سلم تصحيح مقرر رياضيات 4 لطلاب السنة الثالثة بيوفيزياء

فصل أول 2024 - 2025

[1] تعريف تحويل لابلاس: 5 درجات

ليكن $f(t)$ دالة معرفة في المجال $[0,\infty[$ وليكن s متحول حقيقي عندئذٍ، فإن تحويل لابلاس للدالة $f(t)$ هو $F(s)$ أو $L[f(t)]$ ويعرف كما يلي:

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t)\, dt$$

بشرط $\lim_{A\to\infty} \int_0^A f(t)\, dt < +\infty$

$$L[sh\, at] = L\left[\frac{e^{at} - e^{-at}}{2}\right] = \frac{L[e^{at}]}{2} - \frac{L[e^{-at}]}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{s-a} - \frac{1}{s+a}\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{s+a-s+a}{(s-a)(s+a)}\right]$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{2a}{s^2-a^2} = \frac{a}{s^2-a^2}$$ /10 درجات/

[2]

* $L[t^5] = \frac{5!}{s^6}$ /10 درجات/

* $L[e^{4t}\sin 5t] = \frac{5}{(s-4)^2+25} = \frac{5}{s^2+16-8s+25} = \frac{5}{s^2+41-8s}$

$L[\sin 5t] = \frac{5}{s^2+25}$

* $L^{-1}\left[\frac{1}{s-9}\right] = e^{9t}$ /10 درجات/

* $L^{-1}\left[\frac{\bullet}{s^2+16}\right] = \frac{1}{16}\sin 4t$ /10 درجات/

[3]

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{\pi} f(x)\,dx\right]$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\int_{-\pi}^{0} x\,dx + 0\right] = \frac{1}{\pi}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{-\pi}^{0} = \frac{-\pi}{2}$$ /10 درجات/

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0} x\cos nx\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\left\{\left[\frac{x}{n}\sin nx\right]_{-\pi}^{0} - \frac{1}{n}\int_{-\pi}^{0}\sin nx\,dx\right\} = \frac{1}{n^2}\left[\cos nx\right]_{-\pi}^{0}$$

$$a_n = \frac{1}{n^2\pi}\left[1-(-1)^n\right] \quad , n \geq 1$$ /10 درجات/

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx\,dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0} x \sin nx\,dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{-x}{n}\cos nx + \frac{1}{n^2}\left[\sin nx\right]_{-\pi}^{0}\right]_{-\pi}^{0}$$

$$= \frac{1}{\pi}\left[\frac{-(-1)^n\pi}{n}\right] = \frac{(-1)^{n+1}}{n} \quad (\star) \quad ; n \geq 1$$ /10 درجات/

صيغة

$$f(x) \sim \frac{-\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{n^2\pi}\left[1-(-1)^n\right]\cos(nx) + \frac{(-1)^{n}}{n}\sin(nx)\right\}$$ /5 درجات/

$$C_n = \frac{1}{2}(a_n - i b_n)$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{n^2\pi}\left[1-(-1)^n\right]\right] - i\,\frac{(-1)^{n+1}}{n}$$ /5 درجات/

$$f(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n^2\pi}\,1-(-1)^n - i\,\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right)e^{-inx}$$ ، بالتالي

/5 درجات/