

دراسة العملية البوليترودية لتغير حالة الغاز المثالي عند

$$c_v = f(t) \neq const.$$

الدكتور المهندس عبد الرحمن الشياح
كلية الهندسة الميكانيكية والكهربائية
جامعة دمشق

المخلص

تعرف العملية البوليترودية لتغير حالة الغاز في المراجع المختلفة بثلاثة تعاريف مختلفة وهي:

- العملية البوليترودية هي العملية التي تتحقق خلالها العلاقة $pv^m = const.$ بين

الضغط p والحجم v , حيث أس البوليروب m قيمة ثابتة معينة تابعة للعملية.

- العملية البوليترودية هي العملية التي يحافظ فيها الغاز على ثبات النسبة بين كمية الحرارة المعطاة للغاز و بين تغير طاقته الداخلية.

- العملية البوليترودية هي العملية التي يحافظ خلالها على قيمة ثابتة معينة للحرارة النوعية للغاز, وتتبع هذه القيمة للعملية.

عادة تدرس العملية البوليترودية للغاز المثالي دراسة كافية وذلك للحالات التي يمكن عندها عد

حرارته النوعية في العملية الإيزوحرورية ثابتة ($c_v = const.$). في حين يندر أن تدرس العملية

البوليترودية للحالات الأخرى. وسبب ذلك هو سهولة الحصول على علاقات سهلة لحساب العملية

بالإضافة إلى الإسجام الكامل بين تعاريف العملية الثلاثة المدرجة أعلاه. علماً بأن العمليات الرئيسية

الأربع لتغير حالة الغاز: الإيزوحرورية $v = const.$ والإيزوبارية $p = const.$ والإيزوترمية

$T = const.$ والإيزونترودية (الأديباتية العكوسة) $\delta q = 0$ و $ds = 0$ هي حالات خاصة من

العملية البوليترودية للغاز المثالي عند $c_v = const.$

في هذا البحث تم تسليط الضوء على تناقض تعاريف العملية البوليترودية الثلاثة المدرجة أعلاه وذلك

عند دراسة الغاز المثالي لحالة $c_v = f(t) \neq const.$ كما تم استكمال استنتاج وتحليل العلاقات

الحسابية للعملية البوليترودية لكل من التعريفين الثاني والثالث المدرجين أعلاه (التعريف الأول مستكمل في [5]). حيث تبين:

- أن هناك ثلاث عمليات بوليترودية ممكنة حالياً مما يستوجب تسمية تعريف العملية عند

حساب العملية البوليترودية للغاز المثالي عند $c_v = f(t) \neq const.$ (كأن يقال

"العملية البوليترودية عند $m = const.$ ") لأن العلاقات الحسابية وسهولة الحساب

ونتيجةً هي أمور تابعة لتعريف العملية ومعطيات المسألة.

- وأن الحساب في بعض مراحلها، يحتاج إلى استخدام جداول العلاقات الترموديناميكية للغازات المثالية، الأمر الذي يتطلب أحياناً - وتبعاً لتعريف العملية ومعطيات المسألة - اللجوء إلى طريقة التقريب المتتالي، مما يستدعي إبراز ميزات كل تعريف ومساوئه ريثما يتم التوصل إلى تعريف موحد للعملية البوليتروبية وهو ما تم في بحثنا هذا.

قائمة بالرموز والمصطلحات العلمية:

c	الحرارة النوعية الكتلية خلال العملية.
c_v	الحرارة النوعية الكتلية في العملية الايزوحرورية (عند ثبوت الحجم).
c_p	الحرارة النوعية الكتلية في العملية الإيزوبارية (عند ثبوت الضغط).
k	عامل الأديابات أو الأس الأدياباتي
m	عامل البوليتروب أو الأس البوليتروبي
q	الحرارة المنتقلة لواحدة كتل جسم التشغيل
p	الضغط
R	ثابتة الغاز
s	الإنتروبي النوعي
s_p^o و s_v	توابيع لدرجة الحرارة تؤخذ من جداول الغاز المثالي تبعاً لنوع الغاز المثالي ولدرجة حرارته
T و t	درجة الحرارة ودرجة الحرارة المطلقة
u	الطاقة الداخلية النوعية لجسم التشغيل
v	الحجم النوعي
w	عمل واحدة كتل جسم التشغيل
φ	النسبة بين تغير الطاقة الداخلية وكمية الحرارة المعطاة للغاز في العملية البوليتروبية

1- المقدمة:

تعرف العملية البوليتروبية في المراجع المختلفة بتعاريف مختلفة. فمعظم المراجع [3-10 و 12-14] يتفق مع التعريف الوارد في [5] والذي ينص "العملية البوليتروبية هي العملية التي تتحقق خلالها العلاقة $pv^m = const.$ بين الضغط والحجم, حيث أس البوليتروب m قيمة ثابتة معينة تابعة للعملية. ويعرف [14] العملية البوليتروبية لتغير حالة الغاز بأنها العملية التي يحافظ فيها الغاز على ثبات الحرارة النوعية c .

