الجمهورية العربية السورية — اختبار الفصل الأول — التاريخ:
وزارة التعليم العالي- جامعة دمشق — السنة الرابعة:رياضيات — الوقت:
كلية العلوم- قسم الرياضيات — المادة: تطبيقات البيان — الاسم:

السؤال الأول (20 درجة): جد قطر البيان $D(G)$ والعدد اللوني $\chi(G)$، ورتبة الهيمنة $\alpha(G)$، ورتبة الاستقلالية $\beta(G)$ لكل عمود مما يلي: (حسب قيم n و m حيث n,m>3).

البيان G	قطر البيان	العدد اللوني	رتبة الهيمنة	رتبة الاستقلالية
K_n				
$K_{n,m}$				
W_n				
C_n				
P_n				

السؤال الثاني(20 درجة): برهن ما يلي:

1. إذا كانت T شجرة ثنائية منتظمة عدد عقدها n. أثبت أنه إذا كان m عدد الرؤوس الداخلية في T فإن n=2m+1، وعدد الأوراق في T يساوي m+1.
2. إذا كان البيان G(n,q) بسيطاً ومترابطاً وثنائي التجزئة فإن $q \le \frac{n^2}{4}$.

السؤال الثالث(20 درجة): لتكن T(n,q) شجرة ثنائية منتظمة ارتفاعها h وعدد أوراقها k.

إذا كانت $k = 2^h$ أي أن الشجرة مشبعة (بعد كل ورقة عن الجذر h) والمطلوب:

- جد n و q بدلالة h.
- إذا كان h عددا زوجيا فما هي رتبة الاستقلالية للشجرة بدلالة h.

السؤال الرابع(20 درجة): جد الحل الأمثل (بأقل كلفة ممكنة) لمسألة النقل المبينة بالجدول الآتي مستخدماً في البداية الحل بطريقة الزاوية الشمالية الغربية.

التوزيع / التصدير	D_1	D_2	D_3	D_4	طاقة التصدير
C_1	8	9	11	16	50
C_2	12	7	5	8	80
C_3	14	10	6	7	120
طاقة التوزيع	90	70	40	50	

السؤال الخامس(20 درجة): ليكن f تابعاً معرفاً كما يلي: إذا كانت C={t,s,m,h,a} فإن

x	t	S	M	h	A
f(x)	6	10	4	7	3

1. جد شجرة هوفمان، ثم جد شيفرة هوفمان للمجموعة C.
2. جد وزن الشيفرة، ثم شفر الرسالة "math".
3. فك الشيفرة "110111000111".

انتهت الأسئلة

مع دعائي لكم بالنجاح والتوفيق

انتهت الأسئلة

جامعة دمشق كلية العلوم
د.نايف طلي

سلم تصحيح تمارين سلسلة البيانات

$n \geq 5$

السؤال الأول:

البيان G	قطر البيان	العدد اللوني	رتبة الهيمنة	رتبة الاستقلال
K_n	1	n	1	1
$K_{n,m}$	2	2	2	$\max(n,m)$
W_n	2	4 إذا n زوجي 3 إذا n فردي	1	$\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$
C_n	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$	3 إذا n فردي 2 إذا n زوجي	$\lceil \frac{n}{3} \rceil$	$\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$
P_n	$n-1$	2	$\lceil \frac{n}{3} \rceil$	$\lceil \frac{n}{2} \rceil$

السؤال الثاني: إذا كان $G(n,q)$ بسيطاً ومترابطاً وثنائي التجزئة فإن $q \leq \frac{n^2}{4}$

الحل: نفرض مؤقتاً أن العلاقة (*) $q \leq \frac{n^2}{4}$ غير صحيحة، وبالتالي ① $q > \frac{n^2}{4}$

