سلم تصحيح أسئلة امتحان نهاية المدخل إلى فيزياء
الجسم الصلب للسنة الثالثة فيزياء
الفصل الدراسي الثاني
2023 – 2024

● إجابة السؤال الأول : (35 درجة)

السعة الحرارية للشبكة البلورية وفق نظرية اينشتاين

المجلة البلورية تتمثل بالمتذبذة التوافقية

1- القيمة الوسطية للطاقة الداخلية للمجلة البلورية تعطى :

$$\langle U \rangle = 3N_0 \hbar\omega \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{k_T}}}{\left(1-e^{-\frac{\hbar\omega}{k_T}}\right)}$$

{ المتوسط للعلاقة (1) ضروري جداً وعليه درجات }

$$\langle U \rangle = \frac{3N_0 \hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_T}} - 1} \quad (1) \quad (3 \text{ درجات})$$

2- عبارة السعة الحرارية C_v للمجلة البلورية بدلالة T ، θ_E يتم الحصول عليها باشتقاق العلاقة (1) بالنسبة لدرجة الحرارة T :

[1 مشتق العلاقة ضروري]

$$C_v = 3R\left(\frac{\hbar\omega_E}{k_T}\right)^2 \frac{e^{\hbar\omega_E/k_T}}{\left(e^{\hbar\omega_E/k_T} - 1\right)^2} \quad (2) \quad (5 \text{ درجات})$$

باستخدام θ_E درجة اينشتاين العلاقة (2) تؤول إلى :

$$C_v = 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{e^{\theta_E/T}}{\left(e^{\theta_E/T} - 1\right)^2} \quad (3) \quad (5 \text{ درجات})$$

- تبين الدراسة التجريبية للسعة الحرارية أن العلاقة (3) هي تقريب جيد لكثير من الأجسام الصلبة وذلك إذا كانت درجة حرارة أينشتاين θ_E مرتفعة مثل درجة حرارة الغرفة ($T = 300K^0$) والتي توافق تواتر بلورات $5 \times 10^{12} Hz$

3 - مناقشة سلوك السعة الحرارية C_v عند درجات الحرارة المنخفضة والمرتفعة

أي عند $T \ll \theta_E$ ، $T \gg \theta_E$

أولاً: من أجل $T \gg \theta_E$ عندها $\frac{\theta_E}{T} \ll 1$ وبالتالي يمكننا نشر $e^{\theta_E/T}$ في سلسلة كما يلي:

$$e^{\theta_E/T} \approx 1 + \frac{\theta_E}{T} + \dots$$

ومنه معادلة السعة الحرارية (3) تأخذ الشكل التالي:

$$C_v = 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{1}{\left(1 + \frac{\theta_E}{T} - 1\right)^2} = 3R \quad (4)$$

(6 درجات)

العلاقة (4) تشير إلى أنه من أجل درجات حرارة عالية جداً السعة الحرارية تعطي قيمة ثابتة تطابق السعة الحرارية في الميكانيك الكلاسيكي.

ثانياً: حالة درجات الحرارة المنخفضة $T \ll \theta_E$

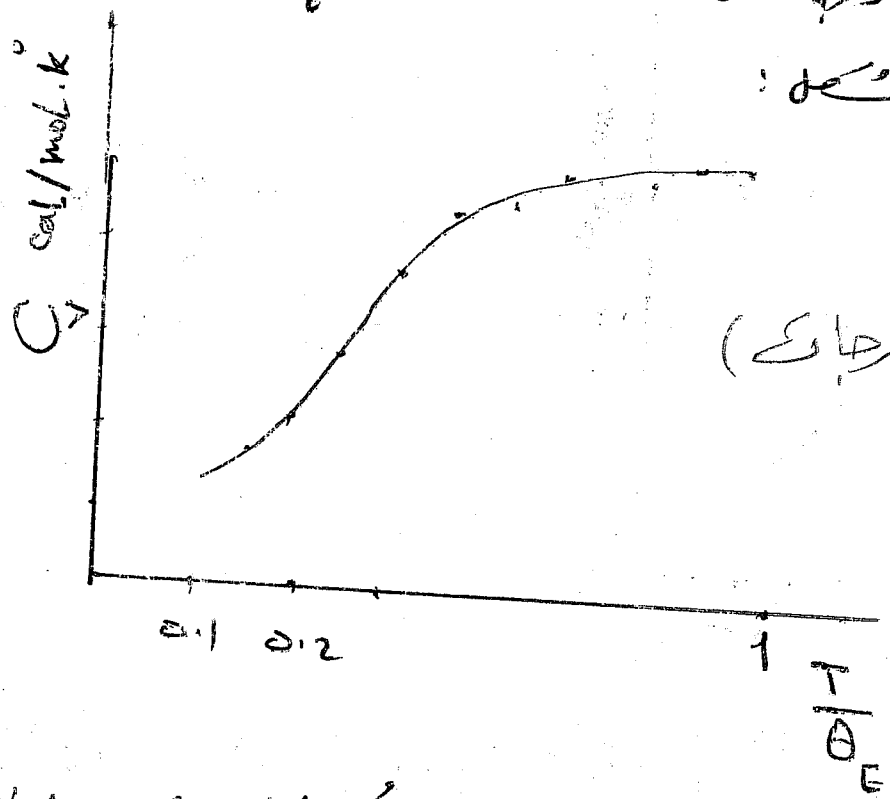
في هذه الحالة: $e^{\frac{\theta_E}{T}} \gg 1$

عندها تأخذ معادلة السعة الحرارية (3) الشكل التالي:

$$C_v \approx 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 e^{-\frac{\theta_E}{T}} \quad (5)$$

(6 درجات)

وبالتالي نجد أنه عند تناقص درجة الحرارة وتقترب من الصفر فإن السعة الحرارية C_v تقل وتؤول إلى الصفر، لأن الحد الرئيسي في المعادلة (5) وهو $e^{-\frac{\theta_E}{T}}$ هو الذي يحدد سلوك السعة الحرارية، فعندما تهبط درجة الحرارة T دون الحد $0.2\theta_E$ فإن C_v تبدأ بالتناقص كما في الشكل:



(5 درجات)

ملاحظة: في هذا المجال عن درجات الحرارة يلاحظ ابتعاد نظرية أينشتاين عن النتائج التجريبية التي تشير إلى أن السعة الحرارية تقترب نحو الصفر بصورة أبطأ مما تنبأت به نظرية أينشتاين، هذا الابتعاد بين النظرية السابقة والتجربة قد حظي بدراسة من قبل ديباي

3 درجات

انتهت إجابة السؤال الأول