كما يعرف [1] العملية البوليتروبية لتغير حالة الغاز بأنها العملية التي يحافظ فيها الغاز على ثبات النسبة $\varphi = du / \delta q$, بين تغير الطاقة الداخلية du وكمية الحرارة المعطاة للغاز δq , ويتابع التحليل بالنسبة للغاز المثالي حيث $du = c_v dt$ و $\delta q = c dt$ ثم يكتب للعملية البوليتروبية للغاز المثالي:

$$(1) \quad \varphi = c_v dt / c dt = c_v / c = const.$$

ويستنتج أنه عند $c_v = const.$ و $\varphi = const.$ فإن c ستكون ثابتة مما يعني أن العملية البوليتروبية للغاز المثالي عند $c_v = const.$ يمكن أن تعرف بواحد أو أكثر من التعابير الثلاثة التالية التي تتحقق في هذه العملية:

$$c = const. \text{ ، } m = (c_p - c)/(c_v - c) = const. \text{ ، } \varphi = const.$$

العملية البوليتروبية للغاز المثالي عند $c_v = const.$ مدروسة في العديد من المراجع دراسة كافية، وذلك فيما يخص حساب العمل وكمية الحرارة والعلاقة بين البارامترات البدائية والنهائية. حيث يشار إلى أن العمليات الرئيسية الأربع: الأيزوحرورية $v = const.$ والأيزوبارية $p = const.$ والأيزوترمية $T = const.$ والأيزوننتروبية (الأدياباتية العكوسة) $\delta q = 0$ و $ds = 0$ هي حالات خاصة من العملية البوليتروبية. عندما تكون العملية:

$m = \pm\infty$	$\varphi = 1$	$c = c_v$	- إيزوحرورية يكون:
$m = 0$	$\varphi = 1/k$	$c = c_p$	- إيزوبارية يكون:
$m = 1$	$\varphi = 0$	$c = \infty$	- إيزوترمية يكون:
$m = k$	$\varphi = \infty$	$c = 0$	- إيزوننتروبية يكون:

2- الهدف من البحث:

نظراً لأنَّ التوجه في الحسابات الترموديناميكية يجري باتجاه تدقيق الحساب وأن الحرارة النوعية للغازات تابعة لدرجة الحرارة والضغط في حين أن العملية البوليتروبية، وهي العملية الترموديناميكية الأكثر شمولية، تدرس بالتفصيل فقط لحالة الغاز المثالي عند $c_v = const.$ ، فإن السعي لإيجاد تعريف شامل للعملية البوليتروبية قادر على تغطية مناقشة وحساب العملية عند $c_v \neq const.$ مع الإبقاء عليها عملية شاملة بحيث تكون العمليات الرئيسية الأربع (الأيزوحرورية والأيزوبارية والأيزوترمية والإيزوننتروبية) حالات خاصة منها هي هدف منشود. فإذا كان هذا الهدف بعيد المنال فإن محاولة استجلاء الطريق إليه والاقتراب منه هي خطوة أولى في هذا المجال. ونرى أن الخطوة الكبيرة التالية هي إيجاد تعريف شامل للعملية البوليتروبية للغاز المثالي قادر على تغطية مناقشة وحساب العملية عند $c_v = f(t) \neq const.$ مع الإبقاء عليها عملية شاملة بحيث تكون العمليات الرئيسية الأربع حالات خاصة منها. وبحثنا هذا يهدف إلى الاقتراب من إيجاد التعريف الشامل للعملية البوليتروبية للغاز المثالي.

3- تعريف العملية البوليتروبية للغاز المثالي عند $c_v = f(t) \neq const.$:

عند دراسة العملية البوليتروبية للغاز المثالي لحالة $c_v = f(t) \neq const.$ فإن أيّاً من التعاريف الثلاثة المعروفة لن يضمن بقاء العمليات الرئيسية الأربع بين الحالات الخاصة منها. ذلك لأن واحدة أو أكثر من العمليات الإيزوبارية والأدياباتية والإيزوحرورية سوف تخرج لسبب أو لآخر عن نطاق تعريف

العملية البوليتروبية أي لن تكون حالة خاصة من هذه العملية. فكل من c_p و c_v و $k = c_p/c_v$ لن يكون ثابتاً، ومن ثمَّ فإنَّ التعريف $c = const.$ لن ينطبق على العمليتين الإيزوبارية والإيزوخورية والتعريف $\varphi = const.$ لن ينطبق على العملية الإيزوبارية والتعريف $m = const.$ لن ينطبق على العملية الإيزونترولية.

