اسم الطالب:

كلية العلوم
قسم الإحصاء الرياضي
السنة الرابعة
2025/2/11

ا كلات

بحوث العمليات 2
2025-2024 فصل أول

مفتاح الحل

السؤال الأول: (20 علامة)

ليكن دالة التكلفة الكلية الآتية:

$$y = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 10$$

المطلوب:

أوجد قيم x_1, x_2, x_3 والتي تحقق أصغر تكلفة كلية، وما هي قيمة هذه التكلفة عند هذه القيم؟

الحل:

الشرط الضروري:

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = 2x_1 - 2 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$$
$$\frac{\partial y}{\partial x_2} = 4x_2 - 4 = 0 \Rightarrow x_2 = 1$$
$$\frac{\partial y}{\partial x_3} = 6x_3 - 6 = 0 \Rightarrow x_3 = 1$$

إذاً القيم الحرجة هي:

$$x_1 = 1 \quad , x_2 = 1, \quad x_3 = 1$$

الشرط الكافي: باستخدام المحدد الهيسي لتحديد نوع نهاية القيم الحرجة كما يلي:

$$|\mathrm{H}| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$$

نوجد المحددات الرئيسية القطرية كما يلي:

$$|\mathrm{H}_1| = |2| > 0 \, , |\mathrm{H}_2| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 8 > 0 \; , |\mathrm{H}_3| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 48 > 0$$

بما أن جميع المحددات الرئيسية القطرية موجبة فهذا يعني أن المحدد الهيسي موجب، وبالتالي فإن دالة التكلفة الكلية تبلغ نهاية صغرى عند القيم الحرجة $x_1 = 1 \quad , x_2 = 1, \quad x_3 = 1$:

وقيمة أصغر تكلفة كلية هي:

$$\min y = (1)^2 + 2(1)^2 + 3(1)^2 - 2(1) - 4(1) - 6(1) + 10$$
$$= 1 + 2 + 3 - 2 - 4 - 6 + 10 = 4$$

السؤال الثاني: (20 علامة)

يريد معمل منظفات تخصيص أربعة عمال للعمل على أربعة آلات كهربائية، وكل عامل مسؤول عن آلة واحدة فقط: والبيانات الآتية تبين الوقت بالساعات اللازمة لكل منهم للقيام بالعمل المطلوب:

د. ... محمد

امعة دمشق
ية العلوم
سم الإحصاء الرياضي
سنة الرابعة
2025/2/1

المدة: ساعتان
العلامة: 100
اسم الطالب:

بحوث العمليات 2
2025-2024 فصل أول

العمال \ الأماكن	A	B	C	D
الأول	2	6	3	7
الثاني	6	5	8	4
الثالث	2	5	4	3
الرابع	6	8	7	4

حل المشكلة بطريقة الهنغارية لتحقيق أقل وقت مستغرق للقيام بالعمل المطلوب.
الحل

طرح أقل قيمة في كل سطر لا يوجد فيه صفر من بقية قيم السطر:

0	4	1	5
2	1	4	0
0	3	2	1
2	4	3	0

طرح أقل قيمة في كل عمود لا يوجد فيه صفر من بقية قيم العمود:

0	3	0	5
2	0	3	0
0	2	1	1
2	3	2	0

0	3	0	5
2	0	3	0
0	2	1	1
2	3	2	0

وهنا عدد المستقيمات المسحوبة على الأسطر والأعمدة تساوي 3 ومنه الشرط الثاني محقق، أي تحقق الحل الأمثل، وبالتالي يمكن إجراء عملية التخصيص الآتية:

العمال	الأماكن				المكان	العائد
العامل 1	A		C		C	3
العامل 2		B		D	B	5
العامل 3	A				A	2
العامل 4				D	D	4
مجموع العوائد						14

السؤال الثالث: (15 علامة)

أوجد الحل المثالي للعبة التي قواعدها محددة بمصفوفة الربح الآتية:

A \ B	1	2
1	-2	4
2	4	1

جامعة دمشق
كلية العلوم
قسم الإحصاء الرياضي
السنة الرابعة
2025/2/11

المدة: ساعتان
العلامة: 100
اسم الطالب:

بحوث العمليات 2
2024-2025 فصل أول

الحل

B \ A		y	$1-y$	
		1	2	min
x	1	−2	4	−2
$1-x$	2	4	1	1
max		4	4	

هذه اللعبة لا تملك نقطة استقرار لأن $maxmin = 1 \neq 4 = minmax$.

