

كيفية استخدام طريقة المستقيمين لحساب السهوم في العناصر الخطية البيتونية المسلحة الخاضعة لأحمال طويلة الأمد (ثابتة أو متزايدة)

الدكتور غسان محمود
قسم الهندسة الإنشائية
كلية الهندسة المدنية - جامعة دمشق
الدكتور إبراهيم الجراد

الملخص

يعالج البحث إمكانية حساب السهوم في العناصر الخطية المنفذة من البيتون المسلح بتأثير الأحمال طويلة الأمد (بقيم ثابتة أو متزايدة) وفقاً لطريقة المستقيمين المقترحة في بحث سابق من أجل الأحمال اللحظية [2] .

يتألف مخطط العلاقة بين عزم الانحناء M والتقوس المرافق δ وفقاً لطريقة المستقيمين من قطعتين مستقيمتين تتقاطعان في نقطة تسمى العقدة وتمثلان معاً مرحلتي ماقبل التشقق I وما بعده II ، حيث يتحدد ميل هاتين القطعتين اعتماداً على القواعد الأساسية المعروفة في نظريات البيتون المسلح دون اللجوء إلى عمليات التكامل العددي/ مع الأخذ بالحسبان مصطلحات الكود العربي السوري/.

يبين المرجع [2] أن طريقة المستقيمين تعطي نتائج جيدة مقارنة مع النتائج التجريبية لعدد من الاختبارات السابقة المعروفة / تجارب مالداغ ، فرانز و برينكر ، ليفيتسكي وزملاؤه وغيرهم / وذلك بتأثير الأحمال اللحظية. ويؤكد هذا البحث إمكانية استخدام طريقة المستقيمين لحساب السهوم بتأثير الأحمال طويلة الأمد بعد إجراء بعض التعديلات الضرورية فيها ، الأمر الذي تؤكد نتائجه المقارنة بين السهوم المحسوبة وفقاً لطريقة المستقيمين وعدد من الكودات العالمية المعروفة بمصداقيتها. تتميز طريقة المستقيمين المقترحة في البحث بالبساطة والشفافية وإمكان تعديل بعض المفاهيم الأساسية الواردة فيها من أجل الأخذ بالحسبان العوامل المؤثرة في الحساب والتي يتم إهمالها أحياناً لتسهيل الحساب .

١- مقدمة:

بعد حساب الانتقالات / السهوم وزوايا الدوران / من القضايا الأساسية في نظريات البيتون المسلح لما لها من أثر كبير في طبيعة استثمار المنشآت البيتونية المسلحة وأدائها السليم ، ولهذا كان من الطبيعي أن

كيفية استخدام طريقة المستقيمين لحساب السهوم في العناصر الخطية البيتونية المسلحة...

يزداد الاهتمام بها من خلال ازدياد البحوث النظرية والتجريبية الهادفة لإيجاد طرائق حسابية أفضل من جهة البساطة ومن جهة المصدقية عند مقارنتها مع النتائج العملية .

تم ربط طرائق الحساب المعتمدة باتجاهات متعددة لها علاقة بنظريات التشقق ، قدرة التحمل ، الطبيعية الخاصة للبيتون والتسليح كمادتين مختلفتين في منشآت البيتون المسلح يعملان معاً ضمن شروط خاصة ، إضافة إلى نوعية الأداء الفعلي للبيتون المسلح / خطي أو لاطخي / وغير ذلك ، الأمر الذي كان له كبير الأثر في تعدد طرائق الحساب وتنوعها .

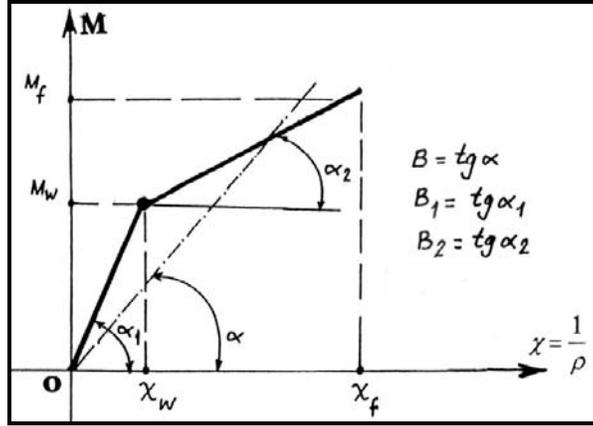
يمكن هنا الإشارة إلى اتجاهين أساسيين :

- **الاتجاه الأول:** يعتمد على استخدام العلاقات الأساسية / علاقات توازن القوى والعزوم وغيرها / انطلاقاً من تأثير الأحمال اللحظية (قصيرة الأمد) مع اعتبار الخواص الانسيابية للبيتون (الانكماش ، الزحف ، الانتفاخ مثلاً) قضايا ثانوية مكملة يمكن أخذها بالحسبان بوسائط تقريبية
- **الاتجاه الثاني:** يركز على تأثير الأحمال الدائمة (طويلة الأمد) والحصول على النتائج المطلوبة على أساس الدراسة المعمقة لخواص البيتون الانسيابية ، وقبول افتراضات معينة غير مفضلة في كثير من الأحيان .

ترتكز معظم الطرائق المعتمدة لحساب الانتقالات في الكمرات البيتونية المسلحة ارتكازاً أساسياً على قاعدة التقوس الوسطي، إذ تعدد العلاقة بين التقوس $\chi = \rho^{-1}$ وعزم الانحناء ρ/M - نصف قطر التقوس / تابعاً إما مستمراً أو مستمراً على مراحل بسبب وجود قفزات مفاجئة ما عند الانتقال من مرحلة ما قبل التشقق I إلى مرحلة التشقق II في البيتون .

تتضمن المراجع ذات العلاقة العديد من الطرائق و الافتراضات المختلفة في شكلها ومضمونها، ويلاحظ في معظم هذه الطرائق والاقتراحات تركيز واضح على تحديد شكل العلاقة $\chi(M)$ ، إما بشكل أساسي تحليلي بالاعتماد على توازن القوى والتشوهات من أجل جميع النقاط (الاتجاه الأول)، وإما بشكل وسيط حيث تحدد فيه بعض النقاط الأساسية المميزة بشكل تحليلي ثم توصل هذه النقاط بقطع مستقيمة أو منحنية وبحيث تكون المخططات الناتجة متوافقة ما أمكن مع المخططات التجريبية .

يمثل البحث الراهن محاولة لاستخدام طريقة المستقيمين المبينة في [2] من أجل حساب السهوم وزوايا الدوران في الكمرات البيتونية المسلحة بتأثير الأحمال طويلة الأمد، باعتبار أن هذه الطريقة، كما يؤكد المرجع [2]، تعطي نتائج مقبولة مقارنة مع النتائج التجريبية عند تأثير الأحمال اللحظية (قصيرة الأمد)، وتتميز بالبساطة مقارنة مع غيرها .