وبسبب عدم توافر تعريف شامل للعملية البوليتروبية للغاز المثالي ولأن اعتماد التعاريف الثلاثة $c = const.$ و $\varphi = const.$ و $m = const.$ في أن معاً غير ممكن (إذا كانت $c = const.$ و $c_v \neq const.$ فإن $\varphi \neq const.$) يجب اعتماد صيغة واحدة لتعريف العملية البوليتروبية من أجل $c_v = f(t) \neq const.$ ويمكن أن تكون الصيغة المعتمدة صيغة جديدة مغايرة للصيغ الثلاث آنفة الذكر، ولكن يستحسن أن تؤدي الصيغة الجديدة إلى الصيغ آنفة الذكر عند افتراض $c_v = const.$

وبسبب عدم توافر صيغة جديدة رأينا تحليل ودراسة ثلاث عمليات بوليتروبية مختلفة للغاز المثالي عند $c_v = f(t) \neq const.$ وهي:

-العملية البوليتروبية $c = const.$

-العملية البوليتروبية $\varphi = const.$

-والعملية البوليتروبية $m = const.$

تندمج جميعها في عملية بوليتروبية واحدة عندما تصبح $c_v = const.$ وذلك إلى حين التوصل لصيغة شاملة مناسبة.

4- استنتاج العلاقات الحسابية للعمليات البوليتروبية للغاز المثالي عند

$$: c_v = f(t) \neq const.$$

4-1 مقدمة:

نظراً لأنَّ الحساب في حالة $c_v = f(t) \neq const.$ يحتاج لاستخدام الجداول، سيتم أولاً تعريف بعض العلاقات الترموديناميكية المجدولة في جداول (ريفكين - فوكالوفيتش) [1 و2] ثم يتم استنتاج العلاقات التفاضلية الخاصة بالأشكال المختلفة لقانون العملية البوليتروبية.

$$(2) \quad s_T^o = \int_{T_o}^T c_p (dT/T) \quad \text{بالعلاقة:} \quad \text{يعرف التابع } s_T^o$$

$$(1-2) \quad s_{T_2}^o - s_{T_1}^o = \int_{T_1}^{T_2} c_p (dT/T) \quad \text{وعليه فإن:}$$

$$(3) \quad s_p = \int_{T_n}^T c_p (dT/T) \quad \text{كما يعرف التابع } s_p \text{ بالعلاقة:}$$

$$(i-3) \quad s_{p_2} - s_{p_1} = \int_{T_1}^{T_2} c_p (dT/T)$$

$$(4) \quad s_v = \int_{T_n}^T c_v (dT/T) \quad \text{أما التابع } s_v \text{ فيعرف بالعلاقة:}$$

$$(i-4) \quad s_{v_2} - s_{v_1} = \int_{T_1}^{T_2} c_v (dT/T) \quad \text{وعليه فإن}$$

من علاقة ماير نجد:

$$\int_{T_1}^{T_2} c_p (dT/T) = \int_{T_1}^{T_2} (c_v + R)(dT/T) = \int_{T_1}^{T_2} c_v (dT/T) + \int_{T_1}^{T_2} R(dT/T) = s_{v_2} - s_{v_1} + R \ln(T_2/T_1)$$

وعليه فإن:

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \int_{T_1}^{T_2} c_p (dT/T) = s_{p_2} - s_{p_1} = s_{T_2}^o - s_{T_1}^o \\ \int_{T_1}^{T_2} c_v (dT/T) = s_{v_2} - s_{v_1} = s_{p_2} - s_{p_1} - R \ln(T_2/T_1) = s_{T_2}^o - s_{T_1}^o - R \ln(T_2/T_1) \end{array} \right.$$

2-4 استنتاج العلاقات التفاضلية الخاصة بالأشكال المختلفة لقانون العملية البوليتروبية:

سنعتمد الأسلوب المتبع في [1] وسنستنتج جميع العلاقات "ما هو وارد في المراجع وما لم يرد" التي تربط بين التفاضلات النسبية لأزواج البارامترات الحرارية p و v و T بدلالة كل من c و φ و m . سنبدأ من الصيغة التفاضلية لقانون الترموديناميك الأول للغازات المثالية التي تربط بين البارامترات الحرارية عن طريق الحرارتين النوعيتين عند حجم ثابت c_v وفي العملية المدروسة c والتي تكتب وفقاً للعلاقة:

$$(6) \quad cdT = c_v dT + pdv$$

وباستخدام معادلة كلايبيرون بصيغتها التكاملية (7) والتفاضلية (i-7):

$$(7) \quad pv = RT$$

$$(i-7) \quad dT/T = dp/p + dv/v$$

يمكن إيجاد العلاقات التفاضلية بين أزواج التفاضلات النسبية الحرارية ($T-p$) و ($v-p$) و ($v-T$) في أي عملية كانت للغاز المثالي وهي كالتالي:

$$(8) \quad [(c_v - c)/R](dT/T) + (dv/v) = 0$$

$$(9) \quad (dp/p) + [(c_p - c)/(c_v - c)](dv/v) = 0$$

$$(10) \quad [(c_p - c)/R](dT/T) - (dp/p) = 0$$

$$(11) \quad \varphi = c_v/c \quad \text{و} \quad m = (c_p - c)/(c_v - c) \quad \text{بإدخال المصطلحات:}$$

