كلية العلوم

قسم الرياضيات

امتحان الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي 2024-2025

مقرر الرياضيات (3) لطلاب السنة الثانية – قسم الجولوجيا

اسم الطالب : الدرجة 100

السؤال الأول (30 درجة)

1- عرف الشعاع الصفري $\vec{0}$ وبرهن أن الشرط اللازم والكافي ليتوازا شعاعان $\vec{a}//\vec{b}$ غير صفريان هو أن ينعدم جداؤهما الخارجي

ليكن لدينا الأشعة : $\vec{a}(-2,1,0)$, $\vec{b}(1,0,2)$, $\vec{c}(0,-3,1)$, $\vec{d}(0,-1,4)$

والمطلوب : اثبات ان $\vec{a}\,,\vec{b}$ مستقلان خطيا ، ثم حساب حجم الهرم الذي أحرفه الاشعة $\vec{a}\,,\vec{b},\vec{c}$ ، ومن ثم اثبات ان الاشعة $\vec{a}\,,\vec{b},\vec{c}\,,\vec{d}$ مرتبطة خطيا

2- اوجد نتيجة العبارات التالية

a. $(\vec{V},\vec{V}',\vec{V}'')' = ?$ حيث $\vec{V}$ شعاع قابل للاشتقاق .

b. $div(rot\,\vec{F}\;) = ?$ حيث $\vec{F}$ حقل متجهي .

3- بفرض: $\overrightarrow{om} = sinucosv\vec{\imath} + sinusinv\vec{\jmath} + cosu\vec{k}$ و المطلوب

i. تحقق ان معادلة راسم الخطى ديكارتيا هي $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$

ii. استنتج شعاع واحدة الناظم $\vec{N}$ للسطح الناتج $f(x,y,z)$ عند النقطة m(1,0,-2)

iii. أوجد المشتق الاتجاهي للحقل $f(x,y,z)$ نحو تزايد x

السؤال الثاني (50 درجة)

1. برهن أن $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2}$

2. أوجد الجذر الرابع للعدد العقدي $z = 2 + 2\sqrt{3}i$

3. هل الدللة $f(z) = z^2 + z$ دالة تحليلية أوجد مشتقها .

4. أوجد $\int -2z dz$ على القطع المكافئ $y = x^2$ في النقطة z=0 الى النقطة z=2+4i

5. أوجد $\oint \frac{dz}{z^2(z-3)}$ عند |z|=2

السؤال الثالث (20 درجة)

1. أوجد المعادلة التفاضلية التي تقبل حام عام لها $y = c^2 + \frac{x}{c}$

2. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية $y' = e^{2x}$ حيث $y(0) = 1$

---------------------------------انتهت الأسئلة---------------------------------

مع التمنيات بالتوفيق والنجاح

$y = \sin u \sin v$

$z = \cos u$

$x^2 + y^2 = \sin^2 u$

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$

$f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$

سلم تصحيح امتحان مقرر رياضيات (3)
سنة ثانية بيولوجيا - شعبة ... 2024-2025

السؤال الأول

(1) شعاع الصفري: شعاع انطبق مبدؤه ومنتهاه رمزه $\vec{0}$

$\vec a // \vec b \Leftrightarrow \vec a \wedge \vec b = \vec 0$

$\Leftarrow \quad \vec a \wedge \vec b = \vec 0$

$|\vec a \wedge \vec b| = |\vec a| . |\vec b| \sin\theta$

$|\vec a| . |\vec b| \neq 0$ غير صفري

$\Rightarrow \sin\theta = 0$

$\Rightarrow \theta = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$

اذاً $\vec a // \vec b$

$\Leftarrow \quad \vec a // \vec b$

$\exists \alpha \in R \quad \alpha \vec a = \vec b$

$\Rightarrow \vec a \wedge \vec b = \vec a \wedge \alpha \vec a$

$= \alpha (\vec a \wedge \vec a)$

$= \alpha \vec 0 = \vec 0$

$\Leftarrow$ مستقلة $\vec a, \vec b$

$\vec a \wedge \vec b \stackrel{?}{\neq} \vec 0$

$$= \begin{vmatrix} \vec i & \vec j & \vec k \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$= 2\vec i + 4\vec j + \vec k \neq \vec 0$

نأخذ $\vec a, \vec b, \vec c$

$V = \frac{1}{6} (\vec a, \vec b, \vec c)$

$$= \frac{1}{6} \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$\vec a, \vec b, \vec c, \vec d$ مرتبطة خطياً لأنه من الفضاء R^3

