جامعة دمشق

كلية العلوم

قسم الفيزياء

مقرر فيزياء ٣ لطلاب سنة ثالثة جيوفيزياء

امتحانات الفصل الثاني

اجب عن خمسة فقط من الاسئلة التالية و لكل سؤال ١٤ درجة :

١- ادرس تراكب حركتين جيبيتين لهما نفس المنحى و نفس التواتر

٢- دارة مقاومتها ٤٠ اوم و تحريضيتها الذاتية ١,٠ هنري ووسعيتها ١٠ فاراد و تواتر ق م ك المطبقة ٦٠ هرتز اوجد الردية و الممانعة و انزياح الطور للتيار و تواتر التجاوب للدارة

٣- ادرس الاهتزازات الكهربائية الحرة بالتفصيل في دارة RLC

٤- ادرس الية اصدار أشعة رونتجن بالتفصيل

٥- اشرح مفهوم كومتون بالتفصيل

٦- عدد الاجراءات المستخدمة حاليا للوقاية النووية

٧- حساب كتلة الالكترون في النظرية النسبية

٨- ادرس تداخل الامواج الصادرة عن منبعين متزامنين و ماهو شرط الحصول على تداخل هدام و تداخل بناء

٩- اوجد صيغة عامة لدور الحركة الاهتزازية باستخدام مبدأ انحفاظ الطاقة

١٠- عرف الكلمات التالية:

قانون التفكك الاشعاعي-نصف ناقل من النوع p-وسط مثباين المناحي-الكوري-ثابت يانغ-شائبة مانحة-النظائر .

سلم تصحيح كم1 - س3 ف - ف2 - 2024

I - المراصيد: قياس، نشر الطيفي، حالة خاصة، احتمالات، تبادل (6.5 ن)

1 - القاعدة $\mathbb{B}_u$ ليست قاعدة خاصة للمرصودين $\hat{H}$ ، $\hat{A}$ لأن المصفوفات الممثلة لهما على هذه القاعدة ليست قطرية.

2 - حتى يكون مؤثراً هرميتياً يجب أن يساوي مرافقه أي يجب أن يكون:

$$\hat{H}^{+} = \hat{H} \quad ; \quad \hat{A}^{+} = \hat{A}$$

$$[\hat{A}]_u^{+} = [\hat{A}]_u^{T*} = a^* \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}_u$$

نلاحظ بالمقارنة مع $[\hat{A}]_u$ أنه يكون $[\hat{A}]_u^{+} = [\hat{A}]_u$ إذا كان $a \in \mathbb{R}$

$$[\hat{H}]_u^{+} = [\hat{H}]_u^{T*} = E_0^* \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}_u$$

هنا أيضاً يكون $[\hat{H}]_u^{+} = [\hat{H}]_u$ إذا كان $E_0 \in \mathbb{R}$.

3 - النشر الطيفي:

$$\hat{H} = \hat{I} \cdot \hat{H} \cdot \hat{I} = \left(\sum_{i=1}^{3} |u_i\rangle \cdot \langle u_i|\right) \cdot \hat{H} \cdot \left(\sum_{i=1}^{3} |u_i\rangle \cdot \langle u_i|\right)$$

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} |u_i\rangle \cdot \langle u_i|\hat{H}|u_j\rangle \cdot \langle u_j|$$

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} H_{ij} \cdot |u_i\rangle \cdot \langle u_j|$$

من عبارة $[\hat{H}]_u$:

$H_{11} = E_0 \;;\; H_{12} = -E_0 \;;\; H_{13} = 0$

$H_{21} = -E_0 \;;\; H_{22} = +E_0 \;;\; H_{23} = 0$

$H_{31} = 0 \;;\; H_{32} = 0 \;;\; H_{33} = -E_0$

بالتعويض نحصل على:

$$\hat{H} = E_0 \cdot \left[|u_1\rangle \cdot \langle u_1| - |u_1\rangle \cdot \langle u_2| - |u_2\rangle \cdot \langle u_1| + |u_2\rangle \cdot \langle u_2| - |u_3\rangle \cdot \langle u_3| \right]$$

باتباع نفس الأسلوب :

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} A_{ij} \cdot |u_i\rangle \cdot \langle u_j|$$