الشكل ١. مخطط العلاقة $\chi(M)$ وفقاً لطريقة المستقيمين [٢]

١.١ - الأسس العامة لطريقة المستقيمين بتأثير الأحمال اللحظية:

تعدُّ هذه الطريقة إحدى الطرائق الوسيطة، حيث يعبر عن العلاقة $\chi(M)$ بمخطط يتألف من قطعتين مستقيمتين تتحددان بالنقاط الإحداثية $(0, 0)$ ، (χ_w, M_w) ، (χ_f, M_f) ، تسمى نقطة الانكسار (χ_w, M_w) عقدة المخطط، حيث إن:

$$M_w = 0,75 M_{cr} \text{ - عزم الانحناء في العقدة.}$$

$$\chi_w = 0,75 \chi_{cr} \text{ - التقوس المرافق في العقدة.}$$

$$M_{cr} \text{ - عزم الانحناء المسبب للتشقق في البيتون.}$$

$$\chi_{cr} \text{ - التقوس المرافق للعزم } M_{cr}.$$

M_f - عزم الانحناء قبيل لحظة الانهيار (الانكسار) مباشرة، ويؤخذ مساوياً قيمة العزم الأعظمي M_{max} الذي يحدد اعتماداً على توازن القوى الداخلية في المقطع بافتراض أن توزع إجهادات الضغط في المقطع على شكل مستطيل.

χ_f - التقوس المرافق للعزم M_f ويحدد بافتراض أن التشوه النسبي في فولاذ التسليح مساوياً f_y / E_s حيث E_s (f_y - إجهاد الخضوع في الفولاذ، E_s - معايير التشوه في الفولاذ)، وتمثل قيمة التشوه النسبي هذه أصغر قيمة تسبب مرحلة اللدونة، وأكبر قيمة تمثل مرحلة المرونة في الفولاذ.

يمثل ميل القطعة المستقيمة الأولى الصلابة في مرحلة ما قبل التشقق، أي:

$$B_1 = \frac{M_w}{\chi_w} ; \dots \quad (1)$$

ويمثل ميل القطعة الثانية الصلابة في المرحلة المتشقة، أي:

$$B_2 = \frac{M_f - M_w}{\chi_f - \chi_w}; \dots \quad (2)$$

ويمثل ميل القطعة الواصلة بين النقطة (0,0) وأية نقطة أخرى على القطعة الثانية الصلابة الوسطية التي تتغير مع تغير عزوم الانحناء، أي:

$$B = \frac{1}{1 - m_w (1 - C)}; \dots \quad (3)$$

حيث :

$$m_w = \frac{M_w}{M} \quad , \quad C = \frac{B_2}{B_1} ; \dots \quad (4)$$

يحسب السهم الأعظمي كمجموع للسهم الجزئية التي تنشأ في أجزاء الكمره المدروسة التي يعبر عن النغوس والعزوم فيها بتتابع بسيطة، العلاقة (٥) ، وتتحدد في الأجزاء المدروسة النقاط التي تمثل M_w ، χ_w ، النقاط التي تطبق فيها أحمال مركزة أو قوى أحادية، النقاط التي تتغير فيها شدة الحمولة الموزعة، النقاط التي يتغير فيها مقطع التسليح وغير ذلك.

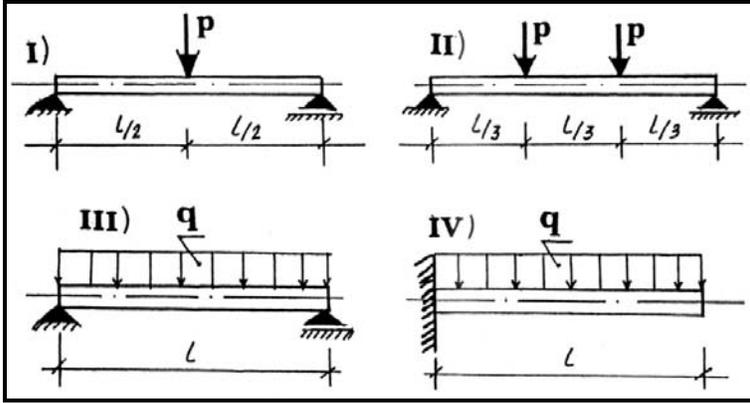
$$; \quad (5) \quad f_{\max} = \sum_{i=1}^n f_i = \sum_{i=1}^n \int_{L_i} \bar{M}(x) \chi[M(x)] dx$$

حيث : n - عدد الأقسام في نصف الكمره المتناظرة.

L_i - طول القسم المدروس (i).

$\bar{M}(x)$ - عزم الانحناء الناتج عن تطبيق قوة وهمية تساوي الواحد.

$\chi[M(x)]$ - النغوس كتابع لعزم الانحناء في المقطع المدروس.



الشكل رقم ٢. نماذج من الكمرات البسيطة المدروسة

يمكن، بناء على ما تقدم، إيجاد علاقات بسيطة سهلة الاستخدام لحساب السهوم العظمى في الكمرات البيوتونية المسلحة المتناظرة وذات التسليح الثابت بتأثير الأحمال اللحظية. ويبين الشكل (٢) والجدول (١) بعض الحالات المذكورة اقتباساً من المرجع [2].

من العلاقات السابقة المبينة في الجدول (١) يمكن حساب السهم الأعظمي ببساطة، إذ تحدد الصلابتان (B_1) ، (B_2) باستخدام العلاقتين (1, 2)، ويحدد المعاملان c و m_w باستخدام العلاقتين (4) بعد إيجاد قيمة أقل عزم مسبب للتشقق M_{cr} من أجل المقاطع المختلفة بشكل عام (المقاطع المجنحة من الشكل I, T، والمقاطع المستطيلة)، ونكتفي هنا بإيراد العلاقة التي تخص المقاطع المستطيلة وفقاً للرموز والمصطلحات المبينة على الشكل (٣).

$$M_{cr} = \left[3(1-\xi)^2 + 4 \frac{\xi^3}{1-\xi} + A \right] bd^2 f_{ct} / 6; \dots \quad (6)$$

حيث :

وبفرض أن:

$$\xi = \frac{1+2\alpha}{2(1+\alpha+\alpha')} \quad (7)$$

$$A = \frac{12(1-\beta)}{1-\xi} [\alpha(1-\xi-\beta)^2 + \alpha'(\xi-\beta')^2]$$

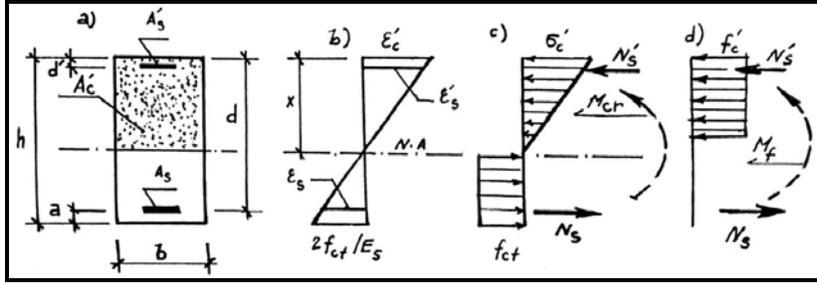
$$; (8) \alpha = \frac{n A_s}{b d}; \alpha' = \frac{n A_s'}{b d}; \xi = \frac{x}{h}; \beta = \frac{a}{h}; \beta' = \frac{d'}{h}; n = \frac{E_s}{E_c}$$

وكذلك :

- f_{ct} - مقاومة البيتون على الشد.
- bd - المقطع الفعال في الكمرة.
- A_s, A_s' - مقطع التسليح في منطقتي الشد والضغط .
- E_C ، E_S - معايير تشوه الفولاذ ومعايير تشوه البيتون.
- x - عمق منطقة الضغط في المقطع العرضي.

