جامعة دمشق
كلية العلوم

السنة الأولى
المدة: ساعتان

امتحان الفصل الأول - رياضيات١ – قسم الجيولوجيا – ٩ / ٢ /٢٠٢٥ ، ٢- ٤

أ) ضع كلمة صح أمام العبارة الصحيحة و خطأ أمام الخاطئة في ما يلي (٣ درجات لكل عبارة):
١- إذا ضربنا سطر في محدد بعدد وأضفنا الى عمود آخر فإن قيمة المحدد لا تتغير. ٢- المصفوفة الواحدية هي مصفوفة قطرية كل عنصر من عناصر قطرها الرئيسي يساوي الواحد. ٣- ناتج جمع مصفوفة من المرتبة ٣×٢ مع مصفوفة من المرتبة ٢×٣ هو مصفوفة من المرتبة ٣×٣, ٤- طريقة التنصيف تفيد في إيجاد جذور تقريبية لمعادلات من الشكل $f(x) = 0$. ٥- لضرب مصفوفة أولى في مصفوفة ثانية يشترط ان يكون عدد اسطر الأولى مساوي لعدد اعمدة الثانية. ٦- مقلوب مصفوفة A مرتبتها $n \times n$ هو مصفوفة B مرتبتها بحيث $n \times n$ بحيث $AB = BA = I_n$. ٧- طريقة كرامر تفيد في إيجاد مجموعة حلول جملة معادلات خطية. ٨- يكون منحني الدرجة الثانية مركزيا" إذا كان $AC - B^2 \neq 0$. ٩- المبادلة بين عمودين في مصفوفة ، عملية عمودية. ١٠- اذا كان أحد الأسطر في محدد صفريا" فالمحدد يساوي الصفر. ١١- في المعادلة المبسّطة لمنحني الدرجة الثانية الحد xy غير موجود. ١٢- جمع المصفوفات غيرتبديلي. ١٣- يمكن حساب التكاملات بطريقة أشباه المنحرفات بصورة تقريبية. ١٤- الدائرة منحني مركزي. ١٥- المصفوفة الصفرية هي مصفوفة كل أعدادها أصفار.
(١٥ درجة)

ب) أوجد حل جملة المعادلات الخطية:

$$\begin{aligned} x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 9 \\ x_1 + x_2 + 7x_3 &= 6 \\ -3x_2 + 4x_3 &= -2 \end{aligned}$$

(١٥ درجة)

ت) برهن أن مقلوب المصفوفة التالية: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ هو $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(١٠ درجات)

ث) أحسب محدد المصفوفة التالية:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

(٥ درجات)

ج) أوجد مركز منحني الدرجة الثانية التالي

$$2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$$

خ) أوجد الاحداثيات الاسطوانية والكروية للنقطة $M(2\sqrt{3}, 2, 1)$ المعطاة ديكارتيا".
(١٠ درجات)

نهاية الأسئلة

ملاحظة: $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$ $\tan^{-1}(4) = \frac{\pi}{2,37}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تصحيح امتحان مادة رياضيات ١

السنة الأولى بيولوجيا امتحان الفصل الأول

في ٩/٧/٢٠٢٥ ، ٤-٢

٢) ضع كلمة صح أمام العبارة الصحيحة وخطأ أمام الخاطئة في مايلي (١٣ درجات لكل عبارة):

١- اذا ضربنا سطر في محدد بعدد وأضفنا إلى عمود آخر فإن قيمة المحدد لاتتغير (خطأ)

٢- المصفوفة الواحدية هي مصفوفة قطرية كل عناصرها على قطرها الرئيسي يساوي الواحد (صح)

٣- ناتج جمع مصفوفة من المرتبة ٣×٢ مع مصفوفة من المرتبة ٢×٣ هو مصفوفة من المرتبة ٣×٢ (خطأ)

٤- طريقة التكثيف تفيد في ايجاد حلول تقريبية لمعادلات من الشكل $f(x)=0$ (صح)

٥- لضرب مصفوفة أول في مصفوفة ثانية يشترط أن يكون عدد أسطر الأولى يساوي لعدد أعمدة الثانية (خطأ)

٦- مقلوب مصفوفة A مرتبتها $n\times n$ هو مصفوفة B مرتبتها $n\times n$ بحيث $AB=BA=I_n$ (صح)

٧- طريقة كرامر تفيد في ايجاد مجموعة حلول جملة معادلات خطية (صح)

٨- يكون منحني الدرجة الثانية مركزياً اذا كان $A'C-B^2\neq 0$ (صح)

٩- المبادلة بين عمودين في مصفوفة عملية عمودية (صح)

١٠- اذا كان أحد الأسطر في محدد صفرياً فالمحدد يساوي الصفر (صح)

١١- في المعادلة المنسطنة ملحني الدرجة الثانية الحد xy غير موجود (خطأ)