$A_{11} = 0$; $A_{12} = 4.a$; $A_{13} = 0$

$A_{21} = 4.a$; $A_{22} = 0$; $A_{23} = a$

$A_{31} = 0$; $A_{32} = a$; $A_{33} = 0$

$$\hat{A} = a \cdot \left[4 \cdot |u_1\rangle \cdot \langle u_2| + 4 \cdot |u_2\rangle \cdot \langle u_1| + |u_2\rangle \cdot \langle u_3| + |u_3\rangle \cdot \langle u_3| \right]$$

4- لكي يملك المؤثرين $\hat{H}$ و $\hat{A}$ مجموعة مشتركة من الأشعة التي تكون بآن معاً أشعة ذاتية لكلا المؤثرين إذا كان المبدل معدوماً أي

$$[\hat{H}, \hat{A}] = \hat{0} \iff \left[[\hat{H}]_u , [\hat{A}]_u \right] = 0$$

إذن إما أن نحسب قيمة المبدل باستعمال النشر الطيفي للمؤثرين وإما أن نحسب قيمته بحساب جداء الصفوفات الممثلة أي $[\hat{H}]_u \cdot [\hat{A}]_u$ و $[\hat{A}]_u \cdot [\hat{H}]_u$ وإذا كان الجداء متساوياً في الحالتين ينعدم المبدل.

الطريقة الأولى :

$$[\hat{H}]_u \cdot [\hat{A}]_u = a \cdot E_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = a \cdot E_0 \cdot \begin{pmatrix} -4 & 4 & -1 \\ 4 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\hat{A}]_u \cdot [\hat{H}]_u = a \cdot E_0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = a \cdot E_0 \cdot \begin{pmatrix} -4 & 4 & 0 \\ 4 & -4 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$[\hat{H}, \hat{A}] = [\hat{H}]_u \cdot [\hat{A}]_u - [\hat{A}]_u \cdot [\hat{H}]_u = a \cdot E_0 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3) الطريقة الثانية:

$$\hat{H}.\hat{A} = \left(\sum_i \sum_j H_{ij} . |i\rangle . \langle j|\right) . \left(\sum_{ij} A_{ij} |i\rangle . \langle j|\right)$$

$$\hat{H}.\hat{A} = \sum_{ijkl} H_{ij} . A_{kl} . |i\rangle . \langle j|k\rangle . \langle l|$$

$$\langle j|k\rangle = \delta_{jk}$$

$$\hat{H}.\hat{A} = \sum_{ijl} H_{ij} . A_{jl} . |i\rangle . \langle l|$$

$$\hat{A}.\hat{H} = \sum_{ijkl} A_{ij} . H_{kl} . |i\rangle . \langle j|k\rangle \langle l|$$

$$\hat{A}.\hat{H} = \sum_{ijl} H_{\cancel{j}l} . A_{ij} . |i\rangle . \langle l|$$

يمكن تبديل $i \longleftrightarrow j$

$$\hat{A}.\hat{H} = \sum_{ijl} H_{il} . A_{ji} . |j\rangle . \langle l|$$

$$l \longleftrightarrow j$$

$$\hat{A}.\hat{H} = \sum_{jil} H_{ij} . A_{li} . |l\rangle . \langle j|$$

نجد أنه من غير الممكن الحصول على $\hat{H}.\hat{A} = \hat{A}.\hat{H}$.
المبدل $[\hat{H}, \hat{A}] \neq 0$. لا يملك إذن المؤثرين مجموعة مشتركة التي تكون بآن معاً أشعة خاصة لكلا المؤثرين.

4- القيم الممكن الحصول عليها لدى إجراء قياس للطاقة هي القيم الخاصة للمؤثر الممثل للطاقة أي الهاملتوني. نقوم بتقطير الهاملتوني:

$$P(\lambda) = \det\{[\hat{H}]_n - \lambda . I\}$$

$$P(\lambda) = \begin{vmatrix} E_0 - \lambda & -E_0 & 0 \\ -E_0 & E_0 - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -E_0 - \lambda \end{vmatrix} = -(E_0 - \lambda)(E_0 - \lambda).(E_0 + \lambda) + E_0 . E_0 . (E_0 + \lambda)$$

$$P(\lambda) = (E_0+\lambda)\cdot\{[E_0-(E_0-\lambda)]\cdot[E_0+(E_0-\lambda)]$$

$$P(\lambda) = (E_0+\lambda)\cdot(\lambda)\cdot(2.E_0-\lambda)$$

$$P(\lambda)=0 \Rightarrow \lambda=0 \; ; \; \lambda=-E_0 \; ; \; \lambda=2.E_0$$