تأخذ العلاقات (8-10) الشكلين التاليين:

$$(1-8) \quad [1/(m-1)](dT/T) + (dv/v) = 0$$

$$(1-9) \quad (dp/p) + m(dv/v) = 0$$

$$(1-10) \quad [m/(m-1)](dT/T) - (dp/p) = 0$$

$$(8-ب) \quad [c_v(\varphi - 1)/R\varphi](dT/T) + (dv/v) = 0$$

$$(9-ب) \quad (dp/p) + [(k\varphi - 1)/(\varphi - 1)](dv/v) = 0$$

$$(10-ب) \quad [(\varphi - 1)/R\varphi][c_v(dT/T)] + (dT/T) - (dp/p) = 0$$

مكاملة العلاقات التفاضلية من (8) حتى (10-ب) عملية غير ممكنة، إلا في حال كونها مفصولة المتحولات.

لحالة $c_v = const.$ حيث تتحقق الشروط المبينة في (1-أ)، تكون أمثال جميع التفاضلات النسبية للبارامترات ثابتة، ومكاملة جميع العلاقات التفاضلية من (8) حتى (10-ب) ممكنة. وعليه يمكن الحصول على القوانين المعروفة للعملية البوليتروبية. أما في الحالة $c_v = f(t) \neq const.$ فإن أمثال بعض التفاضلات النسبية للبارامترات ستكون متغيرة، ومناقشة إمكانية مكاملة العلاقات التفاضلية من (8) حتى (10-ب) ستتبع للتعريف المعتمد للعملية البوليتروبية.

3-4- استنتاج العلاقات الحسابية للعملية البوليتروبية $\varphi = const.$

1-3-4- العلاقات بين البارامترات البدائية والنهائية:

في هذه الحالة يتم التعامل مع العلاقات (8-ب) و(9-ب) و(10-ب). المعادلتان (8-ب) و(10-ب) مفصولتا المتحولات وقابلتان للتكامل، وعليه يمكن إيجاد العلاقة بين البارامترات البدائية والنهائية لزوجي البارامترات $p-T$ و $v-T$.

تأخذ العلاقة (8-ب) الشكل التالي:

$$[(\varphi - 1)/R\varphi] \int_{T_1}^{T_2} c_v(dT/T) + \int_{v_1}^{v_2} (dv/v) = 0$$

أما العلاقة (10-ب) فتكتب كما يلي:

$$[(\varphi - 1) / \varphi] \int_{T_1}^{T_2} c_v (dT / T) + R \int_{T_1}^{T_2} (dT / T) - R \int_{p_1}^{p_2} (dp / p) = 0$$

باستخدام العلاقات من (2) إلى (5) نتخذ العلاقاتان السابقتان الشكل التالي:

$$(11) \quad \begin{cases} [(\varphi - 1) / R \varphi] [s_{p_2} - s_{p_1} - R \ln(T_2 / T_1)] + \ln(v_2 / v_1) = 0 \\ [(\varphi - 1) / R \varphi] [s_{T_2}^o - s_{T_1}^o - R \ln(T_2 / T_1)] + \ln(v_2 / v_1) = 0 \end{cases}$$

$$(12) \quad \begin{cases} [(\varphi - 1) / \varphi] (s_{v_2} - s_{v_1}) + R \ln(T_2 / T_1) - R \ln(p_2 / p_1) = 0 \\ [(\varphi - 1) / \varphi] (s_{p_2} - s_{p_1}) + (R / \varphi) \ln(T_2 / T_1) - R \ln(p_2 / p_1) = 0 \\ [(\varphi - 1) / \varphi] (s_{T_2}^o - s_{T_1}^o) + (R / \varphi) \ln(T_2 / T_1) - R \ln(p_2 / p_1) = 0 \end{cases}$$

العلاقاتان (11) و(12) تربطان بين البارامترات البدائية والنهائية في العملية البوليتروبية عند $\varphi = const.$ و $c_v = f(t) \neq const.$

4-3-2- حساب كمية الحرارة والعمل:

اعتماداً على تعريف كمية الحرارة وتعريف $\varphi = c_v / c = const.$ ينتج:

$$(13) \quad q = \int_{T_1}^{T_2} c dT = \int_{T_1}^{T_2} (c_v / \varphi) dT = (u_2 - u_1) / \varphi$$

ومن قانون الترموديناميك الأول ينتج:

$$(14) \quad w = q - (u_2 - u_1) = [(u_2 - u_1) / \varphi] - (u_2 - u_1) = [(1 - \varphi) / \varphi] (u_2 - u_1)$$

4-4- العلاقات الحسابية للعملية البوليتروبية : $m = const.$

تعرف العملية البوليتروبية في المرجع [3] بأنها العملية التي تتحقق فيها العلاقة $pv^m = const.$ ، حيث m - عامل البوليتروب وهو ثابت بالنسبة لعملية بوليتروبية محددة ويمكن أن يأخذ أية قيمة بين $(-\infty$ و $+\infty)$. تشمل الدراسة في المرجع المذكور حالات الغاز الحقيقي وحالات عدم ثبات الحرارة النوعية، إذ تدرج من أجل هذه الحالات العلاقات الحسابية التقاضلية فقط. ناتج هذه الدراسة فيما يخص بحثنا تحديداً هو:

$$(1-16) \quad p_2 / p_1 = (v_1 / v_2)^m \text{ و } pv^m = const. \text{ لجميع الغازات:}$$