الجدول (١) السهم الأعظمي في بعض الكمرات البسيطة المتناظرة وفقاً لطريقة المستقيمين:

الحالة وفق الشكل (٢)	العزم (M)	معادلة السهم (f)
I	$\frac{PL}{4} M =$	$f = \frac{ML^2}{12B_2} \left[1 - (1-C)m_w \frac{3-m_w^2}{2} \right]$
II	$\frac{PL}{3} M =$	$f = \frac{23ML^2}{216B_2} \left[1 - (1-C)m_w \left(\frac{27}{23} - \frac{4}{23}m_w^2 \right) \right]$
III	$q \frac{L^2}{8} M =$	$f = \frac{5ML^2}{48B_2} \left[1 - (1-C)m_w \frac{12-6\lambda-4\lambda^2+3\lambda^3}{5} \right]$ حيث: $\lambda = 1 - \sqrt{1-m_w}$
IV	$\frac{qL^2}{2} M =$	$f = \frac{ML^2}{4B_2} [1 - (1-C)m_w (2-m_w)]$



الشكل رقم ٣. المقطع العرضي مع الرموز المستخدمة

وبالنسبة لحساب التقوس (χ_{cr}) يمكن استخدام العلاقة (9):

$$\chi_{cr} = \frac{M_{cr}}{B_1} = \frac{2f_{ct}}{E_c h(1-\xi)} \dots \quad (9)$$

وبالنسبة للعزم الحاصل قبيل لحظة الانكسار مباشرة M_f فيحسب بعده مساوياً للعزم المقاوم الأعظمي المحسوب بفرض أن مخطط إجهادات الضغط في البيتون موزع على شكل مستطيل، وتحسب قيمة السهم المرافق χ_f وفقاً للعلاقة (10).

$$\chi_f = \frac{fy}{E_s(d - \xi h)} \dots \quad (10)$$

على أن تحسب ξ الواردة في العلاقة (10) كما يلي:
- يحدد المعامل K ، حيث:

$$K = \frac{E_s f_c'}{0,75 E_c fy}$$

$$\alpha = \frac{4}{3} \cdot \frac{E_s A_s}{E_c bd} ; \text{ أي: } n = \frac{4}{3} \frac{E_s}{E_c}$$

ثم تحسب قيمة ξ وفقاً للمتراحة (11)

$$\xi = \begin{cases} \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha} - \alpha & \text{if } \alpha \leq \frac{K^2}{2(1+K)} \\ \frac{2\alpha + K^2}{K(2+K)} & \text{if } \alpha > \frac{K^2}{2(1+K)} \end{cases} \quad (11)$$

١ - ٢ . تأثير الأحمال طويلة الأمد في حساب السهوم :

يتزايد تقوس الكمره البيتونية المسلحة المتشققة بتأثير عزوم الانحناء لفترة طويلة رغم عدم تغير قيمها بسبب التزايد الكبير في التشوهات نتيجة التشوهات الإضافية الناجمة عن ظاهرة السيلان في البيتون Creep في منطقة الضغط . هنا تتناقص الإجهادات في البيتون المضغوط ، وعند وجود تسليح في منطقة الضغط يلاحظ تزايد في انضغاطية هذا التسليح مما يسبب تناقصاً في طوله ، ويصبح عائقاً أمام حرية حركة تشوهات السيلان مع الزمن .

لقد لوحظ منذ زمن بعيد أن ظاهرة السيلان تحدث نتيجة لتطبيق الأحمال الثابتة لفترات طويلة ، وهي تسبب اتساعاً أكبر في التشققات الناجمة عن التأثير اللحظي لهذه الأحمال ، وتعدّ عاملاً في تشكل تشققات إضافية لاتلاحظ عادة عند تأثير الأحمال اللحظية ، وهذا ما يؤخذ بالحسبان في كثير من طرائق الحساب المعروفة بشكل أو بآخر من خلال عدّ الإجهادات ، التشوهات و معايير المرونة توابع للزمن . وفي الكود العربي السوري مثلاً يؤخذ معامل / معيار / تشوه البيتون الفعلي مع الزمن E_c كتابع لمعامل السيلان ϕ ومعايير المرونة اللحظي E_{co} ، أي :

$$(12) E_c = \frac{E_{co}}{1 + \phi} ;$$

يعبر معامل السيلان ϕ عن نسبة التشوهات الحاصلة بسبب ظاهرة السيلان إلى التشوهات الناجمة عن التأثير اللحظي للحمولة المطبقة ، ويسمح الكود السوري بلحظ أثر السيلان في الأحوال العادية بزيادة قيمة السهم الناتج عن الأحمال اللحظية بنسبة معينة تبعاً لمدة التحميل ونسبة تسليح الضغط في المقطع . ويستخدم معامل السيلان ϕ بشكل أو بآخر في العديد من الكودات المعروفة عالمياً ، وسيجد له مكاناً في طريقة المستقيمين موضوع هذا البحث .

٢ - حساب الانتقالات بتأثير الأحمال طويلة الأمد :

يقتصر البحث هنا على حساب السهوم في الكمرات البيتونية المسلحة البسيطة ذات المقطع العرضي المستطيل في الحالتين التاليتين :

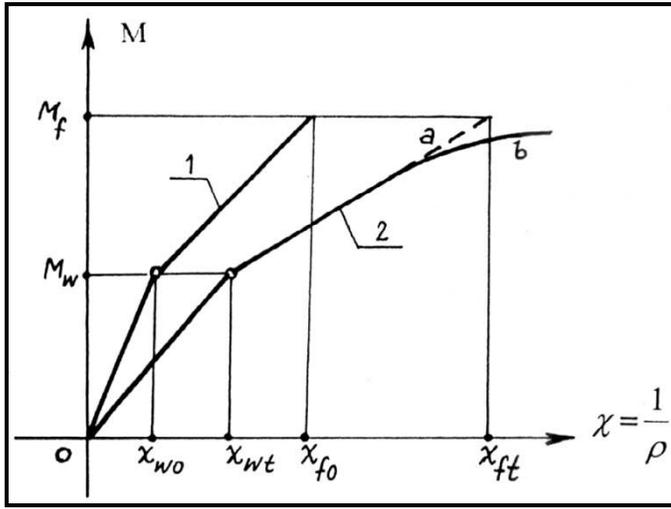
- تأثير العزم ثابت القيمة وطويل الأمد.
- تأثير العزم متغير القيمة وطويل الأمد.

وتترك الحالات الأخرى ، ومنها التأثير المشترك للعزم الثابت والمتغير القيمة ، حالة المقاطع غير المستطيلة ، أنواع الكمرات الأخرى وغير ذلك ، لبحوث أخرى لاحقة .

٢ - ١ . تأثير العزم الثابت طويل الأمد :

ليكن المقطع العرضي للكمرة معرضاً لتأثير عزم انحناء M قيمته ثابتة خلال زمن طويل t . بسبب العزم M تقوساً في الكمره / خلال الزمن t / قدره χ_t . ووفقاً لطريقة المستقيمين المبينة في [2] يأخذ مخطط العلاقة (M) χ_t شكلاً مشابهاً لحالة التأثير اللحظي للعزم ، أي يعدّ هذا المخطط مؤلفاً من قطعتين مستقيمتين تتحددان بالنقاط الإحداثية $(0, 0)$ ، (χ_{wt}, M_w) ، (χ_{ft}, M_f) كما يوضح الشكل (٤) الذي

يبين أيضاً مخطط العلاقة $\chi_0(M)$ في حالة التأثير اللحظي للعزم، إذ أضيف الرمز الملحق "0" عند الإشارة إلى حالة التأثير اللحظي والرمز الملحق "t" عند الإشارة إلى حالة التأثير طويل الأمد للعزم المطبق.