بما أن q في بيان ثنائي التجزئة [هب] فإن $n = m + k$

$|V_1| = m \quad |V_2| = k$

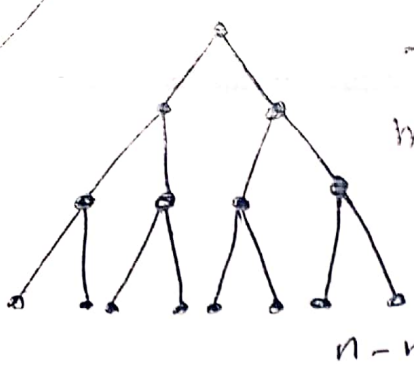
② $q \leq m.k$

من ① و ② نجد: $\frac{n^2}{4} < q \leq m.k \Leftarrow \frac{n^2}{4} < m.k$

$\Rightarrow \frac{n^2}{4} < m(n-m) \Rightarrow (n-2m)^2 < 0$

وهذا مستحيل وسببه لفرض الخاطئ، وبالتالي العلاقة (*) $q \leq \frac{n^2}{4}$ صحيحة

وهو المطلوب.



العقد الداخلية m

الأوراق n-m

عدد العقد $n = V(T)$

عدد الحواف $q = n - 1$

$$\sum_{i=1}^{n} \deg(v_i) = 2q \quad (5)$$

$$\underbrace{2 + 3 + 3 + 3 + \cdots + 3}_{m-1} + \underbrace{1 + 1 + 1 \cdots + 1}_{k = n-m} = 2(n-1) \quad (3)$$

$$2 + 3(m-1) + (n-m) = 2n - 2 \Rightarrow \boxed{n = 2m + 1} \quad (5)$$

عدد الأوراق $k = n - m = 2m + 1 - m = m + 1$ (5)

السؤال الثالث: جزء ثاني مسألة إذا كان $T(n,q)$ شجرة ثنائية ممتلئة ارتفاعها h وعدد أوراقها k

إذا كانت $k = 2^h$ أي أن الشجرة ممتلئة (أقصر ما يمكن من الارتفاع h)

المطلوب: ① جد n و q بدلالة h.

② إذا كان h عدداً زوجياً فما رتبة ومستقلبة الشجرة $\beta(T)$ بدلالة h.

الحل: n عدد عقد الشجرة حيث $n = m + k$ ⊛

m عدد العقد الداخلية، k عدد الأوراق.

من التمرين السابق:

① $n = 2m + 1$

② $k = m + 1 \Rightarrow m = k - 1 \Rightarrow n = 2(k-1) + 1$ ①

$n = 2k - 1$

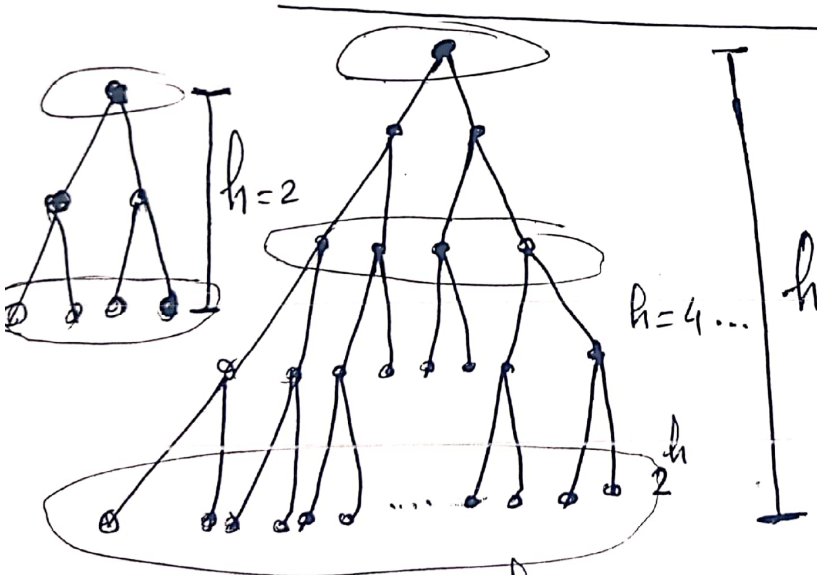
$n = 2 \cdot 2^h - 1 = 2^{h+1} - 1$ ②

③ $q = n - 1$

$q = 2^{h+1} - 1 - 1$ ①

$q = 2^{h+1} - 2$ ②

رتبة ومستقلبة $\beta(T)$



h عدد زوجي.