نفس الإصطلاح:

$$E_1=0 \; ; \; E_2=-E_0 \; ; \; E_3=2.E_0$$

الأشعة الذاتية:

$$[\hat{H}]_u\cdot|\phi_1\rangle = (E_1)\cdot|\phi_1\rangle$$

$$E_0\cdot\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} = (0)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x-y\\ -x+y\\ -z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ 0\end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$y=x \; ; \; y=x \; ; \; z=0 \Rightarrow |\phi_1\rangle = \begin{pmatrix}x\\ x\\ 0\end{pmatrix} = x\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\langle\phi_1|\phi_1\rangle = \overline{\underline{x^* \quad x^* \quad 0}}\cdot\begin{pmatrix}x\\ x\\ 0\end{pmatrix} = 2\cdot|x|^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$E_1 = 0 \longrightarrow |\phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$$

$$[\hat{H}]_u\cdot|\phi_2\rangle = E_2\cdot|\phi_2\rangle$$

$$E_0\cdot\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} = (-E_0)\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix}x-y\\ -x+y\\ -z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-x\\ -y\\ -z\end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} x-y &= -x\\ -x+y &= -y\\ -z &= -z \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} y &= 2.x\\ 2.y &= x\\ z &= z \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2.(2.x) = x \Rightarrow 4.x = x$$

$$z = z$$

علاقة محققة فقط من أجل

$$\Leftarrow x = 0$$

$$|\phi_2\rangle = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ z\end{pmatrix} = z\cdot\begin{pmatrix}0\\ 0\\ 1\end{pmatrix} \Rightarrow \langle\phi_2|\phi_2\rangle = \overline{\underline{0 \quad 0 \quad z^*}}\cdot\begin{pmatrix}0\\ 0\\ z\end{pmatrix} = |z|^2 = 1$$

$$\Rightarrow z = 1$$

$$E_2 = -E_0 \longrightarrow |\phi_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$[\hat{H}]_u \cdot |\phi_3\rangle = E_3 \cdot |\phi_3\rangle$$

$$E_0 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = (2 \cdot E_0) \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x - y \\ -x + y \\ -z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot x \\ 2 \cdot y \\ 2 \cdot z \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -x \\ y = -x \\ z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow |\phi_3\rangle = \begin{pmatrix} x \\ -x \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \langle \phi_3 | \phi_3 \rangle = \overline{x^* \; -x^* \; 0} \cdot \begin{pmatrix} x \\ -x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\langle \phi_3 | \phi_3 \rangle = 2 \cdot |x|^2 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$E_3 = 2 \cdot E_0 \longrightarrow |\phi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6- النشر الطيفي للهاملتوني على B_ϕ : الهاملتوني قطري على القاعدة
B_ϕ . إذن نكتب :

$$\hat{H} = \hat{I} \cdot \hat{H} \cdot \hat{I}$$

$$\hat{H} = \left(\sum_{i=1}^{3} |\phi_i\rangle \cdot \langle \phi_i| \right) \cdot \hat{H} \cdot \left(\sum_{i=1}^{3} |\phi_i\rangle \cdot \langle \phi_i| \right)$$

$$\hat{H} = \sum_i \sum_j |\phi_i\rangle \cdot \langle \phi_i | \hat{H} | \phi_j \rangle \cdot \langle \phi_j|$$

$$\langle \phi_i | \hat{H} | \phi_j \rangle = E_j \cdot \langle \phi_i | \phi_j \rangle = \delta_{ij} \cdot E_j$$

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{3} E_i \cdot |\phi_i\rangle \cdot \langle \phi_i|$$

$$\hat{H} = -E_0 \cdot |\phi_2\rangle \cdot \langle \phi_2| + 2 \cdot E_0 \cdot |\phi_3\rangle \cdot \langle \phi_3| + (0) \cdot |\phi_1\rangle \cdot \langle \phi_1|$$

-7

$$|\Psi_{Before}\rangle \xrightarrow{mes(\hat{H}) = -E_0} |\Psi_{After}\rangle$$

$$|\Psi_{After}\rangle = \frac{\hat{P}_n|\Psi_{Before}\rangle}{\sqrt{\langle\Psi_{Before}|\hat{P}_n|\Psi_{Before}\rangle}}$$

$$E_2 = -E_0 \longrightarrow |\phi_2\rangle \longrightarrow \hat{P}_2 = |\phi_2\rangle\langle\phi_2|$$

