$$C_{T} = \left[-m\frac{\partial g}{\partial B}\Delta T \quad -m\frac{\partial g}{\partial L}\Delta T \quad -g\,\Delta T\right] \qquad ..\ (21)$$

أما شعاع الإغلاق فيعطى بالعلاقة: $W_{t} = \Delta S_{\upsilon} - m^{0}g^{0}\,\Delta T$

إذْ: ΔS_{υ} التغيّر في الإحداثيات المقيسة.

من مقارنة مجموعة العلاقـات (6، 19) نلاحـظ أنهـا متساوية في القيمة ومختلفة بالإشارة.

نكتب المعادلة الشرطية للشبكة المبينة على الـشكل (2) فنجد:

$$B_{t}V_{s} + C_{t}\,da + W_{t} = 0 \qquad ..\ (22)$$

إذْ B_{T} مصفوفة شكل الشبكة، ولها الشكل المبين علـى الجدول (5) الآتي:

الجدول (5) مصفوفة شكل الشبكة.

	Δx $A-1$	. .	Δx $3-B$	Δy $A-1$	..	Δy $3-B$	ΔZ $A-1$	..	ΔZ $3-B$	Δx BC	Δy BC	ΔZ BC	Δx CA	Δy CA	ΔZ CA
Δx_{AB}	1	. .	1												
Δy_{AB}				1	..	1									
Δz_{AB}							1	..	1						
Δx_{BC}										1					
Δy_{BC}											1				
Δz_{BC}												1			
Δx_{CA}													1		
Δy_{CA}														1	
Δz_{CA}															1

C_t - مصفوفة، لها الشكل الآتي:

$$C_t = \begin{pmatrix} C_{1_{AB}} & C_{2_{AB}} & C_{3_{AB}} \\ C_{1_{AC}} & C_{2_{AC}} & C_{3_{AC}} \\ C_{1_{CB}} & C_{2_{CB}} & C_{3_{CB}} \end{pmatrix}$$

إذْ: C_i : $(i=1, 2, ...)$ أعمدة المصفوفة C_T وذلك للمسارات: AB , AC , CB. من مجموعة المعادلات الشرطية، نضع مجموعة المعادلات الطبيعية.

$$NK + C_t\, da + W_t = 0 \qquad .. (23)$$
$$C_t^T K = 0$$

إذْ: $N = B_t P^{-1} B_t^T$ وبحلنا لمجموعة المعادلات (23) نحسب قيمة الشعاع da بالعلاقة:

$$da = (C_t^T N^{-1} C_t)^{-1} C_t^T N^{-1} W_T \quad .. (24)$$

مع مصفوفة ارتباط:

$$Ka = (C_t^T N^{-1} C_t)^{-1} \qquad .. (25)$$

وشعاع ارتباط:

$$K = N^{-1} C_t Z - N^{-1} da \qquad .. (26)$$

مصفوفة الوزن للمجاهيل، تكتب بالشكل العام الآتي:

$$\mathrm{K_{s,a}} = \begin{bmatrix} Ks & Ksa \\ & Ka \end{bmatrix} \qquad .. (27)$$

وبحسب القوانين العامة لنظرية معالجة نتائج القياسات الجيوديزية [5]، فإن لمركبات المصفوفة العلاقة (27) الشكل الآتي:

$$K_s = P^{-1} - P^{-1} B_t^T (N^{-1} - N^{-1} C_t K_a C_t^T N^{-1}) B_t P^{-1} \qquad (28)$$

$$Ksa = -P^{-1} B_t^T N^{-1} C_t K_a \qquad .. (29)$$

ومن أجل تقييم دقة توضع النقطة: i بالنسبة إلى جملة الإحداثيات الجيوديزية المركزية Z_T, Y_T, X_T يجب علينا وضع معادلات الانتقال من جملة الإحداثيات S إلى جملة الإحداثيات T.