بالنسبة للاعب A:

فإذا لعب اللاعب A حسب الاستراتيجية 1 وباحتمال قدره x، فإنه يلعب الاستراتيجية 2 وباحتمال $1-x$:

فإذا لعب اللاعب B طوال الوقت حسب الاستراتيجية 1، فيمكن للاعب A أن يحقق ربحاً قدره:

$$g(\mathrm{A}) = x(-2) + (1-x)(4) = -2x + 4 - 4x = 4 - 6x$$

أما إذا لعب اللاعب B حسب الاستراتيجية 2، فيمكن للاعب A أن يحقق ربحاً قدره:

$$g(\mathrm{A}) = x(4) + (1-x)1 = 4x + 1 - x = 1 + 3x$$

بحل المعادلتين السابقتين نحصل على الاستراتيجية المثالية بالنسبة للاعب A:

$$4 - 6x = 1 + 3x \quad \Rightarrow \quad x = 1/3 \ , \ 1 - x = 2/3$$

نعوض في الاستراتيجية المثالية 1 بالنسبة للاعب A، وبالنتيجة يمكن للاعب A أن يحقق ربحاً قدره:

$$g(\mathrm{A}) = \frac{1}{3}(-2) + \frac{2}{3}(4) = \frac{-2}{3} + \frac{8}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

بالنسبة اللاعب B: فإذا لعب اللاعب A حسب الاستراتيجية 1 يمكن للاعب B أن يحقق ربحاً قدره:

$$g(\mathrm{B}) = y(-2) + 4(1-\mathrm{y}) = -2y + 4 - 4y = 4 - 6y$$

أما إذا لعب اللاعب A طوال الوقت حسب الاستراتيجية 2 فيمكن للاعب B أن يحقق ربحاً قدره:

$$g(\mathrm{B}) = 4y + (1-\mathrm{y})1 = 4y + 1 - y = 1 + 3y$$

بحل المعادلتين تكون الاستراتيجية المثالية بالنسبة للاعب B هي:

$$4 - 6y = 1 + 3y \quad \Rightarrow \quad y = 1/3 \ , \ 1 - y = 2/3$$

إذاً الربح هو:

$$g(\mathrm{B}) = \frac{1}{3}(-2) + \frac{2}{3}(4) = \frac{-2}{3} + \frac{8}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

نلاحظ أن:

$$g(\mathrm{A}) = g(\mathrm{B})$$

إذاً تحوي المباراة نقطة استقرار، وتسعيرة أو قيمة المباراة مساوية 2 .

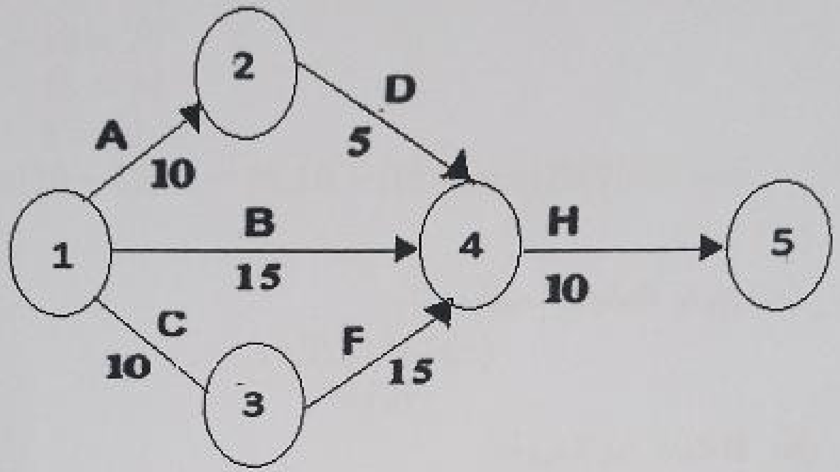
المدة: ساعتان
العلامة: 100
اسم الطالب:

امعة دمشق
لية العلوم
سم الإحصاء الرياضي
سنة الرابعة
2025/2/1

بحوث العمليات 2
2025-2024 فصل أول

سؤال الرابع: (30 علامة)

يك المخطط الشبكي لمشروع مؤلف من سبع فعاليات والأزمنة المقدرة بالأيام لتنفيذ كل فعالية:



1- أوجد زمن تنفيذ المشروع.