$2^h + 2^{h-2} + 2^{h-4} + \cdots \cdots 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0 = \beta(T)$ ②

$(2^2)^l + (2^2)^{l-1} + (2^2)^{l-2} + \cdots (4)^2 + 4 + 1 = \beta(T)$ ②

$\beta(T) = 4^l + 4^{l-1} + 4^{l-2} + \cdots + 4^2 + 4 + 1 = 1\,\frac{1-4^{l+1}}{1-4}$ ② $= \frac{4^{l+1}-1}{4-1}$

$\beta(T) = \frac{1}{3}\left(2^{2l+2} - 1\right) = \frac{1}{3}\left(2^{h+2} - 1\right)$ ② وهو المطلوب.

	$\beta_1=8$	$\beta_2=3$	$\beta_3=-1$	$\beta_4=0$	طاقة العرض
	D_1	D_2	D_3	D_4	
$i=0$ C_1	8 / 50	9 / —	11 / —	16 / —	50
$i=4$ C_2	12 / 40	7 / 40	5 / —	8 / —	80
$i=7$ C_3	14 / *	10 / 30	6 / 40	7 / 50	120
طاقة الوزن	90	70	40	50	250 / 250

نتحقق لشروط ✓ عدد الخلايا المشغولة 6 وخلايا غير مشغولة

$$\begin{cases} n=3 \\ m=4 \\ n+m-1=6 \end{cases}$$ شبعة ① + ②

$\alpha_i+\beta_j=C_{ij}$ للخلايا المشغولة

$\alpha_i+\beta_j \le C_{ij}$ للخلايا غير المشغولة (*)