نكتب من العلاقة (4):

$$\Delta T = m^{-1} g^T \Delta S \qquad .. (30)$$

نكتب العلاقة (30) بشكلها الخطي الآتي:

$$\Delta T = m^{-1} g^T \Delta S + G_F\, da \qquad .. (31)$$

إذْ: G_F مصفوفة، لها الشكل الآتي:

$$G_F = \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial B}\ \frac{\partial \Delta T}{\partial L}\ \frac{\partial \Delta T}{\partial m}\right) = \left(\frac{1}{m}\frac{\partial gT}{\partial B}\Delta S \quad \frac{1}{m}\frac{\partial gT}{\partial L}\Delta S \quad -\frac{1}{m^2} g^T \Delta S\right) \quad .. (32)$$

وبعد إنجازنا تفاضل المصفوفة g^T وفق المعاملات L , Bوالممثّلة لمصفوفة التغيّر في إحداثيات النقاط، نحصل على:

$$\frac{\partial gT}{\partial B} = \begin{pmatrix} -\cos B\cos L & -\cos B\sin L & -\sin B \\ 0 & 0 & 0 \\ \sin B\cos L & -\sin B\sin L & \cos B \end{pmatrix} \quad .. (33)$$

$$\frac{\partial gT}{\partial L} = \begin{pmatrix} \sin B\sin L & -\sin B\cos L & 0 \\ -\cos L & -\sin L & 0 \\ -\cos B\sin L & \cos B\cos L & 0 \end{pmatrix} \quad .. (34)$$

نحصل من خلال العلاقتين (33)، (34) السابقتين على عناصر المصفوفة (32) فيكون للعمود الأول من تلك المصفوف الشكل الآتي:

$$G_{F1} = \begin{pmatrix} (-\cos B\cos L)\Delta x_s + (-\cos B\sin L)\Delta y_s + (-\sin B)\Delta Z_s \\ (-\sin B\cos L)\Delta X_s + (-\sin B\sin L)\Delta y_S + (\cos B)\Delta Z_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta ZT \\ 0 \\ \Delta XT \end{pmatrix} \quad .. (35)$$

أما العمود الثاني فيكون له الشكل الآتي:

$$G_{F2}=\begin{pmatrix}(\sin B\sin L)\,\Delta X_s+(-\sin B\cos L)\,\Delta y_s\\(-\cos L)\,\Delta X_s+(-\sin L)\,\Delta y_s\\(-\cos\sin L)\,\Delta X_s+(\cos B\cos L)\,\Delta y_s\end{pmatrix}\quad ..\ (36)$$

وللعمود الثالث الشكل الآتي:

$$G_{F3}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{m^2}(-\sin B\cos L)\,\Delta X_s-\frac{1}{m^2}(-\sin B\sin L)\,\Delta y_s-\frac{1}{m^2}(\cos B)\,\Delta Z_s\\-\frac{1}{m^2}(-\sin L)\,\Delta X_s-\frac{1}{m^2}(\cos L)\,\Delta y_s\\-\frac{1}{m^2}(\cos B\cos L)\,\Delta X_s-\frac{1}{m^2}(\cos B\sin L)\,\Delta y_s-\frac{1}{m^2}(\sin B)\,\Delta Z_S\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\Delta X_T\\\Delta y_T\\\Delta Z_T\end{pmatrix}\quad ..\ (37)$$

عندها، يصبح لمصفوفة التابع الوزني B_F الشكل الآتي:

$$\begin{pmatrix}\Delta X_{A-1}\ldots\Delta X_i\ldots.\Delta X_n & \Delta X_{A-1}\ldots\Delta y_i\ldots\Delta y_n & \Delta Z_{A-1}\ldots\Delta Z_i\ldots\Delta Z_n & .\\ g_{11}\ldots g_{11}\ldots.0 & g_{21}\ldots g_{21}\ldots 0 & g_{31}\quad g_{31}\quad 0 & .\\ g_{12}\ldots.g_{12}\ldots 0 & g_{22}\quad g_{22}\quad 0 & g_{32}\quad g_{32}\quad 0 & .\\ g_{13}\quad g_{13}\quad 0 & g_{23}\quad g_{23}\quad 0 & g_{33}\quad g_{33}\quad 0 & .\end{pmatrix}\rightarrow$$