(2)

$(\vec V, \vec V', \vec V'')' =$

$\underbrace{\cancel{(\vec V', \vec V', \vec V'')}}_{0} + \underbrace{\cancel{(\vec V, \vec V'', \vec V'')}}_{0}$

$+ (\vec V, \vec V', \vec V''')$

$\mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\vec F) = \vec\nabla . (\vec\nabla \wedge \vec F)$

$= (\vec\nabla, \vec\nabla, \vec F)$

$= 0$

(3)

$x = \sin u \cos v$

$y = \sin u \sin v$

$z = \cos u$

$x^2 + y^2 = \sin^2 u$

$x^2 + y^2 + z^2 = 1$

$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1$

3

$$f(z) = z^2 + z$$

$$z = x + yi$$

$$z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$f(z) = z^2 + z$$

$$= (x^2 - y^2 + x) + (y + 2xy)i$$

$$u = x^2 - y^2 + x$$

$$v = y + 2xy$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \overset{?}{=} \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$2x + 1 = 2x + 1$$

$$f'(z) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} i$$

$$= (2x+1) + (1 + 2x) i$$

4

ج ٢

$$y = x^2 \qquad \int_{(0,0)}^{(2,4)} z\, dz$$

$z = 0$

$z = 2 + 4i$

$$= -\int_{(0,0)}^{(2,4)} (x + yi)(dx + dy)i$$

$$y = x^2 \Rightarrow dy = 2x\,dx$$

$$= i$$

5

$$\oint \frac{dz}{z^2(z-3)}$$

$$|z| = 2 \qquad = \int \frac{f(z)}{z^n} dz \qquad f(z) = \frac{1}{z-3}$$

$$z = 0 \in C \qquad z = 3 \notin C$$

$$\vec{N} = \frac{\overrightarrow{\text{grad} f}}{|\text{grad} f|}$$

$$\overrightarrow{\text{grad} f} = \nabla f$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

$$= 2x\vec{i} + 2y\vec{j} + 2z\vec{k}$$

$$\overrightarrow{\text{grad} f}_{(1,0,-2)} = \vec{i} - 4\vec{k}$$

$$|\text{grad} f| = \sqrt{17}$$

$$\vec{N} = \frac{1}{\sqrt{17}}\vec{i} - \frac{4}{\sqrt{17}}\vec{k}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \vec{i}} = \frac{\partial f}{\partial x} = 2x$$

السؤال ١

1

$$z_1 = x_1 + y_1 i$$

$$z_2 = x_2 + y_2 i$$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i$$

$$\overline{z_1 + z_2} = (x_1 + x_2) - (y_1 + y_2)i$$

$$= \overline{x_1 - y_1 i} + \overline{x_2 - y_2 i}$$

$$= \bar{z}_1 + \bar{z}_2$$

2

$$\sqrt[n]{z} = r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta + 2\pi k}{n} + \sin\frac{\theta + 2\pi k}{n}\right)$$

$$n = 4 \qquad r = 4$$

$$\sqrt[4]{z} = 4^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{\theta + 2\pi k}{4} + \sin\frac{\theta + 2\pi k}{4}\right)$$

$$\int \frac{f(z)}{z^{n+1}} = 2\pi i \, f^{(n)}(a)$$

$$\int \frac{\frac{dz}{z-3}}{z^2} \Rightarrow n=1$$

$n+1=2$

$= 2\pi i \, f'(a)$

السؤال الثالث

(1)

$y = c^2 + \frac{x}{c}$

$y' = \frac{1}{c} \Rightarrow$

$c = \frac{1}{y'}$

$y = \frac{x}{\frac{1}{y'}} + \frac{1}{y'^2}$

$y y'^3 - x y'^3 + 1 = 0$

(2)

$y' = e^{2x}$

$\frac{dy}{dx} = e^{2x}$

$dy = e^{2x} dx$

$y = e^{2x} + C$

$y(0) = 1$

$1 = 1 + c$

$c = 0$

$\Rightarrow y = e^{2x}$

ملاحظات

(1) الاخطاء القاتلة الإملائية تخزن الفقرة كاملة

(2) كتابة القانون الصحيح والتعويض غير الصحيح يفقد نصف الدرجة المخصصة للفقرة

(3) يخسر علامة الخطأ مرة واحدة في الفقرة

لا يحسب الخطأ السببي

اما خطأ التعويض اذا اشتق او استكمل الحل صحيح

يخسر مرة واحدة

مدرس المادة أ.م. أسماء حمود