التكلفة $K=400+480+280+300+240+350$

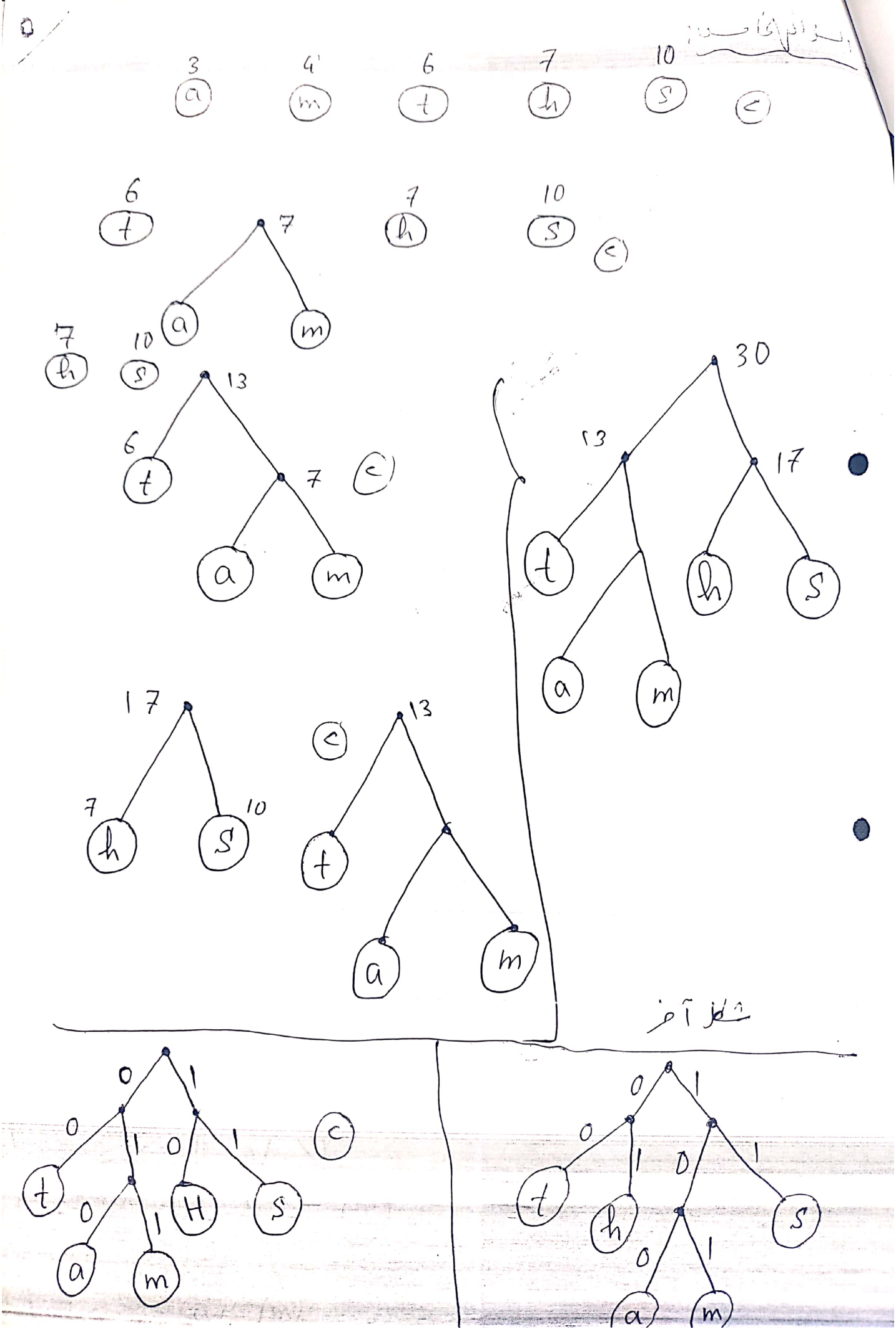
$K=2050$. $\min(30,40)=30$

	$\beta_1=8$	$\beta_2=3$	$\beta_3=0$	$\beta_4=1$	طاقة العرض
$\alpha_1=0$	8 / 50	9 / —	11 / —	16 / —	50
$\alpha_2=4$	12 / 10	7 / 70	5 / —	8 / —	80
$\alpha_3=6$	14 / 30	10 / —	6 / 40	7 / 50	120
طاقة الوزن	90	70	40	50	250

① + ② وبالتالي (*) تحققت المعادلة

التكلفة $K=8(50)+12(10)+7(70)+14(30)+6(40)+7(50)$

$K=2020$


3
a
4
m
6
t
7
h
10
s
e
6
t
7
h
10
s
e
7
10
a
m
7
h
10
s
13
6
t
7
e
a
m
30
13
17
t
h
s
a
m
17
7
h
10
s
e
13
t
a
m
0
1
0
1
0
1
t
0
1
H
s
a
m
0
1
0
1
0
1
t
h
0
1
s
a
m

x	t	h	a	m	s
$\bar{x}$	00	10	010	011	11
$L(\bar{x})$	2	2	3	3	2
$f(x_i)$	6	7	3	4	10
w_i	12	14	9	12	20
				W	67

$$W = \sum_{i=1}^{5} f(x_i) \cdot L(\bar{x}_i)$$

$\frac{11}{s}\frac{0}{m}\frac{111}{h}\frac{000}{t}\frac{111}{s}$

x	t	h	a	m	s
$\bar{x}$	00	01	100	101	11
$L(\bar{x})$	2	2	3	3	2
$f(x_i)$	6	7	3	4	10
w_i	12	14	9	12	10

$W = 67$

Math = 1011000001

$\frac{11}{s}\frac{0}{h}\frac{111}{s}\frac{000}{t}\frac{111}{h}\frac{}{s}$