للغازات المثالية فقط: $(T_2 / T_1) = (p_2 / p_1)^{(m-1)/m}$ و $Tp^{(1-m)/m} = const.$

$$(16\text{-ب}) \quad (T_2 / T_1) = (v_1 / v_2)^{(m-1)} \quad \text{و} \quad T v^{(m-1)} = \text{const.}$$

لجميع الغازات:

$$(17\text{-أ}) \quad w_{12} = [p_1 v_1 / (m-1)] [1 - (p_2 / p_1)^{(m-1)/m}] = [p_1 v_1 / (m-1)] [1 - (v_1 / v_2)^{(m-1)}]$$

للغازات المثالية فقط:

$$(17\text{-ب}) \quad w_{12} = [RT_1 / (m-1)] [1 - (p_2 / p_1)^{(m-1)/m}] = [RT_1 / (m-1)] [1 - (v_1 / v_2)^{(m-1)}]$$

$$(17\text{-ج}) \quad w_{12} = [p_1 v_1 / (m-1)] [1 - (T_2 / T_1)] = [1 / (m-1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2) = [R / (m-1)] (T_1 - T_2)$$

$$(18) \quad q = u_2 - u_1 + w_{12} \quad \text{لجميع الغازات:}$$

ويلاحظ هنا أن العلاقات (16) و(17) هي العلاقات نفسها المألوفة لحساب العملية البوليتروبية عند $c_v = \text{const.}$

هذا، ويمكن التوصل إلى العلاقات (16) لحالة $m = \text{const.}$ بمكاملة العلاقات (8-أ و 9-أ و 10-أ)، وهي مفصولة المتحولات، ويتم الحصول على علاقات العمل (17) من مكاملة تعريف العمل $\delta w = p dv$ مع استخدام قانون العملية $p v^m = \text{const.}$ ومعادلة كلايبيرون (7، 7-أ)، أما العلاقة (18) فتمثل قانون الترموديناميك الأول.

4-5-5- استنتاج العلاقات الحسابية للعملية البوليتروبية $c = \text{const.}$

4-5-1- العلاقات بين البارامترات البدائية والنهائية:

في هذه الحالة يتم التعامل مع العلاقات (8 و 9 و 10) إذ إنَّ المعادلتين (8 و 10) مفصولتا المتحولات، وعليه يمكن إيجاد العلاقة بين البارامترات $(p - T)$ أو $(v - T)$ ، حيث ينتج عن مكاملة العلاقة (8) ما يلي:

$$(19) \quad \int_{T_1}^{T_2} c_v dT / T - c \ln(T_2 / T_1) + R \ln(v_2 / v_1) = s_{v_2} - s_{v_1} - c \ln(T_2 / T_1) + R \ln(v_2 / v_1) = 0$$

ومن (10):

$$\int_{T_1}^{T_2} c_p dT / T - c \ln(T_2 / T_1) - R \ln(p_2 / p_1) = s_{p_2} - s_{p_1} - c \ln(T_2 / T_1) + R \ln(p_2 / p_1) =$$

$$(20) \quad = s_{T_2}^o - s_{T_1}^o - c \ln(T_2 / T_1) + R \ln(p_2 / p_1) = 0$$

4-5-2- حساب كمية الحرارة والعمل:

عند $c = \text{const.}$ و $c_v = f(t) \neq \text{const.}$ تحسب كمية الحرارة من العلاقة:

$$(21) \quad q = c(T_2 - T_1)$$

بحسب العمل من قانون الترموديناميك الأول:

$$(22) \quad w = q - \Delta u = c(T_2 - T_1) - u_2 + u_1$$

5- النتائج:

5-1- نظراً لأنه لا يوجد تعريف موحد للعملية البوليتروبية للغاز المثالي عند $c_v = f(t) \neq const.$ يجب تضمين التعريف لتسمية العملية وعلى هذا الأساس لدينا

عند $c_v = f(t) \neq const.$ ثلاث عمليات بوليتروبية مختلفة وهي:

- العملية البوليتروبية عند $c = const.$

- العملية البوليتروبية عند $\varphi = const.$

- العملية البوليتروبية عند $m = const.$

5-2- إن تعريف العملية البوليتروبية عند $c_v = f(t) \neq const.$ يؤثر بشكل مباشر في حل ونتائج المسائل الخاصة بهذه العملية.