تشكل الأشعة الذاتية $\{|\phi_i\rangle\}$ مجموعة منتظمة تامة متعامدة يمكن أن ننشر بها $|\Psi_{Before}\rangle$:

$$|\Psi_{Before}\rangle = \sum_i c_i \cdot |\phi_i\rangle$$

$$\hat{P}_2|\Psi_{Before}\rangle = \left(|\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_2|\right)\cdot\left(\sum_i c_i \cdot |\phi_i\rangle\right)$$

$$\hat{P}_2|\Psi_{Before}\rangle = \sum_i c_i \cdot |\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_2|\phi_i\rangle = \sum_i \delta_{2i}\cdot c_i \cdot |\phi_2\rangle$$

$$\hat{P}_2|\Psi_{Before}\rangle = c_2 \cdot |\phi_2\rangle$$

$$\langle\Psi_{Before}|\hat{P}_2|\Psi_{Before}\rangle = \left(\sum_i c_i^* \cdot \langle\phi_i|\right)\cdot\left(c_2|\phi_2\rangle\right)$$

$$= \sum_i c_2 \cdot c_i^* \cdot \langle\phi_i|\phi_2\rangle = |c_2|^2$$

$$|\Psi_{After}\rangle = \frac{\hat{P}_2|\Psi_{Before}\rangle}{\sqrt{\langle\Psi_{Before}|\hat{P}_2|\Psi_{Before}\rangle}}$$

$$|\Psi_{After}\rangle = \frac{c_2 \cdot |\phi_2\rangle}{\sqrt{|c_2|^2}} = \frac{c_2 \cdot |\phi_2\rangle}{c_2} = |\phi_2\rangle$$

$$|\Psi_{After}\rangle = |\phi_2\rangle$$

8- الاحتمال $P_1(a_1)$:

$$a_1 = -\sqrt{17}\cdot a \longrightarrow |a_1\rangle \longrightarrow P_1(a_1) = |\langle a_1|\phi_2\rangle|^2$$

$$P_1(a_1) = \left| \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot \overline{\begin{pmatrix} 4 & -\sqrt{17} & 1 \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot (1) \right|^2 = \frac{1}{34}$$

شعاع الحالة بعد القياس :

$$|\phi_2\rangle \equiv |\Psi_{Before}\rangle \xrightarrow[P_1(a_1)]{Mes(\hat{A}) = a_1} |\Psi_{After}\rangle$$

$$a_1 = -\sqrt{17} \cdot a \longrightarrow |a_1\rangle \longrightarrow \hat{P}_1 = |a_1\rangle \cdot \langle a_1|$$

$$\hat{P}_1 |\Psi_{Before}\rangle = \hat{P}_1 |\phi_2\rangle = |a_1\rangle \cdot \langle a_1 | \phi_2\rangle$$

$$\langle a_1 | \phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot \overline{\begin{pmatrix} 4 & -\sqrt{17} & 1 \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot (1) = \frac{1}{\sqrt{34}}$$

$$\hat{P}_1 |\Psi_{Before}\rangle \equiv \hat{P}_1 |\phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot |a_1\rangle$$

$$\langle \phi_2 | \hat{P}_1 | \phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot \langle \phi_2 | a_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot \overline{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \cdot \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -\sqrt{17} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\langle \phi_2 | \hat{P}_1 | \phi_2\rangle = \frac{1}{34} \cdot (1) = \frac{1}{34} \Rightarrow \sqrt{\langle \phi_2 | \hat{P}_1 | \phi_2\rangle} = \frac{1}{\sqrt{34}}$$

$$|\Psi_{After}\rangle = \frac{\hat{P}_1 |\Psi_{Before}\rangle}{\sqrt{\langle \Psi_{Before} | \hat{P}_1 | \Psi_{Before}\rangle}} = \frac{\hat{P}_1 |\phi_2\rangle}{\sqrt{\langle \phi_2 | \hat{P}_1 | \phi_2\rangle}}$$

$$|\Psi_{After}\rangle = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot \frac{|a_1\rangle}{\frac{1}{\sqrt{34}}} = \frac{1}{\sqrt{34}} \cdot |a_1\rangle \cdot \sqrt{34}$$

$$|\Psi_{After}\rangle = |a_1\rangle$$

الاحتمال $P_2(a_2)$: $|\langle a_2 | \phi_2\rangle|^2$

$$a_2 = 0 \longrightarrow |a_2\rangle \longrightarrow P_2(a_2) = |\langle a_2 | \phi_2\rangle|^2$$

$$P_2(a_2) = \left| \frac{1}{\sqrt{17}} \cdot \overline{\begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \end{pmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 = \frac{16}{17}$$

$$[\hat{X}] = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \quad X_{11} = 0 \; ; \; X_{12} = 1 \quad X_{21} = 1 \; ; \; X_{22} = 0 \Rightarrow$$

