سلم تصحيح مقرر رياضيات وإحصاء الحيوي لطلاب العلوم البيئة (ف١ 2024 - 2025)

الـ

السؤال الأول: (25 درجة)

[أ] (1) باستخدام طريقة تخفيض رتبة محدد نجد:

$\Delta_4 = det(A)$

$R_1 + R_2 \to R_2$

$-2R_1 + R_3 \to R_3$

$3R_1 + R_4 \to R_4$

$$\Delta_4 \sim \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & -4 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

بالنشر وفق العمود الأول نجد

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -4 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} 1 & -2 \\ -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{matrix}$$ (5)

$= [(1\times0\times3) + (-2\times-1\times2) + ([illegible])] - [(4\times0\times2) + (1\times-1\times-1) + (-2\times-4\times3)]$

$= [0+4+16] - [[illegible]]$

$= 20 - 25 = -5$

يمكن أن يحل الطالب بطريقة ثانية

(2) $\Delta_4 \times C^T$ (2)

$$= -5 \times \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 & -10 \\ -5 & 15 \end{pmatrix}$$ (2)

$$B \times C = \begin{pmatrix} 1\times-1+2\times2 & 1\times1+2\times-3 \\ 3\times-1+4\times2 & 3\times1+4\times-3 \end{pmatrix}$$ (2)

$$= \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}$$ (4)

[ب] باستخدام طريقة غاوص:

$$(A \vdots B) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & 5 & 9 \end{array}\right)$$ (7)

$2R_1 + R_2 \to R_2$

$-3R_1 + R_3 \to R_3$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & 9 \\ \cdot & & & \end{array}\right)$$

(3) $\frac{1}{3}R_2 + R_3 \to R_3$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 3 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$r(A) = r(A \vdots B) = 2 < n = 3$

الجملة عدد غير منتهٍ من الحلول و $n - r = 3 - 2 = 1$

مجهول اعتباري واحد وليكن z

من المصفوفة الأخيرة نجد:

$x - y + 2z = 4 \quad ...(1)$

$3y + 3z = 9 \quad ...(2)$ (7)

من (2) نجد:

$3y = 9 - 3z$

$\boxed{y = 3 - z}$

نعوض في (1):

$x - 3 + z + 2z = 4$

$x = 4 + 3 + 3z \Rightarrow \boxed{x = 7 + 3z}$

$\Rightarrow S = \{(7+3z, 3-z, z) ; z \in R\}$

السؤال الثاني: (15 درجة)

$E(X) = \int_1^5 x f(x)\, dx = \int_1^5 \frac{x^2}{12} dx$ (1)

$= \frac{1}{12} \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^5 =$

$= \frac{125 - 1}{12 \times 3} = \frac{124}{36}$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

$= 13 - \left(\frac{124}{36}\right)^2 = 13 - \left(\frac{31}{9}\right)^2$

$= 13 - 11.86419 = \frac{92}{81}$

$= 1.13580$

$E(3X - 2) = 3E(X) - 2$ (2)

$= 3\left(\frac{124}{36}\right) - 2$

$= 8.33$

$V(9X + 3) = 9^2 V(X) + 0$

$= 81 \left(\frac{92}{81}\right) = 92$

$F(x) = \int_{-\infty,1}^{x} f(t)dt = \frac{1}{12} \int_1^x t\, dt$ (3)

$= \frac{1}{12}\left[\frac{t^2}{2}\right]_1^x = \frac{x^2 - 1}{24}$

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{x^2-1}{24} & 1 < x < 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

$P(2 < X < 4) = F(4) - F(2)$

$= \frac{16-1}{24} - \frac{4-1}{24}$

$= \frac{15-3}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

السؤال الثالث: (18 درجة)

[أ] $P(X < 33.75) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{33.75-30}{5.5}\right)$ (5)

$= P(Z < 0.68) = 0.7517$

$P(X > 25) = 1 - P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{25-30}{5.5}\right)$

$= 1 - P(Z < -0.91)$ (5)

$= 1 - 0.1814 = 0.8186$

[ب] $E(X) = V(X) = \lambda = 4$ (1)

$P(\bar{X} < 3.25) = P\left(\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{3.25-4}{2/6}\right)$ (2)

(8)

$= P(Z < -2.25) = 0.0122$

وذلك حسب نظرية النهاية المركزية

حيث $\mu = \sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = \sqrt{4} = 2$

السؤال الرابع (12 درجة)

$\mu \in \left[\bar{X} - \left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right), \bar{X} + \left(Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)\right]$

نحسب $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$:

$\alpha = 0.98 \Rightarrow \alpha = 0.02$

$= 0.01 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.99$

$\Rightarrow Z_{0.99} = 2.33$

نعوض

$\mu \in \left[105 - \left(\frac{2.33 \times 3}{20}\right), 105 + \left(\frac{2.33 \times 3}{20}\right)\right]$

$\mu \in [104.65, 105.35]$

[illegible]

[illegible]