الشكل رقم ٤: مخطط العلاقة $\chi(M)$ في حالتي التأثير اللحظي والتأثير طويل الأمد للحمولة المطبقة:

(a) وفقاً لطريقة المستقيمين
(b) العلاقة الفعلية المحتملة

١- حالة التحميل
٢- حالة التحميل طويل الأمد

ولا بد من الإشارة هنا إلى الاختلاف الكبير الذي يحصل عند تحديد مخططي العلاقتين $\chi_0(M)$ ، $\chi_t(M)$ بطريقة تجريبية، إذ يمكن الحصول على مخطط العلاقة $\chi_0(M)$ اختبار كمره واحدة تخضع لعزوم انحناء متزايدة تدريجياً وقياس النغوس الناتج عند كل مستو من مستويات التحميل، على حين يجب اختبار عدد من الكمرات يساوي عدد مستويات التحميل المطلوبة، وقياس النغوس المرافق لكل منها في الوقت نفسه t، وذلك بهدف الحصول على مخطط العلاقة $\chi_t(M)$ في حالة التأثير طويل الأمد للعزم.

عندما تكون العزوم أقل من M_w تحدد قيم النغوس كتابع للزمن وفقاً لنظرية العناصر غير المتشقة، أي:

$$\phi_t \chi_t = (1 + \phi_t) \chi_{w0} \quad (13)$$

هذا يعني أن النغوس في العقدة بتأثير العزم الثابت طويل الأمد يساوي:

$$(14) \chi_{wt} = (1 + \phi_t) \chi_{w0};$$

كيفية استخدام طريقة المستقيمين لحساب السهوم في العناصر الختية البيتونية المسلحة...

أما التقوس الأعظمي الذي يمثل أصغر قيمة تسبب بداية مرحلة اللدونة في الفولاذ وأكبر قيمة يعمل فيها المقطع في الحالة المرنة فيحسب بالعلاقة التالية:

$$\frac{1}{\rho} = \chi_{ft} = \frac{\bar{\epsilon}_{st} + \bar{\epsilon}_c}{d}; \dots \quad (15)$$

حيث :

ρ - نصف قطر التقوس (الانحناء).

$\bar{\epsilon}_{st}, \bar{\epsilon}_c$ - التشوهات الوسطية النسبية في الألياف الطرفية للبيتون المضغوط والتسليح المشدودين التشققات الشكل (٥).

d - ارتفاع المقطع الفعال

وبقبول أن $\bar{\epsilon}_{st} = \epsilon_{so}$ ينتج أن:

$$\chi_{ft} = \frac{\epsilon_{so} + \bar{\epsilon}'_{co}(1 + \phi_t)}{d}; \quad (16)$$

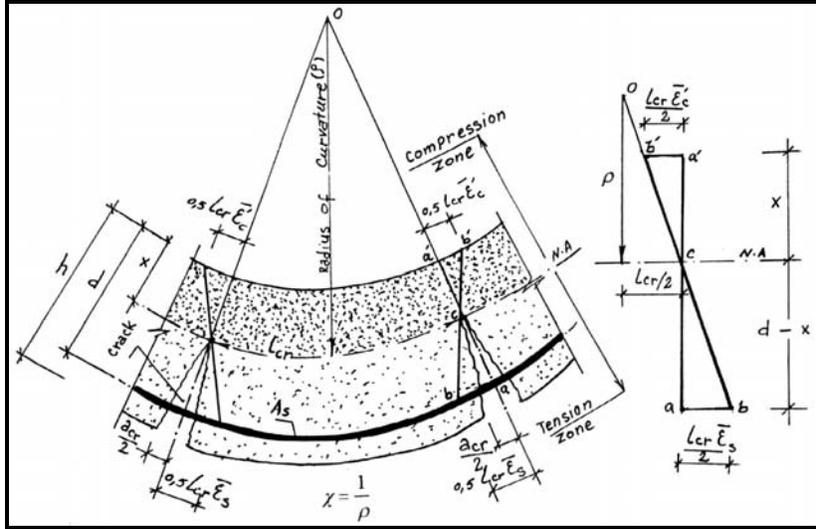
حيث:

$\bar{\epsilon}'_{co}; \epsilon_{so}$ - التشوهات النسبية في التسليح المشدود والألياف الطرفية المضغوطة للبيتون بتأثير الأحمال اللحظية.

ولأن $\bar{\epsilon}'_{co} = \epsilon_{so} \frac{x}{d-x}$ حيث x - عمق منطقة الضغط المرافق للتقوس الأعظمي بتأثير الأحمال

اللحظية / مخطط التشوهات مثلثي الشكل / و ينتج أن:

$$\chi_{ft} = \chi_{f0}(1 + \xi\phi_t); \dots \quad (17)$$



الشكل رقم ٥. التقوس في مرحلة التشقق

وهكذا تصبح مشكلة التأثير طويل الأمد للعزم الثابت محلولة، إذ يمكن حساب السهم الأعظمي باستخدام العلاقات السابقة المستخدمة في حالة التأثير اللحظي بعد استبدال بقيم الصلابتين B_{2t} و B_{1t} الصلابتين B_{20} و B_{10} الجدول (١)، حيث إن:

$$B_{1t} = \frac{B_{10}}{1 + \phi t} ; \quad (18)$$

$$B_{2t} = \frac{M_f - M_w}{\chi_{fo}(1 + \phi_t \xi) - \chi_{wo}(1 + \phi_t)} ; \quad (19)$$

٢-٢ - تأثير العزم طويل الأمد المتغير تدريجياً :

بالعودة إلى الشكل (٣) يمكن التعبير عن التقوس الناتج عن التطبيق اللحظي للعزم M كما يلي :

$$; (20) \chi_o(M) = \begin{cases} \frac{M\chi_{wo}}{M_w} & \text{for } M \leq M_w \\ \chi_{wo} + \frac{\chi_{fo} - \chi_{wo}}{M_f - M_w} (M - M_w) & \text{for } M > M_w \end{cases}$$

وبالاستفادة من العلاقتين (١٤) و(١٧) ينتج أن التقوس الناتج عن تأثير العزم الثابت (M) خلال الزمن (t) بدءاً من لحظة التحميل يعطى كما يلي :

$$; (21) \chi_t(M) = \begin{cases} (1 + \phi_t) \frac{M\chi_{wo}}{M_w} & \text{for } M \leq M_w \\ \chi_{wo} (1 + \phi_t) + \frac{\chi_{fo} (1 + \xi \phi_t) - \chi_{wo} (1 + \phi_t)}{M_f - M_w} (M - M_w) & \text{for } M \phi M_w \end{cases}$$

