سلم تصحيح مادة المعادلات التفاضلية سنة ثانية احصاء جامعة دمشق فصل اول ٢٠٢٤/٢٠٢٥

السؤال الاول :

-١
$$P(x)y'' + q(x)y' + S(x)y = R(x)$$
$$y'' + y' + y = x$$

-٢
$$y' = P(x)y^2 + q(x)y + R(x)$$
$$y' = y^2 + y + x$$

-٣
$$y' + P(x)y = q(x)y^n \quad ; n \in Z^{+} - \{1\}$$
$$y' + y = xy^2$$

-٤
$$Ax^2y'' + Bxy' + Cy = f(x)$$
$$x^2y'' + xy' + y = x$$

السؤال الثاني:

لدينا $M(x,y) = x^2 + x - y^2 \quad \& \quad N(x,y) = -xy$

-١ $\frac{\partial N}{\partial x} = -y \quad \neq \quad \frac{\partial M}{\partial y} = -2y$ والمعادلة ليست تامة.

-٢ طريقة ١: $\mu(x) = x$ نضرب المعادلة به ثم نتاكد انها تامة تصبح المعادلة

$$(x^3 + x^2 - xy^2)dx - x^2ydy = 0$$

فيكون $\frac{\partial N}{\partial x} = -2xy \quad = \quad \frac{\partial M}{\partial y} = -2xy$ والمعادلة تامة ومنه

$\mu(x) = x$ عامل تكميل للمعادلة .

طريقة ٢: نوجد عامل التكميل $\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x} = -y$ ومنه $H(x) = \frac{-y}{-xy} = \frac{1}{x}$

وبالتالي فإن :

$\mu = e^{\int H(x)dx} = e^{\ln(x)} = x$ إذا $\mu(x) = x$ عامل تكميل للمعادلة .

-٣ $F(x,y) = \int N(x,y)\,dy + \varphi(x) = \frac{-x^2y^2}{2} + \varphi(x)$ نشتق بالنسبة لـ x نجد:

$x^3 + x^2 - xy^2 = -xy^2 + \varphi'(x)$ بلمكاملة وعزل φ نجد:

$\varphi(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C$ ومنه الحل العام هو : $\frac{-x^2y^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + C = 0$

المدرس محمد داوود جلبي مدرس المقرر

السؤال الثالث: نأخذ L الطرفين:

$$L[y''] - sL[y'] + 2L[y] = L[e^{3x}]$$

$$\Rightarrow s^2L[y] - sy(0) - y'(0) - 3\{sL[y] - y(0)\} + 2L[y] = \frac{1}{s-3}$$

$$\Rightarrow s^2L[y] - s - 1 - 3sL[y] + 3 + 2L[y] = \frac{1}{s-3}$$

$$\Rightarrow (s^2 - 3s + 2)L[y] - s + 2 = \frac{1}{s-3} \Rightarrow$$

$$(s^2 - 3s + 2)L[y] = \frac{1}{s-3} + s - 2 \Rightarrow$$

$$(s-2)(s-1)L[y] = \frac{1 + (s-2)(s-3)}{s-3} \Rightarrow$$

$$L[y] = \frac{s^2 - 5s + 7}{(s-3)(s-2)(s-1)}$$

نفرق الكسور نجد:

$$\frac{s^2 - 5s + 7}{(s-3)(s-2)(s-1)} = \frac{A}{s-3} + \frac{B}{s-2} + \frac{C}{s-1}$$

إن: $A = \frac{1}{2} \quad B = -1 \quad c = \frac{3}{2}$ ومنه :

$$L[y] = \frac{1}{2(s-3)} - \frac{1}{s-2} + \frac{3}{2(s-1)}$$

بأخذ L^{-1} نجد الحل الخاص: $y = \frac{1}{2}e^{3x} - e^{2x} + \frac{3}{2}e^{x}$

السؤال الرابع: (3) $\quad y''' = 60x^2 - 48x + \sin x$

بالمكاملة نجد: $y'' = 20x^3 - 24x^2 - \cos x + C_1$

بالمكاملة نجد: $y' = 5x^4 - 8x^3 - \sin x + C_1x + C_2$

بالمكاملة نجد الحل العام : $y = x^5 - 2x^4 + \cos x + C_1x^2 + C_2x + C_3$

(4) $\quad y' + 2xy = 4xe^{-x^2}$

المدرس محمد داوود جلبي مدرس المقرر

نوجد الحل العام للمعادلة : $y' + 2xy = 0$ لدينا :

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y} + 2xdx = 0 \overset{\int}{\Rightarrow} \ln y + x^2 = C_1 \Rightarrow$$

$$\ln y = C_1 - x^2 \Rightarrow y = Ce^{-x^2} \;\; ; C = e^{C_1} \ldots\ldots (*)$$

يفرض C تابع لـ x نشتق $\quad y' = C'e^{-x^2} - 2xCe^{-x^2}$

نعوض في المعادلة 4 فنجد : $C' = 4x \overset{\int}{\Rightarrow} C(x) = 2x^2 + C$ نعوض بـ $(*)$

نجد : $y = (2x^2 + C)e^{-x^2}$ وهو الحل العام للمعادلة .

$$(5) \qquad (x - y + 1)dx + (x - y + 2)dy = 0$$

نلاحظ أن : المستقيمان $(x - y + 2)$ و $(x - y + 1)$ متوازيان ومنه نفرض أن :

$$z = x - y \overset{\text{بالاشتقاق}}{\Longrightarrow} z' = 1 - y' \Rightarrow y' = 1 - z'$$

من المعادلة نجد: $y' = -\frac{x-y+1}{x-y+2}$ نعوض: $1 - z' = -\frac{z+1}{z+2}$ ومنه :

$$z' = 1 + \frac{z+1}{z+2} = \frac{2z+3}{z+2} \Longrightarrow \frac{dz}{dx} = \frac{2z+3}{z+2} \Longrightarrow \frac{z+2}{2z+3}dz = dx$$

باجراء القسمة الاقليدية نجد:

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2(2z+3)}\right] dz = dx \overset{\int}{\Longrightarrow} \frac{1}{2}z - \frac{1}{4}\ln(2z+3) = x + C$$

ومنه: $\frac{1}{2}(x - y) - \frac{1}{4}\ln(2(x - y) + 3) = x + C$ وهو الحل العام .

$$(6) \qquad \sin x \sin^3 y \;\; dx - cos^3 x \cos y \, dy = 0$$

نقسم على : $cos^3 x \sin^3 y$ فنجد :

$$\frac{1}{cos^2 x}\tan x \, dx - \frac{1}{sin^2 y}\cot y \;\; dy = 0 \overset{\int}{\Longrightarrow} \frac{\tan^2 x}{2} + \frac{\cot^2 y}{2} = C$$

وهو الحل االعام للمعاادلة .

المدرس محمد داوود جلبي مدرس المقرر

سلم تصحيح مادة المعادلات التفاضلية سنة ثانية احصاء جامعة دمشق فصل اول ٢٠٢٤/٢٠٢٥

السؤال الاول لكل معادلة ٤ درجات ٢ للشكل العام و ٢ للمثال

السؤال الثاني :١- عليه٢ درجة و٢- عليه ٤ درجات و ٣- عليه ٨ درجات

السؤال الثالث ٢٥ درجة

السؤال الرابع :معادلة ٣ عليها ٨ درجات

معادلة ٤ عليها ١٦ درجة

معادلة ٥ عليها ١٦ درجة

معادلة ٦ عليها ٥ درجات