2- أوجد المسار الحرج للمشروع.

3- أوجد الزمن الفائض والحر للفعاليات غير الحرجة (اختر ثلاثة فعاليات فقط) .

الحل

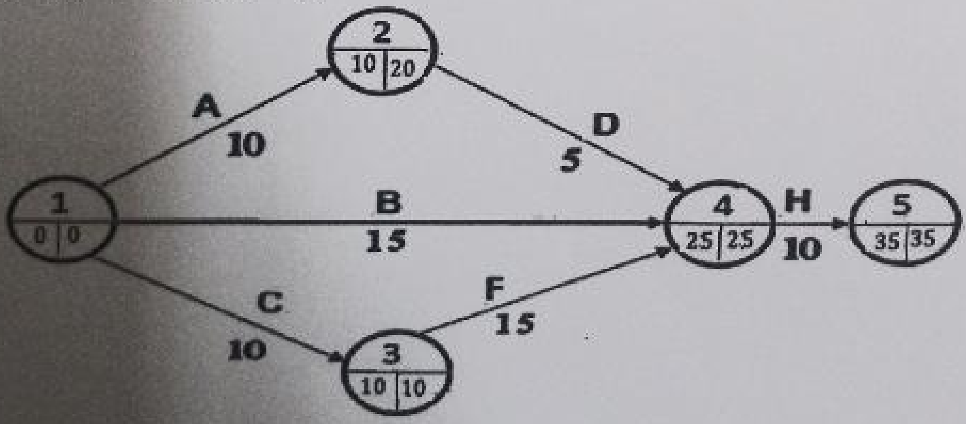
1- زمن تنقيذ المشروع هو 35 يوم لأن:

المرحلة الأولى: وهي مرحلة المرور الأمامي، ويحسب بالعلاقة:

$$EST(j) = \max\{EST(i) + D_{ij}\}$$

وذلك لجميع الفعاليات (i,j) المعرفة، كما يلي:

$EST(1) = 0$
$EST(2) = 0 + 10 = 10$
$EST(3) = 0 + 10 = 10$
$EST(4) = \max\{10 + 5, 0 + 15, 10 + 15\} = \max\{15, 15, 25\} = 25$
$EST(5) = 25 + 10 = 35$



المرحلة الثانية: وهي مرحلة المرر العكسي، ويحسب بالعلاقة:

العلامة: 100
اسم الطالب:

السنة الرابعة
2025/2/

بحوث العمليات 2
2025-2024 فصل أول

$$LFT(i) = \min\{LFT(j) - D_{ij}\}$$

لجميع الفعاليات (i,j) المعرفة، كما يلي:

$$LFT(5) = 35$$
$$LFT(4) = 35 - 10 = 25$$
$$LFT(3) = 25 - 15 = 10$$
$$LFT(2) = 25 - 5 = 20$$
$$LFT(1) = \min\{20 - 10, 25 - 15, 10 - 10\} = \min\{10, 10, 0\} = 0$$

2- المسار الحرج للمشروع هو الفعاليات الحرجة وهي:

(1,3),(3,4),(4,5)
C,F,H

3- الزمن الفائض والحر للفعاليات غير الحرجة:

ويحسبان من العلاقات:

الزمن الفائض:

$$TF(i,j) = LFT(j) - EST(i) - D_{ij}$$

الزمن الحر:

$$FF(i,j) = EST(j) - EST(i) - D_{ij}$$

	A	B	D
FT	10	10	10
FF	0	10	10

مدرس المقرر

د. منى محمد