ويمكن كتابة العلاقتين (٢١) اعتماداً على العلاقات الأخرى الواردة أعلاه كما يلي :

$$; (22) \chi_t(M) = \begin{cases} \chi_o(M)(1 + \phi_t) & \text{for } M \leq M_w \\ \chi_o(M) + \phi_t \left[\chi_{wo} + \frac{\xi \chi_{fo} - \chi_{wo}}{M_f - M_w} (M - M_w) \right] & \text{for } M \phi M_w \end{cases}$$

تأخذ العلاقة (٢٢) الشكل المختصر التالي :

$$\chi_t(M) = \chi_o(M) + \phi_t F(M) \quad ; \quad (23)$$

حيث إن :

F(M) - تابع مستمر للعزم (M) وهو قابل للاشتقاق بالتجزئة ويعطى كما يلي :

$$F(M) = \begin{cases} \frac{M\chi_{wo}}{M_w} & \text{for } M \leq M_w \\ \chi_{wo} + \frac{\xi \chi_{fo} - \chi_{wo}}{M_f - M_w} (M - M_w) & \text{for } M \phi M_w \end{cases} ; \quad (24)$$

ليكن الآن $M(\tau)$ عزم انحناء تتغير قيمته تبعاً للزمن (τ) ، هذا يعني ضرورة تحديد التقوس الناتج كتابع للعزم $M(\tau)$ ، وبعد مرور زمن قدره (t) يكون العزم السابق قابلاً للاشتقاق في المجال $[0, t]$

لنفرض الآن أن عزم الانحناء عند تغيير فـ في اللحظة (τ_1) بمقدار $d(M)$ ، عندئذ يصبح التقوس الحاصل وفقاً للشكل (٦) . وفي الحالة العامة، يمكن استبدال بمنحني العزم $M(\tau)$ منحنيًا متدرجًا تتغير قيم العزوم فيه في اللحظات (τ_i) كما في الشكل (٧) ، وباستخدام الرموز الإضافية التالية :

$$M(0) = M_0 \text{ - عزم الانحناء في اللحظة } (\tau = 0).$$

$$M(\tau_i) = M_i \text{ - عزم الانحناء عند الزمن } (\tau_i) \text{ حيث } (i = 1, 2, 3, \dots, n-1).$$

$$M(t) = M_t \text{ - عزم الانحناء في اللحظة } (\tau = t).$$

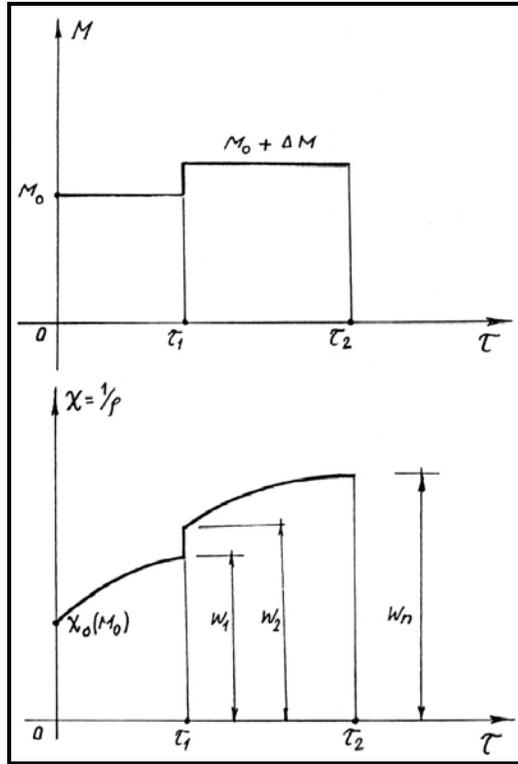
يصبح التقوس الناتج ، بعد إجراء العمليات الرياضية المطلوبة والإصلاحات الضرورية ، مساوياً:

$$\chi = \chi_0(M_t) + \phi_t F(M_t) - \int_0^t \phi_\tau \frac{dF[M(\tau)]}{d\tau} d\tau \quad (٢٥)$$

وبملاحظة العلاقة (٢٣) ينتج أن :

$$(26) \chi = \chi_t(M_t) - \int_0^t \phi_\tau \frac{dF(M)}{dM} \frac{d[M(\tau)]}{d\tau} d\tau ;$$

$$\chi = \chi_t(M_t) - \int_0^t \phi_\tau \frac{dF(M)}{dM} \frac{d[M(\tau)]}{d\tau} d\tau$$



الشكل رقم ٦. التقوس بتأثير التزايد المتدرج لعزوم الانحناء

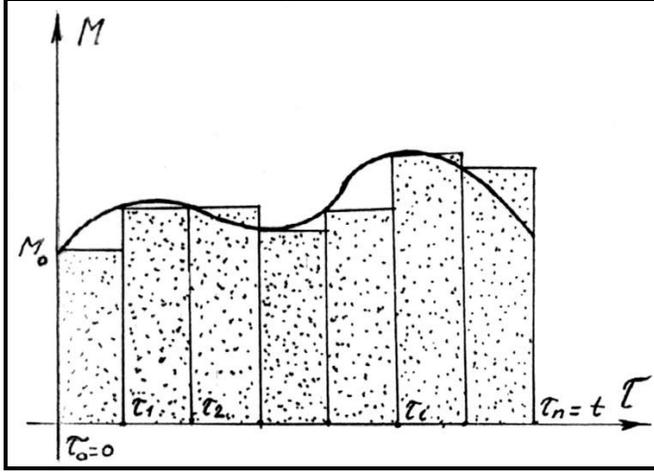
حيث يحدد المشتق $(dF(M)/dM)$ استناداً إلى العلاقتين (٢٤) كما يلي :

$$\frac{dF(M)}{dM} = \begin{cases} \frac{\chi_{wo}}{M_w} & \text{for } M \leq M_w \\ \frac{\xi \chi_{fo} - \chi_{wo}}{M_f - M_w} & \text{for } M \phi M_w \end{cases} ; (27)$$

بعد ذلك يمكن حساب الانتقالات / السهوم وزوايا الدوران / بإجراء التكامل المبين في العلاقة (٢٨) :

$$f = \int_L \bar{M}(x) \chi[M(x)] dx \quad ; \quad (28)$$

حيث تم توضيح الرموز الواردة في هذا التكامل مسبقاً .



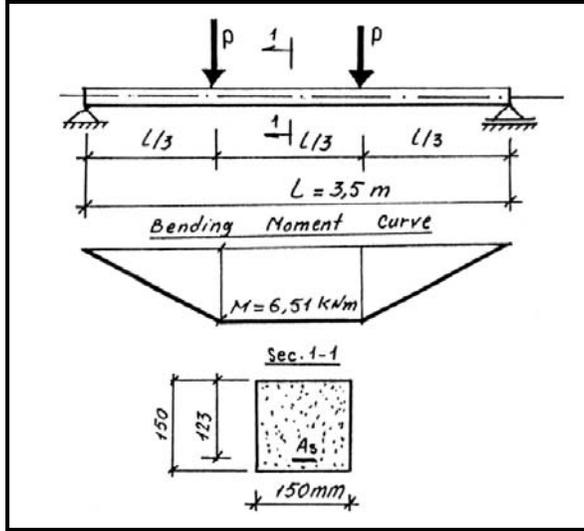
الشكل رقم ٧. المخطط التقريبي لعزم الانحناء كتابع الزمن

إن حساب التكامل الوارد أعلاه عملية ليست معقدة ولكنها تتطلب وقتاً طويلاً في حال عدم استخدام الحاسوب الذي يوفر الوقت والجهد توفيراً جذرياً. وبشكل عام، يمكن استخدام العلاقات (٢٦، ٢٨، ٢٧) لحساب القوس والانتقالات بتأثير الأحمال المتغيرة طويلة الأمد مثل أحمال الثلج ودفع الماء على الحواجز وغير ذلك، وأيضاً عند تحليل المنشآت غير المقررة ستاتيكيًا بتأثير الأحمال الثابتة طويلة الأمد، إذ تنشأ في هذه المنشآت عزوم انحناء تتغير مع الزمن بسبب ظاهرة إعادة توزيع العزوم والقوى الداخلية الأخرى في المقاطع المختلفة.

