① سلم تصحيح سؤال التحليل (١) لطلاب المرحلة
الثالثة الفصل الاول 2024 - 2025

جواب:
الحلقة الاولى
إذا كان الجواب القانوني يفقد درجة القوة كاملة

② كتابة القانون الصحيح والتعويض
دون التعويض يفقد نصف الدرجة المخصصة للفقرة

③ في حالة كتابة اشارة خاطئة في
الفقرة a و b يفقد الطالب
القسم اما اذا كان الخطأ في التعويض
او الاشتقاق او الاشارة
فيفقد درجة واحدة في الفقرة

مدرس المادة
أ.م. [illegible]

السؤال الاول

1- Q كثيفة في R

نوجد $q \in Q$

$a < q < b$?

$b > a \Rightarrow b - a > 0$

$n(b-a) > 1$

$nb - na > 1$

$na < m < nb$

$a < \frac{m}{n} < b$

$a < q < b$

2-

$\{x_n\}$ متقاربة

$\forall \frac{\varepsilon}{2} > 0 : \exists N_\varepsilon < n \ |x_n - a| < \frac{\varepsilon}{2}$

$|x_n - b| < \frac{\varepsilon}{2}$

$|a - b| = |a - x_n + x_n - b|$

$< |x_n - a| + |x_n - b|$

$< \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2}$

$|a - b| < \varepsilon$

$\Rightarrow |a - b| = 0 \Rightarrow a = b$

(1) $\sum \frac{2^n}{n(2^n+1)}$

$u_n = \frac{2^n}{n(2^n+1)}$

$v_n = \frac{1}{n}$

$u_n < v_n$

متباعدة

(2) $\sum \operatorname{arctg}^n \frac{2n}{2n-1}$

$\lim \sqrt[n]{\operatorname{arctg}^n \frac{2n}{2n-1}}$

$= \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4} < 1$

متقاربة

(3)

$X_n = \frac{(2n-1)!!}{2n!!}$

$X_{n+1} = \frac{(2(n+1)-1)!!}{(2(n+1))!!}$

$= \frac{(2n+1)!!}{(2n+2)!!}$

(3)

$\frac{X_{n+1}}{X_n} = \frac{\frac{(2n+1)!!}{(2n+2)!!}}{\frac{2n!!}{(2n-1)!!}}$

$= \frac{(2n+1)(2n-1)!!}{(2n+2)(2n)!!} \cdot \frac{2n!!}{(2n-1)!!}$

$\lim \frac{X_{n+1}}{X_n} = 1$ لا يفيد

$R_n = n\left(\frac{X_{n+1}}{X_n} - 1\right)$

$= n\left(\frac{2n+1}{2n+2} - 1\right)$

$= \left(\frac{2n+1 - 2n+2}{2n+2}\right) n$

$\to -2 < 1$

متباعدة

(2)

a_n) $\lim \sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

$= \frac{\sqrt{n}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

$\lim = \frac{\sqrt{n}(n+1-n)}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

$\lim = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 1$

b_n) $\lim \frac{\binom{n}{5}}{n^5} = \frac{1}{5!}$

$x_n = \left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{2n+4}$

$= \frac{(1+\frac{2}{n})^{2n}}{(1+\frac{1}{n})^{2n}} \cdot \left(\frac{1+\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}}\right)^4$

$\lim = \frac{\left((1+\frac{2}{n})^{\frac{n}{2}}\right)^4}{\left((1+\frac{1}{n})^{\frac{n}{2}}\right)^2} = \frac{e^4}{e^2}$

$x_n = n^k a^n$

$x_{n+1} = (n+1)^k a^{n+1}$

$\frac{x_{n+1}}{x_n} = \left(\frac{n+1}{n}\right)^k \cdot a$

$\left|\frac{x_{n+1}}{x_n}\right| = \left(1+\frac{1}{n}\right)^k |a|$

$\lim \left|\frac{x_{n+1}}{x_n}\right| = \lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^k |a|$

$= |a| < 1$

السؤال الأول

(1)

$\lim \frac{2n+1}{n} = 2$

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists N_\varepsilon \quad n \geq N_\varepsilon$

$|x_n - a| < \varepsilon$

$\left|\frac{2n+1}{n} - 2\right| < \varepsilon$

$\left|\frac{2n+1-2n}{n}\right| < \varepsilon$

$\left|\frac{1}{n}\right| < \varepsilon$

$n > \frac{1}{\varepsilon}$

$N_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}$

(4)

$$\lim_{x \to 0} (x^2 - x) = 0 \quad (2)$$

$$\forall \varepsilon > 0 : \exists \delta \; |x - x_0| < \delta$$
$$|f(x) - a| < \varepsilon$$

$$|x - 1| < \delta$$

$$|x^2 - x - 0| < \varepsilon$$

$$|x(x-1)| < \varepsilon$$

$$|x - 1 + 1)(x - 1)| < \varepsilon$$

$$(\delta + 1)\delta < \varepsilon$$

$$\delta(\delta + 1) - \varepsilon = 0$$

$$\delta^2 + \delta - \varepsilon = 0$$

$$\delta = \delta_2$$

(3)

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$$

① $a + a = 36$

$$\lim_{x \to 1} f(x) \quad 1 = 2a$$

$$b = \frac{1}{2}$$

$$a = 4 - \frac{3}{2}$$

$$\sum \frac{4}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$\sum \frac{4}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$= \frac{A}{2n-1} + \frac{B}{2n+1}$$

$$\frac{2An + A + 2Bn - B}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$\begin{cases} 2A + 2B = 0 \\ A - B = 4 \end{cases}$$

$$A = -B$$

$$-2B = 4 \qquad A = 2$$

$$\Rightarrow B = -2$$

$$S_n = \left(2 - \frac{1}{2n+1}\right)$$

$$= 2$$

① دالة زوجية

$$f(x) = f(-x)$$

$$f(x) = x^2$$

(5)

$y = \arcsin x$

$\sin y = x$

$y' \cos y = 1$

$y' = \frac{1}{\cos y}$

$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(u.v)^5 = u^5 + \binom{5}{1} u^4 v' + \binom{5}{2} u^3 v'' + \binom{5}{3} u'' v^3 + \binom{5}{4} u' v^4 + v^5$

$u = x^4$	$v = \sin x$
$u' = 3x^2$	$v' = \cos x$
$u'' = 6x$	$v'' = -\sin x$
$u''' = 6$	$v''' = -\cos x$
$u^{(4)} = 0$	$v^{(4)} = +\sin x$
$u^{(5)} = 0$	$v^{(5)} = \cos x$

$\lim \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim \frac{\sin 3x}{\tan 4x} = \frac{3}{4}$

2

$\exists c \in [0,6]$

$f(a) = f(-2)$

$f(b) = f(2)$

$f(-2) = -32 + 16 + 4 < 0$

$f(2) = 32 + 16 + 4 > 0$

$\forall i > 1$

$\exists \in \in [-2, 2]$

(5)

$f(x) = \cos x$

$f'(x) = -\sin x$

$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$\lim \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$

$= -\frac{2}{2} \lim \frac{\sin \frac{x}{2} + h + \frac{x}{2} \sin x + x}{h}$

$= -\sin x$

$\lim \frac{x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{6}$