$\boxed{12}$ $\boxed{8.}$

نتبع نفس الطريقة نجد أن

$$\hat{X} = |\phi_1\rangle\cdot\langle\phi_2| + |\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_1|$$

$$\hat{Y} = -i\cdot|\phi_1\rangle\cdot\langle\phi_2| + i\cdot|\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_1|$$

$$\hat{Z} = |\phi_1\rangle\cdot\langle\phi_1| - |\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_2|$$

c- مؤثرات الإسقاط الحالة الكمومية بعد الإسقاط والقيم والأشعة
الذاتية لمؤثر Hadamard (ص 37)

8-

9-

$$\hat{P}_n = |\phi_n\rangle\cdot\langle\phi_n| \quad , n = 1, 2$$

$$\hat{P}_1|\phi_1\rangle = |\phi_1\rangle\cdot\langle\phi_1|\phi_1\rangle = |\phi_1\rangle$$

$$\hat{P}_1\cdot|\phi_1\rangle = |\phi_1\rangle \Rightarrow \langle\phi_i|\hat{P}_1|\phi_1\rangle = \delta_{i1} \Rightarrow P_{11} = 1 \; ; \; P_{21} = 0$$

$$\hat{P}_1|\phi_2\rangle = |\phi_1\rangle\cdot\langle\phi_1|\phi_2\rangle = 0\cdot|\phi_1\rangle \Rightarrow$$

$$\langle\phi_i|\hat{P}_1|\phi_2\rangle = 0 \Rightarrow P_{12} = 0 \; ; \; P_{22} = 0$$

$$[\hat{P}_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{P}_2|\phi_1\rangle = |\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_2|\phi_1\rangle = 0\cdot|\phi_2\rangle$$

$$\langle\phi_i|\hat{P}_2|\phi_1\rangle = 0 \quad \forall i = 1, 2 \Rightarrow P_{11} = 0 \; ; \; P_{21} = 0$$

$$\hat{P}_2|\phi_2\rangle = |\phi_2\rangle\cdot\langle\phi_2|\phi_2\rangle = |\phi_2\rangle \Rightarrow P_{i2} = \delta_{i2} \Rightarrow$$

$$P_{12} = 0 \; ; \; P_{22} = 1 \Rightarrow$$

$$[\hat{P}_2] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

10-

$$\hat{P}_n|\psi\rangle = |\phi_n\rangle\cdot\langle\phi_n|\cdot[\alpha\cdot|\phi_1\rangle + \beta\cdot|\phi_2\rangle] \quad n = 1, 2$$

$$\hat{P}_n|\psi\rangle = \alpha.|\phi_n\rangle.\langle\phi_n|\phi_1\rangle + \beta.|\phi_n\rangle.\langle\phi_n|\phi_2\rangle$$ 9

$$\hat{P}_n|\psi\rangle = \delta_{1n}.\alpha.|\phi_n\rangle + \delta_{2n}.\beta.|\phi_n\rangle \quad ; n=1,2$$

11- احتمال وجود الجملة على الترتيب في الحالة $|\phi_1\rangle$ و $|\phi_2\rangle$:

$$P(|\phi_1\rangle) = |\langle\phi_1|\psi\rangle|^2 = |\alpha|^2$$

$$P(|\phi_2\rangle) = |\langle\phi_2|\psi\rangle|^2 = |\beta|^2$$

12- القيم والأشعة الذاتية لـ $[\hat{H}]$:

$$P(\lambda) = \det\{[\hat{H}] - \lambda.[I]\}$$

$$P(\lambda) = \det\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}.\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}\right\}$$

$$P(\lambda) = \det\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}-\lambda & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}-\lambda\end{pmatrix} = \begin{vmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}}-\lambda & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}-\lambda\end{vmatrix}$$