5-3- فيما يتعلق بسهولة التعامل مع العملية البوليتروبية عند $c_v = f(t) \neq const.$ ، فإن لكل تعريف ميزاته ومساوئه تبعاً لنوعية معطيات المسألة:

- فإذا كانت المعطيات زوج بارامترات لإحدى الحالتين البدائية أو النهائية بالإضافة إلى ما يدل على درجة الحرارة في الحالة الأخرى (t أو u أو i أو زوج البارامترات p و v) فإن جميع تعاريف العملية البوليتروبية تؤمن سهولة الحل.

- أما إذا كانت المعطيات عبارة عن زوج بارامترات لإحدى الحالتين البدائية أو النهائية بالإضافة إلى q و c فإن الأسهل في الحل هو التعريف $c = const.$

- وإذا كانت المعطيات عبارة عن زوج بارامترات لإحدى الحالتين البدائية أو النهائية بالإضافة إلى

$(\varphi$ و q) أو $(\varphi$ و w) فإن الأسهل في الحل هو التعريف $\varphi = const.$

- في جميع الحالات المتبقية يكون التعريف $m = const.$ هو الأسهل.

6- مثال توضيحي:

ينتقل ثاني أكسيد الفحم CO_2 من الحالة 1 المعرفة بالبارامترات $p_1 = 10bar$ و $t_1 = 20^\circ C$ إلى الحالة 2 حيث $p_2 = 1bar$ في العملية البوليتروبية $\varphi = 0.5$.

يطلب إيجاد العمل وكمية الحرارة وتغير الطاقة الداخلية لـ $1kg$ من CO_2 مع عدد غاز ثاني أكسيد الفحم غازاً مثالياً وأن السعة الحرارية لـ CO_2 تابع لا خطي لدرجة الحرارة.

الحل:

نظراً لأن $c_v = f(t) \neq const.$ فإن الحل سيعتمد على العلاقات (11-14) وحيث إن معطيات

المسألة هي p_1 و p_2 و t_1 فإننا سنستخدم العلاقة (12) لإيجاد t_2 .

وحيث إن جدول العلاقات الترموديناميكية لـ CO_2 (الجدول رقم (16) [2]) يحتوي على قيم التابع

$$s^o = f(t)$$

فسيتم استخدام العلاقة الأخيرة من (12):

$$[(\varphi - 1) / \varphi](s_{T_2}^o - s_{T_1}^o) + (R / \varphi) \ln(T_2 / T_1) - R \ln(p_2 / p_1) = 0$$

$$[(\varphi - 1) / \varphi](s_{T_2}^o) + (R / \varphi) \ln T_2 = [(\varphi - 1) / \varphi](s_{T_1}^o) + (R / \varphi) \ln T_1 + R \ln(p_2 / p_1) = 0$$

أو:

$$kJ / kg. deg \quad s_{T_1}^o = s_{20^\circ C}^o = 4.8402 \quad \text{هنا:}$$

$$T_1 = 273.15 + 20 = 293.15 K$$

$$(p_2 / p_1) = (1bar / 10bar) = 0.1$$

$$kJ / kg. deg \quad R = (\mu R / \mu) = (8.314 / 44) = 0.189$$

$$\varphi = 0.5$$

$$-s_{T_2}^o + 0.378(\ln T_2) = -4.8402 + 0.378(\ln 273.15) + 0.189 \ln 0.1 = -3.1548 \quad kJ / kg. deg$$

$$(23) \quad s_{T_2}^o = [0.378(\ln T_2) + 3.1548] \quad kJ / kg. deg \quad \text{أو}$$

مع أن العلاقة (23) تحتوي على متحول واحد هو T_2 فإن الحل المباشر لهذه العلاقة غير ممكن نظراً لعدم وجود علاقة تكاملية محددة وبسيطة بين التابع s_T^o والمتحول T . لذا فإن مسألة إيجاد درجة الحرارة النهائية T_2 تحل بطريقة التقريب المتتالي (الحل بالانتقاء)، أو بإحدى الطرائق المنبثقة عنها كذلك المستخدمة في [11] والمسماة الطريقة التحليلية الترسيمية. بالنسبة لمثالنا فإن الطريقة الأسهل هي إحدى الطرائق التحليلية الترسيمية المعروفة وهي تختلف قليلاً عن الطريقة المتبعة في [4]. تفرض ثلاث قيم جدولية لدرجة الحرارة النهائية T_2^{sup} ولتكن K393.15 و K493.15 و K593.15. وتحسب، لكل قيمة منها، قيم $s_{T_2}^o = s_{T_2^{Cal}}^o$ من العلاقة (23) و $s_{T_2}^o = s_{T_2^{Tab}}^o$ من الجدول [2]16 ثم يحسب الفرق $\Delta s_{T_2}^o = s_{T_2^{Cal}}^o - s_{T_2^{Tab}}^o$ وتدرج النتائج في الجدول (1) التالي:

الجدول (1)

القيم $kJ / kg. deg$	رقم المحاولة الحسابية / $T_2^{Sup} [K]$				ملاحظات
	1/393,15	2/493,15	3/593,15	4/693,15	
$s_{T_2^{Tab}}^o$	5,1002	5,3203	5,5123	5,6833	من الجدول [2]16

$s_{T_2}^o$	5,4130	5,4987	5,5685	5,6274	من العلاقة (23)
$\Delta s_{T_2}^o = s_{T_2}^o$	0,3128	0,1784	0,0562	0,0559-	

حيث إنَّ قيم $\Delta s_{T_2}^o$ للمحاولات الحسابية الثلاث الأولى كانت من الإشارة نفسها (موجبة) فقد تم

افتراض قيمة رابعة لـ T_2^{sup} وهي 693.15 K وكانت عندها قيمة $\Delta s_{T_2}^o$ سالبة.