$$\rightarrow\begin{matrix}\Delta X_{AC} & \Delta y_{AC} & \Delta Z_{AC} & \Delta x_{CB} & \Delta y_{CB} & \Delta z_{CB}\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{matrix}\quad\begin{pmatrix}dB & dL & dm\\ \sum_1^i GF_{11} & \sum_1^i GF_{12} & \sum_1^i GF_{13}\\ \sum_1^i GF_{21} & \sum_1^i GF_{22} & \sum_1^i GF_{23}\\ \sum_1^i GF_{31} & \sum_1^i GF_{32} & \sum_1^i GF_{33}\end{pmatrix}$$

ومن ثَمّ، فمصفوفة الارتباط لإحداثيات النقطة المحددة i في جملة الإحداثيات الجيوديزية المركزية المحلية نسبة إلى الجملة المعطاة، يحسب بالعلاقة الآتية:

$$K_T=B_F\;K_{s,a}\;B_F^T\qquad ..\ (38)$$

وعند معالجتنا للمعطيات نفسها في كلتا الطريقتين (طريقة معادلات الأرصاد – الطريقة الشرطية) فإننا وصلنا إلى النتائج نفسها، ومن ثَمّ استناداً إلى التطور العلمي الكبير، والاستخدامات الواسعة لنظام GPS في الأعمال الهندسية المدنية المعاصرة، فإن الخوارزمية المقترحة في هذه المقالة، تعد قاعدة أساسية لتقييم دقة الشبكات الجيوديزية المقيسة والمنشأة وفق نظام GPS وأساساً للانتقال من جملة إحداثيات معينة إلى جملة

إحداثيات أخرى تختلف عنها، وهي تطوير واستمرارية للدراسات [1، 2] في هذا المجال.

النتائج والتوصيات:

1- إن تقييم دقة النتائج في طريقتي التعديل (طريقة معادلات الأرصاد – الطريقة الشرطية) وبمعاملي ارتباط مختلفين كانت نفسها، أي إن هذه الدراسة تؤكد نتائج الدراسات السابقة في إمكانية الدمج بين القياسات الجيوديزية في جملتين إحداثيتين مختلفتين عن بعضهما بعضاً.

2- إمكانية استخدام خوارزمية الدمج هذه في حساب التصحيحات والتعديلات على مصفوفات الأرصاد للقواعد الجيوديزية المقيسة في الشبكات الجيوديزية.

3- إمكانية الانتقال من جملة إحداثيات، إلى جملة إحداثيات أخرى والحصول على الدقة نفسها في النتائج.

4- إمكانية استخدام أرصاد GPS بشكل مباشر، ومعالجة النتائج، للانتقال إلى أي جملة إحداثيات محلية.

Reference*

1- MARKOZE. U. E. "dva algretma obedenenei nazemneekh e spotnekoveekh geadezi echeskuhk setoee. Geodezuu Aerofotosoimka". 1995. No2.
2- MARKOZE. U. E. "KORS sfereodecheskehk geodezu". Moscow. Nedra. 2003.
3- HOFMAN. B. "global positioning system theory and practice", springer – velag wien. New York, 1992
4- KOGEIA. B. A. "Preobrazavania orovnenee popravak spotnekoveekh ezmerenee k vedo odoBnovo dla orovnevania", Geodezuu e Kartografee. 2001.
5- MIKHAIL. E. Anderson, J. "surveying theory and practice", McGraw-Hill, 1998.
6- ERMO LENKO. A. C. KANDEBO C. N. KRAVCHENKO, O. B. "opredelenei Totshnostee netianoteekh laka lneekh zvenov GPS. Postroinee", Geodezuu e Kartografee. 2008. No 12

* تاريخ ورود البحث إلى مجلة جامعة دمشق 2012/7/17