٤- مثال حسابي:

يعالج هنا المثال نفسه الوارد في المرجع [2]، حيث كان المطلوب فقط حساب السهم الأعظمي بتأثير الأحمال اللحظية فقط. إضافة إلى ذلك، يطلب هنا أيضاً حساب السهم الناتج عن التطبيق طويل الأمد للحمولة. وفيما يلي نص المثال:

كمرّة بيتونية مسلحة بسيطة مقطعها العرضي مستطيل، الشكل (٨)، وجرها الفعال 3,5m تخضع لعزم انحناء قدره $M = 6,51 \text{ kNm}$ نتيجة تطبيق قوتين مركزيتين في نقطتي الثلث والمطلوب:



الشكل رقم ٨. ميزات الكمرة المدروسة وجماليتها الإنشائية في المثال المدروس

(a) حساب السهم اللحظي الناتج عن تطبيق الحمولة.
 (b) حساب السهم الأعظمي الناتج عن التطبيق طويل الأمد للحمولة الثابتة.

يفترض أن:

$$f_{ct} = 1,75 \text{ MPa} , f_y = 250 \text{ MPa} , E_c = 2,9 \cdot 10^4 \text{ MPa}$$

$$\phi_t = 2,0 , E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa} , A_s = 4,62 \text{ cm}^2 , f'_c = 18 \text{ MPa}$$

الحل:

(a) حساب السهم اللحظي:

أ- حساب العزم والتقوس في العقدة:

$$\xi = \frac{1+2\alpha}{2(1+\alpha)} = 0,577 \quad \alpha = \frac{nA_s}{bd} = 0,181$$

$$\beta = a / h = 0,18$$

$$1 - \beta = 0,82$$

$$A = 12 (1 - \beta) (1 - \beta - \xi)^2 \alpha / (1 - \xi) = 0,248$$

$$b h^2 f_{ct} [3 (1 - \xi)^2 + 4 \xi^3 / (1 - \xi) + A] = 2,56 \text{ kNm} \cdot \frac{1}{6} M_{cr} =$$

$$) E_c = 19 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1} \cdot \xi \chi_{cr} = 2 f_{ct} / h(1 -$$

تحسب القيم M_w و χ_w بتخفيض قيم M_{cr} و χ_{cr} بنسبة 25% ، أي:

$$\chi_{wo} = 0,75 \chi_{cr} = 14,3 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$M_w = 0,75 M_{cr} = 1,92 \text{ kNm}$$

ب - حساب التقوس الأعظمي وعزم الانكسار:

بحسب العزم M_f بافتراض أن مخطط إجهادات الضغط مستطيل الشكل، وهو يساوي 11,73 kNm وذلك بعد إهمال العمليات الحسابية الضرورية.

$$k = \frac{E_s f_c'}{0,75 E_c f_y} = 0,695$$

$$\alpha = \frac{4n As}{3bd} = 0,241$$

ولأن:

$$\alpha \phi \frac{K^2}{2(1 + K)} = 0,142$$

يكون مخطط الإجهادات لحظة الوصول إلى χ_f على شكل شبه منحرف. هذا يعني أن:

$$\xi = \frac{2\alpha + K^2}{K(2 + K)} = 0,517$$

$$\chi_{fo} = f_y / (d - x) E_s = 200 \cdot 10^4 \text{ m}^{-1}$$

$$B_{1o} = M_w / \chi_w = 1,34 \text{ MNm}^2$$

$$B_{2o} = (M_f - M_w) / (\chi_f - \chi_w) = 0,528 \text{ MNm}^2$$

$$C_o = B_2 / B_1 = 0,394$$

$$m_w = M_w / M = 0,295$$

ج - ويحسب السهم اللحظي وفقاً للحالة II في الجدول (١)، أي:

$$f = \frac{23 ML^2}{216 B_2} \left[1 - (1 - C_o) m_w \left(\frac{27}{23} - \frac{4}{23} m_w^2 \right) \right] = 0,0127 \text{ m} = 12,7 \text{ mm}$$

ولأن السهم الناتج عن تأثير الوزن الذاتي للكمرة يساوي 0,8mm / الحالة III وفقاً للجدول (1) / يكون السهم الأعظمي للكمرة مساوياً 11,9mm . وبتابع طريقة الكود العربي السوري يمكن حساب السهم اللحظي الناتج في الكمره السابقة، وهذه الطريقة طويلة بعض الشيء . وقيمة السهم الأعظمي بعد حذف السهم الناتج عن الوزن الذاتي تساوي 10,6mm ، وهذا يعني أن قيمة الانحراف النسبي بين الطريقتين يساوي نحو 10,9% .

(b) حساب السهم بتأثير الحمولة الثابتة طويلة الأمد:

- الصلابة في مرحلة ما قبل التشقق (قبل العقدة):

$$B_{1t} = \frac{B_{10}}{1 + \phi_t} = \frac{1,34}{1+2} = 0,447 MNm^2$$

التقوس في العقدة:

$$\chi_{wt} = \chi_{wo} (1 + \phi_t) = 14,3 (1 + 2) \cdot 10^{-4} = 42,9 \cdot 10^{-4} m^{-1}$$

التقوس الأعظمي:

$$\chi_{ft} = \chi_{fo} (1 + \phi_t) = 200 (1 + 0,517 \cdot 2) \cdot 10^{-4} = 406,8 \cdot 10^{-4} m^{-1}$$

- الصلابة في مرحلة التشقق (بعد العقدة):

$$B_{2t} = \frac{M_f - M_w}{\chi_{ft} - \chi_{wt}} = \frac{117,3 - 19,2}{406,8 - 42,9} = 0,27 MNm^2$$

ويكون:

$$C_t = \frac{B_{2t}}{B_{1t}} = \frac{0,27}{0,447} = 0,604$$

ويؤخذ $m_w = 0,295$ كما في حالة التأثير اللحظي للحمولة.

بحسب السهم الأعظمي بتطبيق الحالة II. أيضاً في الجدول (1) بعد استبدال بالصلابتين B_{1t} و B_{2t} الصلايتين المحسوبيتين أعلاه، أي أن:

$$f = \frac{23,6 \cdot 51,3 \cdot 5^2 \cdot 10^{-3}}{216 \cdot 0,27} \left[1 - (1 - 0,604) 0,295 \left(\frac{27}{23} - \frac{4}{23} \cdot 0,295^2 \right) \right] = 27,1 mm$$

أي أن الزيادة الحاصلة في قيمة السهم (بإهمال تأثير الوزن الذاتي) نتيجة التطبيق طويل الأمد للحمولة تساوي نحو 14,4mm، وهو ما يعادل نسبة زيادة قدرها 113% تقريباً بالنسبة للسهم اللحظي .

