2025 - 2024

نظرية العينات - الفصل الأول

2025 - 2024 الحلول

الأول/ 1- المقصود بالعشوائية هو أن لكل عنصر من عناصر المجتمع المدروس نفس الفرصة في الظهور في العينة، أي أن احتمال انتقاء أي مفردة من عناصر المجتمع هو $\frac{1}{N}$

2- نقول بأن المعاينة العشوائية بسيطة إذا كانت لجميع العينات المراد تشكيلها من الحجم n نفس الفرصة في الظهور وهي $\frac{1}{|\Omega|}$

3- لنوظف الترميز الثنائي التالي

العنصر رقم i يحقق الخاصية ذ $y_i = 1$ فيكون

" " لا يحقق " ذ $y_i = 0$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N} = \frac{A}{N} = R$$

وشكل مشابه لأجل عناصر العينة نجد $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{a}{n} = r$

ونحن نعلم أنه في المعاينة العشوائية البسيطة وهي كان نوع السحب وهي كان نوع العينات المسحوبة فإن $E[\bar{x}] = \bar{y}$ ولدينا $E[r] = R$

الثاني/ $N = \sum_{h=1}^{4} N_h = 178$ ، $n = 89$ والحصص مناسبة لدينا:

$$n_h = \frac{n}{N} N_h \Rightarrow n_1 = 20,\ n_2 = 16,\ n_3 = 30,\ n_4 = 23$$

4- حساب $\hat{var}(\hat{y})$ كون السحب بالإرجاع فإن $\hat{S}_h^2 = S_h^2$ ولدينا

$$\hat{var}(\hat{y}) = \sum_{h=1}^{4} \frac{N_h(N_h - n_h)}{n_h} S_h^2$$

$$= \frac{40(40-20)}{20} 4.7 + \frac{32(32-16)}{16} 13.9 + \frac{60(60-30)}{30} 6.3 + \frac{46(46-23)}{23} 1.8$$

$$= 1093.6$$

5- أو بـ 90% مجال ثقة حول $\bar{y}$ هو $\bar{y} \in \left[\bar{x}_{st} \mp z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{N} \sqrt{\hat{var}(\hat{y})} \right]$

$$\bar{x}_{st} = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^{4} N_h \bar{x}_h = \frac{1}{178}(7028.4) = 39.49$$

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{1-\frac{.1}{2}} = z_{.95} = 1.645$$

$$\Rightarrow \bar{y} \in [39.49 \pm 1.645 \frac{1}{178}\sqrt{1093.6}] = [39.18, 39.8]$$

6- كون المعاينة بسيطة في كل طبقة فإن

$$\hat{E}[\bar{x}_3] = \hat{\bar{y}}_3 = \bar{x}_3 = 31.1$$

7- لإيجاد الكمية من نوع سنجر فإن $N = 40$ و $k = 2$

$$d_1 = I[10^2 D[10^{-3}(23(15)+25)]] = I[10^2(.37)] = 37$$

8- لإيجاد شركات الاتصالات فإن $N = 46$ ، $n = 23$

$$R \in [r \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{N-n}{N(n-1)} r(1-r)}]$$

$$R \in [.7 \pm 1.645 \sqrt{\frac{46-23}{46(23-1)} (.7)(.3)}] = [.59, .81]$$

9- لحساب $n_3 P(\bar{x}_3 > 23)$ حيث أن $n_3 = 30$ و

$$\bar{x}_3 \sim N(E(\bar{x}_3), \sigma^2_{\bar{x}_3})$$

$$E(\bar{x}_3) = \bar{y}_3 = 22.4, \quad \sigma^2_{\bar{x}_3} = \frac{N_3 - 1}{N_3} S_3^2 \frac{1}{n_3} = \frac{60-1}{60}(3.7)\frac{1}{30} = .12$$

$$n_3 P(\bar{x}_3 > 23) = 30 P(Z > \frac{23 - 22.4}{.35}) = 30(1 - P(Z \leq 1.71)) =$$

$$30(1 - .9564) = 1.31 \Rightarrow$$ أي عينتان تقريباً

10- نظرية العينات: وهو الأسلوب الإحصائي المتكون من طرق علمية ناظمة لعملية انتقاء العناصر عشوائياً في البحوث الإحصائية بغية الشاملة وذلك بهدف استخلاص النتائج ثم تعميمها على مجتمع الدراسة بشرط أن تكون العينة ممثلة ما أمكن (أكثر دقة ممكن) ومحققاً لمعايير جودة التتبع.

11- الدقة: وتعني اتساق النتائج مع تكرار التجربة

$$\hat{T} = \frac{\sum_{i=1}^{100} u_i}{\sum_{i=1}^{100} x_i} = \frac{8504}{2696} = 3.15$$

أي أن كل ساعة طارئة (تقريباً) يقابل معها عامل.

$$\zeta_{1-\frac{\alpha}{2}} = \zeta_{.95} = 1.645 \quad -12$$

$$T \in [\hat{T} \pm \zeta_{1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_{\hat{T}}]$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{T}} = \frac{1}{\bar{x}} \sqrt{\frac{\sum u_i^2 - 2\hat{T}\sum u_i x_i + \hat{T}^2 \sum x_i^2}{n(n-1)}}$$

$$= \frac{100}{2696} \sqrt{\frac{724192 - 2(3.15)(22926.9) + (3.15)^2(72994)}{100(99)}}$$

$$= .02 \Rightarrow T \in [3.15 \pm 1.645(.02)]$$

$$T \in [3.12, 3.18]$$