$$P(\lambda) = -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\lambda\right).\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\lambda\right) - \frac{1}{2} = -\left(\frac{1}{2}-\lambda^2\right) - \frac{1}{2}$$

$$P(\lambda) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} - \lambda^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \lambda^2 = 1 \Rightarrow \lambda_1 = +1 \ ; \ \lambda_2 = -1$$

$$\lambda_1 = +1 \longrightarrow |\psi_1\rangle = \begin{vmatrix}a\\ b\end{vmatrix}$$

$$[\hat{H}]|\psi_1\rangle = \lambda_1.|\psi_1\rangle \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}.\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix} = (+1).\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}.\begin{pmatrix}a+b\\ a-b\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{\sqrt{2}}.(a+b) = a\\ \frac{1}{\sqrt{2}}.(a-b) = b\end{cases} \Rightarrow \text{Addition :}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}.(2.a) = a+b \Rightarrow \sqrt{2}.a = a+b \Rightarrow b = a.(\sqrt{2}-1)$$

$$\langle\psi_1|\psi_1\rangle = 1 \Rightarrow \underline{\overline{\begin{matrix}a & a.(\sqrt{2}-1)\end{matrix}}}.\begin{vmatrix}a\\ a.(\sqrt{2}-1)\end{vmatrix} = 1 \Rightarrow$$

$$a^2 + a^2.(\sqrt{2}-1)^2 = 1 \Rightarrow a^2.[1+2+1-2.\sqrt{2}] = 1$$

$$a^2.(4-2.\sqrt{2}) = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} \quad ; \quad b = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}}$$

$$\lambda_1 = +1 \longrightarrow |\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2}-1 \end{pmatrix}$$

$$[\hat{H}]|\Psi_2\rangle = \lambda_2 \cdot |\Psi_2\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} a+b \\ a-b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a \\ -b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (a+b) = -a \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (a-b) = -b \end{cases}$$

Addition

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (2.a) = -a-b \Rightarrow b = -a - \sqrt{2}.a$$

$$b = -a.(1+\sqrt{2})$$

$$\langle \Psi_2 | \Psi_2 \rangle = 1 \Rightarrow a^2 + a^2.(1+\sqrt{2})^2 = 1$$

$$a^2.[1+1+2+2.\sqrt{2}] = 1 \Rightarrow a^2.(4+\sqrt{8}) = 1$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \quad ; \quad b = -\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{8}}}$$

$$\lambda_2 = -1 \longrightarrow |\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1-\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

غب -13

$$: \sqrt{\langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle}$$

$$\hat{P}_1 |\Psi\rangle = \alpha.|\varphi_1\rangle \Rightarrow \langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle = \alpha.\langle \Psi | \varphi_1 \rangle$$

$$\langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle = \alpha.[\alpha^*.\langle \varphi_1 | + \beta^*.\langle \varphi_2 |] \cdot |\varphi_1\rangle$$

$$\langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle = |\alpha|^2 + 0$$

$$\langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle = |\alpha|^2$$

$\cancel{16}$

$\boxed{11}$

$$\sqrt{\langle \Psi | \hat{P}_1 | \Psi \rangle} = |\alpha|$$

نعوض في عبارة $|\Psi_{after}\rangle$:

$$|\Psi_{after}\rangle = \frac{\alpha}{|\alpha|} \cdot |\phi_1\rangle$$

14- نحصل على التحويلة الواحدية التي تقطر $[\hat{H}]$ انطلاقاً من الأشعة الذاتية لـ $[\hat{H}]$. نكتب المصفوفة $[U]$:

$$[U] = \begin{pmatrix} |\Psi_1\rangle & |\Psi_2\rangle \end{pmatrix}$$

$$[U] = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} & \dfrac{1}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \\[2ex] \dfrac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} & \dfrac{-1-\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \end{pmatrix}$$

$$[U]^{+} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} & \dfrac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} \\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} & \dfrac{-1-\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \end{pmatrix}$$

$$[\tilde{H}] = [U]^{+} \cdot [H] \cdot [U]$$

$$[\tilde{H}] = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} & \dfrac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} \\[2ex] \dfrac{1}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} & \dfrac{-1-\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} & \dfrac{1}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \\[2ex] \dfrac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{4-\sqrt{8}}} & \dfrac{-1-\sqrt{2}}{\sqrt{4+\sqrt{8}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

د. نبيل جودية