٥ - مقارنة النتائج:

بالنسبة لتأثير الأحمال اللحظية، فقد تمت مقارنة السهوم النظرية المحسوبة وفقاً لطريقة المستقيمين، موضوع هذا البحث، مع السهوم التجريبية التي حصل عليها مالداغ، فرانز، بريكر، ليفيتسكي وزملاؤه وغيرهم [2]، وكانت نتائج المقارنة متوافقة توافقاً مرضياً ولا سيما عند افتراض أن $M_w = 0,75$ و M_{cr} و $\chi_w = 0,75 \chi_{cr}$ ، وذلك لتجاوز بعض العوامل التي لها تأثير واضح في تخفيض قيم العزم المسببة للتشقق M_{cr} مثل ظاهرة الانكماش في البيتون، وجود أساور التسليح العرضي كعامل مسرع لعملية التشقق، تبعية مقاومة البيتون على الشد / كعامل أساسي عند حساب M_{cr} / لعدد من المؤثرات ذات الطبيعة العشوائية التي يصعب التحكم بها وطرائق تحديد هذه المقاومة وغير ذلك.

أما فيما يتعلق بتأثير التطبيق طويل الأمد للأحمال الثابتة في حساب السهوم النهائية وفقاً لطريقة المستقيمين المبينة في الفقرة (٣)، فقد تمت في إطار هذا البحث مقارنة السهوم المحسوبة وفقاً لطريقة المستقيمين مع السهوم المحسوبة وفقاً لعدد من الكودات المعروفة عالمياً والتي تم التأكد من توافقها مع النتائج التجريبية بشكل يفي بشروط الاستثمار المطلوبة. وفيما يلي ملخص لنتائج المقارنة مع الكود الروسي [4]، والبولوني [5]، حيث استخدمت كميات بسيطة ذات مقاطع عرضية مستطيلة تميزت بما يلي:

- نسبة التسليح على الشد $\mu_t = 0,5\%$ و $\mu_t = 1\%$

- المقاومة المتوسطة للبيتون على الضغط $f'_{cm} = 18 \text{ MPa}$

- المقاومة المتوسطة للبيتون على الشد $f_{ctm} = 1,75 \text{ MPa}$

- معايير تشكل البيتون $E_c = 2,9 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

- معايير تشكل الفولاذ $E_s = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$

- إجهاد الخضوع في الفولاذ $f_y = 400 \text{ MPa}$

وقد أخذ معامل السيلان مساوياً (٠) في حالة الأحمال اللحظية ومساوياً (3, 2, 1) من أجل الأحمال طويلة الأمد، وبعد إجراء الحسابات اللازمة عرضت النتائج على شكل جداول عددية ومخططات تعبر عن العلاقة بين التقوس الناتج في الكميات المدروسة والعزم المطبقة المرافقة لها، مثلاً الجدولان (٢) و (٣) والشكلان (٧) و (٨)، حيث تتضح طبيعة العلاقة بين (M/M_f) و (χ/χ_{cr}) وفقاً لطريقة المستقيمين BM والكودين الروسي SNIp والبولوني PN.

يلاحظ من المقارنات التي تم التحدث عنها أعلاه (بمراجعة الانحراف النسبي γ) أن استخدام طريقة المستقيمين يفي بالمطلوب من الناحية الحسابية، وبملاحظة أن هذه الطريقة بسيطة الاستخدام وأن الكود الروسي والبولوني يتوافقان بشكل جيد مع النتائج العملية يمكن القول: إن طريقة المستقيمين تحظى بهذا التوافق أيضاً.

الجدول (٢) علاقة العزم - التقوس وفقاً للكود الروسي وطريقة المستقيمين عندما $\mu_t = 1\%$

M/M f	χ / χ_{cr}											
	$\Phi_t = 0$			$\Phi_t = 1$			$\Phi_t = 2$			$\Phi_t = 3$		
	BM	SNIp	[0/0] γ	BM	SNIp	[0/0] γ	BM	SNIp	[0/0] γ	BM	SNIp	[0/0] γ
0,1	0,375	0,375	0	0,75	0,625	16	1,0	1,0	0	1,25	1,25	0

كيفية استخدام طريقة المستقيمين لحساب السهوم في العناصر الختية البيتونية المسلحة...

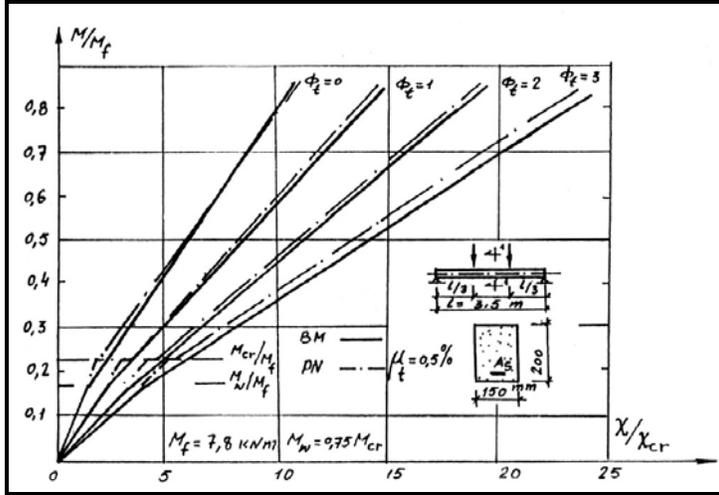
0,2	0,635	0,625	0	1,25	1,25	0	1,75	1,75	0	2,25	2,25	0
0,3	1,0	0,75	25	2,0	1,75	12,5	2,75	2,5	9,1	3,5	3,25	7,1
0,4	2,5	2,0	20	3,75	4,0	-6,6	4,75	5,25	-10,5	6,0	6,125	-0,21
0,5	4,0	3,75	6,25	5,5	5,25	4,5	6,875	6,75	1,8	8,5	8,375	1,5
0,6	5,25	5,0	4,8	7,0	6,875	1,8	8,88	8,75	1,5	10,75	10,88	-1,2
0,7	6,75	6,5	3,7	9,0	8,875	0,14	11,63	11,63	0	13,0	13,125	-1,15
0,8	8,25	7,75	6,1	10,5	10,5	0	12,875	12,75	0,9	15,25	15,38	-0,9

الجدول (٣) علاقة العزم - التقوس وفقاً للكوود البولوني وطريقة المستقيمين عندما $\mu_e = 0,5\%$

M/M f	χ / χ_{cr}											
	$\Phi_t = 0$			$\Phi_t = 1$			$\Phi_t = 2$			$\Phi_t = 3$		
	BM	PN	[0/0] γ	BM	PN	[0/0] γ	BM	PN	[0/0] γ	BM	PN	[0/0] γ
0,1	0,5	0,5	0	1,0	1,0	0	1,5	1,5	0	1,75	1,75	0
0,2	1,5	1,0	33	2,25	2,0	11,1	3,0	2,75	8,3	3,75	3,5	6,7
0,3	2,75	2,5	10	4,5	4,25	5,6	5,5	5,25	9,1	6,75	6,25	3,7
0,4	4,0	3,75	6,3	5,75	5,5	4,3	7,5	7,25	3,3	9,0	8,75	2,8
0,5	5,375	5,25	2,3	8,0	7,75	3,1	10,0	9,75	2,5	12,25	12,0	2,0
0,6	7,0	6,875	1,8	9,75	9,5	2,6	12,25	12,0	2,0	15,25	14,75	3,3
0,7	8,5	8,5	0	11,75	11,5	2,1	14,75	14,5	1,7	18,5	18,0	2,7
0,8	9,875	9,75	1,8	13,75	13,5	1,8	17,5	17,25	1,4	21,5	20,75	3,5