١٢- جمع المصفوفات تبديلي (خطأ)

١٣- يمكن حساب التكاملات بطريقة أشباه المنحرفات بصورة تقريبية (صح)

١٤- الدائرة منحني مركزي (صح)

١٥- المصفوفة الصفرية هي مصفوفة كل عناصرها أصفار (صح)

ب- أوجد حل جملة المعادلات الخطية (15 درجة)

$$x_1+5x_2+2x_3=9$$
$$x_1+x_2+7x_3=6$$
$$-3x_2+4x_3=-2$$

الحل:

نكتب المصفوفة الموسعة ونستخدم طريقة غاوس

$$\begin{bmatrix}1&5&2&9\\0&-4&5&-3\\0&-3&4&-2\end{bmatrix}\xrightarrow{R_2\to -R_2}\begin{bmatrix}1&5&2&9\\0&4&-5&3\\0&-3&4&-2\end{bmatrix}\xrightarrow{R_2\to -R_1+R_2}\begin{bmatrix}1&5&2&9\\1&1&7&6\\0&-3&4&-2\end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_3\to R_2+R_3}\begin{bmatrix}1&5&2&9\\0&4&-5&3\\0&1&-1&1\end{bmatrix}\xrightarrow{R_2\leftrightarrow R_3}\begin{bmatrix}1&5&2&9\\0&1&-1&1\\0&4&-5&3\end{bmatrix}\xrightarrow{\substack{R_1\to -5R_2+R_1\\R_3\to -4R_2+R_3}}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to -R_3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_1 \to -7R_3 + R_1 \\ R_2 \to R_1 + R_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

بالعودة للمجاهيل نجد

$x_1 = -3$

$x_2 = 2$

$x_1 = 1$

السؤال ث : برهن أن مقلوب المصفوفة التالية (15 درجة)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

هو $A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

الحل : نجد مقلوب A بالطريقة العملية

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} R_2 \to -2R_1 + R_2 \\ R_3 \to -R_1 + R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to -R_2 + R_3}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_3 \to \frac{1}{2}R_3} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right] \begin{array}{l} R_1 \to -R_3 + R_1 \\ R_2 \to R_3 + R_2 \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right] \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ث - أحسب محدد المصفوفة التالية (10 درجات)

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الحل:

$$|A| = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 4 \\ 3 & -4 & 5 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_3} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 3 & -4 & 5 \\ 7 & 2 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow[R_3 \to -7R_1 + R_3]{R_2 \to -3R_1 + R_2} \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & -13 & 11 \\ 0 & -19 & 18 \end{vmatrix} \xrightarrow{C_3 \to C_3 + C_2} =$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -13 & -2 \\ 0 & -19 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -13 & -2 \\ -19 & -1 \end{vmatrix} = - \left((-13)(-1) - (-2)(-19) \right)$$

$$= - (13 - 38) = - (-25) = 25$$

ج) أوجد مركز مخني الدرجة الثانية التالي (10 درجات)

$$2x^2 + 4xy + 5y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$$

الحل: لدينا $A = 2, 2B = 4, C = 5, 2D = -6, 2E = -8, F = -1$

لدينا معادلتي المركز هما $Ax + By + D = 0$

$$Bx + Cy + E = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y - 3 = 0 \\ 2x + 5y - 4 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{بطرح المعادلتين}} 3y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

بالتعويض في الأولى نجد

$$2x + 2\frac{1}{3} - 3 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 3 - \frac{2}{3} = \frac{9-2}{3} = +\frac{7}{3} \Rightarrow 2x = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{7}{6}$$

إذن مركز المخني هو $\left(\frac{7}{6}, \frac{1}{6}\right)$

د) أوجد الإحداثيات الأسطوانية والكروية للنقطة $M(2\sqrt{3}, 2, 1)$ المعطاة ديكارتيا (10 درجات) (10 درجات)

الحل: لدينا $x = 2\sqrt{3}$ ، $y = 2$ ، $z = 1$

الإحداثيات الأسطوانية (r, θ, z)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{4 \times 3 + 4} = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow r = 4$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

كما أن z هي نفسها في الإحداثيات الديكارتية اذن $z=1$
و الإحداثيات الأسطوانية اذن $(4, \frac{\pi}{6}, 1)$

الإحداثيات الكروية (ρ, θ, φ)

$$\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2+1^2} = \sqrt{17} \Rightarrow \rho = \sqrt{17}$$

ولدينا

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z} = \frac{\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}}{1} = \frac{4}{1} \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = 4$$

ومنه $\varphi =$

والزاوية θ هي نفسها في الإحداثيات الكروية اذن $\theta = \frac{\pi}{6}$

اذن $\left(\sqrt{17}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2,37}\right)$

نهاية سلم التصحيح

أ. أحمد هابيل مدرس المادة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner