[illegible] تكنولوجيا
سلم تصحيح مقرر رياضيات (2)
الفصل الاول 2024 - 2025

السؤال الأول: $\boxed{16}$

$\boxed{1}$

$a_4 = a+(4-1)d = a+3d \quad , a_2 = a+(2-1)d = a+d$

$a_4 = 2a_2$

$a+3d = 2(a+d) \Rightarrow a+3d = 2a+2d \Rightarrow a-d=0 \Rightarrow a=d$ 4

$a_6 = a+(6-1)d \Rightarrow 42 = a+5d$

$42 = a+5a \Rightarrow 6a = 42$

$\Rightarrow a = 7$ 4

المتتالية هي
$7, 14, 21, 28, 35, 42, \ldots$

$\boxed{2}$ الحد الثاني ناقص الحد الاول = الاساس
الحد الثالث ناقص الحد الثاني = الاساس وهكذا

$2k+1-(k+2) = 2k+5-(2k+1)$ 4

$2k+1-k-2 = 2k+5-2k-1$

$k-1 = 4 \Rightarrow k = 5$ 4

الحدود $7, 11, 15$ ، $a=7$ ، $d=4$
نعوض k

السؤال الثاني $\boxed{30}$

(1)

$$a_n = \frac{3^n}{n(3^n+1)} > \frac{3^n}{n.2.3^n} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{n}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2}\frac{1}{n}$ لها شكل هارموني من السلاسل التوافقية المتباعدة ⇐ متباعدة حسب اختبار المقارنة.

$$\sum_{n=1} \frac{2^{3n+1}}{n^n} \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[n]{2^{3n+1}}}{\sqrt[n]{n^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2^{\frac{3n+1}{n}}}{n}$$

5

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{2^{3+\frac{1}{n}}}{n} = 0 < 1 \Rightarrow$$ السلسلة متقاربة.

حسب اختبار كوشي

5

③ حسب اختبار دالامبير

$$u_n = \frac{e^n \cdot n!}{n^n} \qquad u_{n+1} = \frac{e^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}$$ 5

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{e^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}} \times \frac{n^n}{e^n \cdot n!} = \frac{e \cdot n^n}{(n+1)^n}$$

$$= e\left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

5

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n\to+\infty} e \frac{n^n}{n^n\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = e \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} > 1$$

السلسلة متباعدة

السؤال الثالث (20)

1) $a_n = 3 - \frac{1}{n^2} \qquad a_{n+1} = 3 - \frac{1}{(n+1)^2}$

$$a_{n+1} - a_n = 3 - \frac{1}{(n+1)^2} - 3 + \frac{1}{n^2}$$ 5

$$= \frac{-1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2} = \frac{-n^2 + n^2 + 2n + 1}{n^2(n+1)^2}$$

$$\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0 \Rightarrow a_{n+1} > a_n$$ 5

ومنه المتتالية متزايدة.

السؤال الثالث :

2) $a_n = \dfrac{n}{10^n}$ $\qquad a_{n+1} = \dfrac{n+1}{10^{n+1}}$ 5

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n+1}{10^{n+1}} \times \frac{10^n}{n} = \frac{n+1}{10n} < 1$$

5

ومنه المتسلسلة متقاربة

(10) السؤال الرابع

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} = \frac{0}{0} \quad 5$$

حسب قاعدة لوبيتال فان :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} = 2\sqrt{x} \cdot \cos x = 0 \cdot 1 = 0$$

5

(10) السؤال الخامس

$f(x) = e^{-4x} \Rightarrow f(0) = 1$

$f'(x) = -4e^{-4x} \Rightarrow f'(0) = -4$

$f''(x) = +16e^{-4x} \Rightarrow f''(0) = 16$ $\qquad$ 5

$f'''(x) = -64e^{-4x} \Rightarrow f'''(x) = -64$

$f^{(4)}(x) = +256e^{-4x} \Rightarrow f^{(4)}(x) = 256$

$$\sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)} \frac{x^n}{n!} = 1 - \frac{4x}{1!} + \frac{16x^2}{2!} - \frac{64x^3}{3!} + \frac{256}{4!} \ldots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4x)^n}{n!} \quad 5$$

السؤال السادس 14

$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$ 5

$dv = x^2\,dx \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}$

$I = \frac{x^3}{3}\ln x - \int \frac{x^3}{3} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9} + C$ 5

$I = \left[\frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9}\right]_1^e = \frac{e^3 \ln e}{3} - \frac{e^3}{9} - \frac{\ln 1}{3} + \frac{1}{9}$

$= \frac{1+2e^3}{9}$ 4