٦- استخدام طريقة المستقيمين:

تأخذ هذه الطريقة بالحسبان أهم الظواهر ذات التأثير المباشر في حساب السهوم وزوايا الدوران في العناصر الختية الخاضعة للانحناء، ويمكن التعويض عن إهمال عدد من الظواهر الأخر التي لها تأثير غير مباشر في هذا الحساب باتخاذ الإجراءات المناسبة. فمثلاً يمكن تخفيض الصلابة عند تأثير قوى القص، ويمكن عد الأحمال المتكررة/الديناميكية / أحمالاً ذات تأثير طويل الأمد.

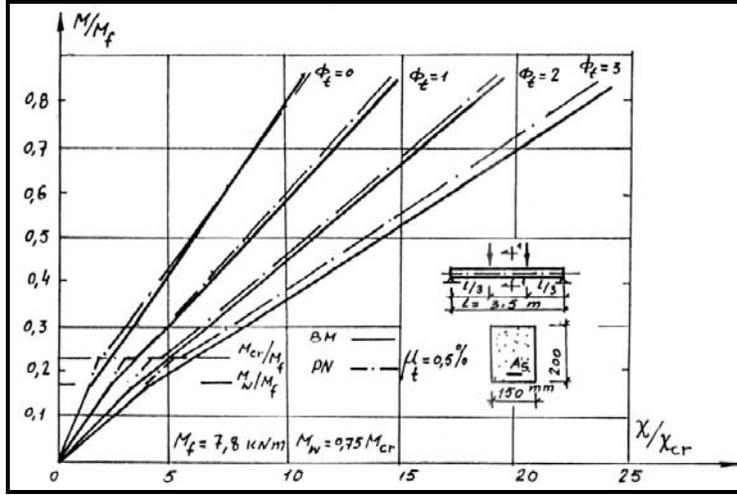


الشكل رقم ٩. علاقة التقوس مع العزم وفقاً لطريقة المستقيمين BM والكود الروسي SNiP

يمكن إغناء الطريقة المقترحة عن طريق تعديل القيم الأساسية (M_f , χ_{fit} , M_{wt} , M_w) زيادة أو نقصاناً لتكون أكثر توافقاً مع النتائج العملية. ومن أجل الاستجابة لمتطلبات طريقة حالات الحدود ينبغي استخدام المقامات المميزة للبيتون والتسليح بدلاً من القيم المتوسطة المستخدمة في عملية المقارنة أعلاه، ويمكن تسهيل الحساب من خلال إعداد جداول خاصة تتضمن قيم (M_w) و (χ_{wt}) تبعاً للعوامل الداخلة في هذه المفاهيم كالأبعاد والمقاومات الميكانيكية وغير ذلك.

٧- النتائج:

يمكن استخدام الطريقة المذكورة في [2] بدقة كافية لحساب السهوم وزوايا الدوران بتأثير الأحمال اللحظية طويلة الأمد (بقيم ثابتة أو متزايدة مع الزمن) ، ويتم الحساب بالاعتماد على علاقات بسيطة. تتوافق نتائج حساب السهوم وفقاً لطريقة المستقيمين بتأثير الأحمال طويلة الأمد توافقاً مقبولاً مع نتائج الحساب وفقاً لعدد من الكودات العالمية المعروفة بمصداقيتها كالكود الروسي والكود البولوني.



الشكل رقم ١٠ . علاقة التقوس مع العزم وفقاً لطريقة المستقيمين BM والكود البولوني PN

يمكن تبسيط الطريقة المقترحة بإعداد جداول مساعدة تسهل الحل ولا سيما في حالة المقاطع العرضية المستطيلة، ويصبح الأمر أكثر بساطة باستخدام تقانة الحاسوب، ويمكن تغيير المقادير M_f ، χ_f و M_w ، χ_w وغير ذلك لاحتواء عدد من العوامل الأخرى المؤثرة في حساب السهوم وزوايا الدوران في الكمرات الببتونية المسلحة .

٨ - المصطلحات والرموز الأساسية الواردة في البحث:

الرمز	المصطلح بالانكليزية	المصطلح بالعربية
	Reinforced Concrete Beams	الكمرات البيتونية المسلحة
	Displacements	الانتقالات
F	Deflections (Angles of Rotation)	السهوم (زوايا الدوران)
M	Bending Moment	عزم الانحناء
M_{cr}	Cracking Moment	عزم التشقق
M_f	Moment of Failure	عزم الانهيار (الانكسار)
$\chi = \frac{1}{\rho}$	Curvature	التقوس
ρ	Radius of Curvature	نصف قطر التقوس
χ_{cr}	Cracking Curvature	التقوس لحظة التشقق
χ_w	Node Curvature	التقوس في العقدة
M_w	Node Moment	العزم في العقدة
	Instantaneous Load	الحمولة اللحظية
	Long - Term Load	الحمولة طويلة الأمد
$\sigma (\varepsilon)$	Sresses (strains)	الإجهادات (التشوهات)
E_s	Elastic Modulus of Steel	معايير مرونة الفولاذ
E_c	Elastic Modulus of Concrete	معايير مرونة البيتون
f_m	Mean Strength	المقاومة المتوسطة
f_y	Yeild stress	إجهاد الخضوع
f'_c	Characteristic strength of Concrete in Compression	المقاومة المميزة للبيتون على الضغط
f_{ct}	Characteristic strength of Concrete in Tension	المقاومة المميزة للبيتون على الشد
I	Uncracked State	حالة ما قبل التشقق
II	Cracked State	حالة التشقق
ϕ_t	Creep Factor	معامل السيلان
b.d	Effective Section	المقطع الفعال

المراجع

كيفية استخدام طريقة المستقيمين لحساب السهوم في العناصر الختية الببتونية المسلحة...

- ١- الكود العربي السوري لتصميم وتنفيذ المنشآت الخرسانية المسلحة، نقابة المهندسين السوريين، دمشق ١٩٩٢م.
- ٢- محمود، غسان علي : حساب السهوم في الكمرات الببتونية المسلحة باستخدام طريقة المستقيمين، مجلة جامعة دمشق للعلوم الهندسية، المجلد ١٣، العدد الأول، دمشق ١٩٩٧م.
- 3- *Ulicki J.*: Teoria i raczet zelezobetonnych sterznewych konstrukcji S uczetow dlitelnych procesow, Kiew, 1967.
- 4- *SNiP II - W.1 - 85*: Betonnyje i zelezobetonnyje konstrukci, Normy proekterowania, Moskwa 1986.
- 5- *PN - 85 / B - 03264* : Konstrukcje Betonowe. Obliczania Statyczne i projektowania, Warszawa 1986.

· تاريخ ورود البحث إلى مجلة جامعة دمشق: ١٩٩٩/١١/٢٥.