إن قيمة T_2 المطلوبة يجب أن توافق قيمة $\Delta s_{T_2}^o = 0$ ، وعليه وعلى أساس الجدول (1) يُنشأ المنحني

$\Delta s_{T_2}^o = f(T_2^{\text{sup}})$ بمقياس كبير (توخياً للدقة) وقيمة T_2^{sup} في نقطة تقاطعه مع المحور T_2^{sup}

هي قيمة T_2 المطلوبة. يُنشأ المنحني $\Delta s_{T_2}^o = f(T_2^{\text{sup}})$ عادة بواسطة ثلاث نقاط متوضعة حتماً

على جانبي المحور T_2^{sup} فإذا كان هناك مجال للاختيار، كما حصل في الحالة أعلاه، يتم الاستغناء عن

النقطة (النقاط) الأبعد عن المحور T_2^{sup} من الجهة التي تتوفر فيها أكثر من نقطة. على الشكل (1) تم

تمثيل النقاط (1 و2 و3 و4) لأن رسم المنحني وقراءة النتيجة تما بواسطة برنامج الـ Autocad الذي يؤمن

دقة حل مقبولة من خلال مقياس رسم غير كبير. من المخطط نجد أن المنحني $\Delta s_{T_2}^o = f(T_2^{\text{sup}})$

يقطع المحور T_2^{sup} عند $T_2^{\text{sup}} = 642.84 K$ وهي درجة الحرارة في نهاية العملية البوليتروبية.

للتحقق من صحة الحل نجري محاولة حسابية خامسة نحسب خلالها $\Delta s_{T_2}^o$ الموافقة لـ

$T_2^{\text{sup}} = 642.84 K = 369.6874^\circ C$ ، فنجد أنها تساوي

$$\Delta s_{T_2}^o = -0.0007 kJ / kg \cdot deg$$

في حال الرسم، غير المدعم بالحاسوب، تحل المسألة على أساس النقاط (2 و3 و4). وعند عدم الاقتناع

بدقة النتيجة يمكن تدقيق الحل بإعادة الرسم والحساب باستخدام النقطة الجديدة (5) بالإضافة إلى النقطتين

الأقرب إلى المحور $\Delta s_{T_2}^o$ والواقعتين على جانبيه (حالتنا هذه النقطتان 3 و4)، كما يمكن تدقيق الحل

بالمتابعة بطريقة التقريب المتتالي.

بعد إيجاد درجة الحرارة T_2 يمكن تحديد قيم u_1 و u_2 من الجدول [2]16 وهي كالتالي:

$$u_1 = u_{20^\circ C} = 153.3 kJ / kg$$

$$u_2 = u_{370^\circ C} = 431.6 kJ / kg$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = 431.6 - 153.3 = 278.3 \text{ kJ / kg} \quad \text{ومنه}$$

يحسب العمل النوعي من العلاقة (14)

$$w = [(1 - \varphi) / \varphi](u_2 - u_1) = [(1 - 0.5) / 0.5] * 278.3 = 278.3 \text{ kJ / kg}$$

تحسب كمية الحرارة النوعية من العلاقة (13)

$$q = (u_2 - u_1) / \varphi = 278.3 / 0.5 = 556.6 \text{ kJ / kg}$$

وهو المطلوب.

ملاحظة: في المثال أعلاه أعطي زوج بارامترات للحالة البدائية وبارامتر للحالة النهائية بالإضافة إلى φ ولكن القيمة الرابعة المعطاة كانت p_2 وليس w أو q . لذا وحسب النتيجة (3-5) فإن الحل لم يكن سهلاً.

الخاتمة:

نظراً لأنه لم يتم بعد التوصل إلى صيغة موحدة مقبولة وغير معقدة لتعريف العملية البوليتروبية بحيث تتوفر في هذه الصيغة:

- العمومية (صيغة عامة موحدة تطبق على جميع الغازات "المثالية والحقيقية" وعلى جميع الحسابات التقريبية والدقيقة)

- الشمولية (تدخل ضمن حالاتها الخاصة العمليات الرئيسية الأربع لتغيير حالة الغاز: الإيزوحرورية والإيزوبارية والإيزوترمية والإيزونترورية)

-سهولة الحساب بواسطة علاقات تكاملية جاهزة.

فإننا نتمنى أن يتابع البحث في هذا المجال للتوصل إلى صيغة تتوفر فيها الشروط المبينة أعلاه للغازات المثالية, وذلك إلى حين التمكن من تحقيق الشروط المبينة أعلاه لجميع الغازات.

المراجع:

أولاً : باللغة العربية

- 1- الدكتور مفيد هلال: الترموديناميك التكنيكي (الجزء الأول), جامعة دمشق, 1990-1989, ص
- 2- الدكتور مفيد هلال: ملحق كتاب الترموديناميك التكنيكي (الجداول), جامعة دمشق, 1991-1990, ص 15 و 16
- 3- جوردون .ج. فان وايلن وريتشارد .ا. سونتاج : أساسيات الديناميكا الحرارية الكلاسيكية, الطبعة الثانية, ترجمة الدكتور محمد سالم رضوان و مراجعة الدكتور عبد الرزاق عبد الفتاح, دار جون وايلي وأبناؤه, نيويورك, 1981, ص 208, 219-226, 269 و 270

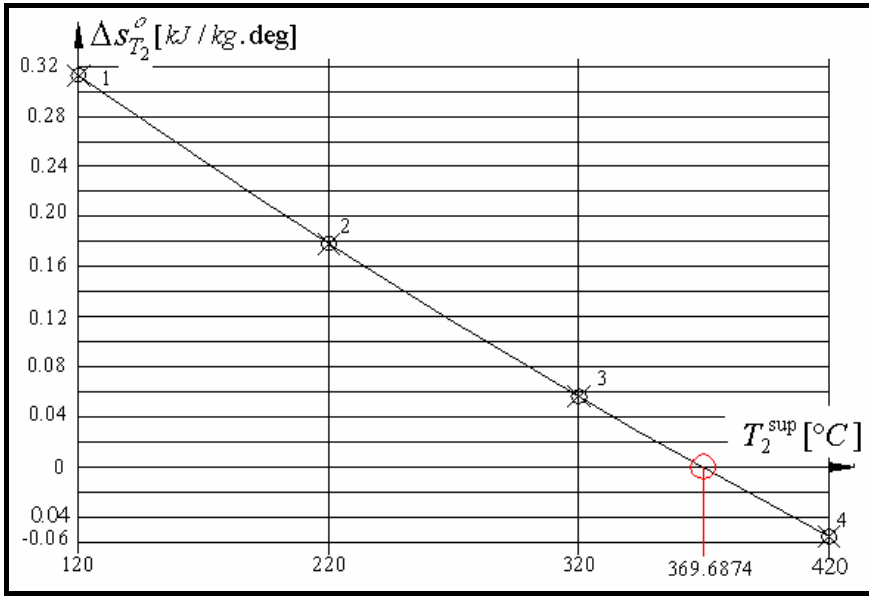
ثانياً: باللغة الإنكليزية

- 4-Apatter Home Page, PHYSICS IDEAL GAS, Greenhills Net, Ideal Gas Formulas
- 5-ENCYCLOPEDIA BRITANNICA, THERMODYNAMICS, Article, Britannica.com Inc ., © 1999-2000, pp 6 & 14
- 6-Merle C. Potter, Craig W. Somerton THERMODYNAMICS FOR ENGINEERS Schaum's Outlines, McGraw-Hill, 1995 pp 57-61, 70, 191-203
- 7-POLYTROPIC PROCESS IDEAL GAS, Chemlog Education web page, Bishop's University, Canada
- 8-Richard E. Sonntag, Claus Borgnakke, Gordon J. Van Wylen FUNDAMENTALS OF THERMODYNAMICS, 5th ed., John Wiley & Sons, Inc. 1997, pp 74, 194, 251-254
- 9-Richard Vawter Home Page, IMPORTANT THERMAL PROCESSES, Physics Net, Western Washington University, Last Updated 7/22/2000.
- 10-THERMODYNAMICS, Polytropic process, Taftan Data, Copyright © 2000

ثالثاً : باللغة الروسية

- 11-Andrianov B.N & .others PROBLEMS (Zbornik Zadach) IN TECHNICAL THERMODYNAMICS, Moscow 1981
- 12-Kireelin V.A., Cichof V.V. Shaindlin A.E. TECHNICAL THERMODYNAMICS, 2nd ed. Energia press, , Moscow 1974 pp 199-205
- 13-Kroutov V.E. editor TECHNICAL THERMODYNAMICS, Vishshaia Shcola Press, Moscow 1971, pp 144153-
- 14-Kroutov V.E. editor HEAT ENGINEERING, Mashinostroeinie press, Moscow 1986, pp 24.26-

15-Koushnirev V.E., Lebedev V.E., Pavlenko V.A. TECHNICAL THERMODYNAMICS and HEAT TRANSFER, Stroy Press, Moscow 1986, pp 139 143 –



الشكل (1): إيجاد درجة الحرارة في T_2 نهائية العملية البوليتروبية بواسطة الطريقة التحليلية الترسيمية.

النقاط (1, 2, 3, 4) تمثل المحاولات الحسابية الأربع المدرجة في الجدول (1)