الأول / 1- إذا تدوير العوامل هو $\underline{\gamma}^* = \underline{\gamma}\,\underline{T}$ حيث $\underline{T}$ مصفوفة متعامدة فإن

$$\underline{\Sigma}^* = \underline{\gamma}^*\underline{\gamma}^{*\prime} + \underline{\Psi} = (\underline{\gamma}\,\underline{T})(\underline{\gamma}\,\underline{T})' + \underline{\Psi} = \underline{\gamma}\,\underline{T}\,\underline{T}'\underline{\gamma}' + \underline{\Psi} = \underline{\gamma}\,\underline{\gamma}' + \underline{\Psi}$$

Ψ لا تتغير بعد الدوران

2- نريد برهان أن $h_i^2 = \sum_{j=1}^{q} \gamma_{ij}^2$ لا تتغير

بعد التحويل $\underline{\gamma}^* = \underline{\gamma}\,\underline{T}$ ؛ نعرف $\underline{\gamma}_i'$ هو السطر رقم i في المصفوفة $\underline{\gamma}$ ولذا

$h_i^2 = \underline{\gamma}_i'\underline{\gamma}_i$. كما أن السطر رقم i في عملية التحويل هو $\underline{\gamma}_i^{*\prime} = \underline{\gamma}_i'\underline{T}$ ولذا

$$h_i^{*2} = \underline{\gamma}_i^{*\prime}\underline{\gamma}_i^* = \underline{\gamma}_i'\underline{T}\,\underline{T}'\underline{\gamma}_i = \underline{\gamma}_i'\underline{\gamma}_i = h_i^2$$

الاشتراكية بعد الدوران

-3

$$\underline{S} = \underline{y}'\underline{D}\,\underline{y} = (\underline{X} - \underline{1}\,\underline{g}')'\underline{D}(\underline{X} - \underline{1}\,\underline{g}')$$

$$= (\underline{X}' - \underline{g}\,\underline{1}')\underline{D}(\underline{X} - \underline{1}\,\underline{g}')$$

$$= (\underline{X}'\underline{D} - \underline{g}\,\underline{1}'\underline{D})(\underline{X} - \underline{1}\,\underline{g}')$$

$$= \underline{X}'\underline{D}\,\underline{X} - \underbrace{\underline{X}'\underline{D}\,\underline{1}}_{\underline{g}}\,\underline{g}' - \underline{g}\,\underbrace{\underline{1}'\underline{D}\,\underline{X}}_{\underline{g}'} + \underline{g}\,\underbrace{\underline{1}'\underline{D}\,\underline{1}}_{\sum_{i=1}^{n} w_i = 1}\,\underline{g}' = \underline{X}'\underline{D}\,\underline{X} - 2\underline{g}\,\underline{g}' + \underline{g}\,\underline{g}'$$

$$= \underline{X}'\underline{D}\,\underline{X} - \underline{g}\,\underline{g}'$$

الثاني / 4- إذن $\sum_{i=1}^{6} \lambda_i = 7014.05$ ولذا $\frac{\lambda_1}{\sum \lambda_i} = .70 < .80$

، $\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\sum \lambda_i} = .81 > .80$ لذا نحتاج مركبتين أساسيتين

-5

$$Y_1 = \underline{e}_1'\underline{X} = 65.369X_1 - 19.085X_2 - 7.89X_3 + 9.354X_4 - 89.625X_5 + 16.021X_6$$

$$Y_2 = \underline{e}_2'\underline{X} = -19.085X_1 + 222.247X_2 - .488X_3 + 23.721X_4 - .555X_5 + 17.385X_6$$

[illegible]	[illegible]	[illegible]		
X_1	4577.9	-521.5		
X_2	-1336.56	6072.88		
X_3	-552.55	-13.33		
X_4	655.08	648.17		
X_5	-6276.59	-15.17		
X_6	1121.98	475.04		

7- نلاحظ الأحمال الكبيرة بالقيمة المطلقة

$$\{X_1, X_3, X_4, X_5, X_6\} \in f_1$$
$$\{X_2\} \in f_2$$

8- نقوم بإجراء اختبار ماكلي حيث $H_0: \underline{\rho} = \underline{I}$ أو $H_0: \underline{\Sigma} = \sigma^2 \underline{I}$

$$W = \frac{p^p \, \pi \lambda_i}{(\sum \lambda_i)^p} = .00498$$

$$q = -\left(n-1-\frac{2p^2+p+2}{6p}\right) \ln(.00498) = 1043.38$$

وبملاحظة

$$q > \chi^{2\,(1-\alpha)}_{\frac{p(p+1)}{2}-1} = \chi^2_{.95}(20) = 31.41 \quad \text{نرفض } H_0$$

السؤال لسنا

$$\rho_{Y_i, X_k} = \frac{cov(Y_i, X_k)}{\sqrt{var(Y_i)\, var(X_k)}} \quad \text{حيث}$$

$$var(X_k) = \sigma_{kk}$$

$$var(Y_i) = var(\underline{e}_i' \underline{X}) = \underline{e}_i' \, var(\underline{X}) \, \underline{e}_i = \underline{e}_i' \underline{\Sigma} \, \underline{e}_i = \underline{e}_i' \lambda_i \underline{e}_i = \lambda_i$$

معادلة الأشعة الذاتية الأشعة منظمة

[illegible]

يأخذ القيمة 1 فقط عند المركبة رقم k أي

$$\underline{a}_k = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$cov(Y_i, X_k) = cov(\underline{e}_i'\underline{X}, X_k) = cov(\underline{e}_i'\underline{X}, \underline{a}_k'\underline{X})$$

$$= \underline{e}_i' \, cov(\underline{X})\, \underline{a}_k = \underline{e}_i' \Sigma \, \underline{a}_k = \lambda_i \underline{e}_i' \underline{a}_k = \lambda_i e_{ki} \Rightarrow$$

معادلة الأشعة الذاتية

$$\rho_{Y_i, X_k} = \frac{\lambda_i e_{ki}}{\sqrt{\lambda_i}\sqrt{\sigma_{kk}}} = \frac{\sqrt{\lambda_i}\, e_{ki}}{\sqrt{\sigma_{kk}}}$$

10) الرابع

$q=4$, $p=20$

$$k = \left(n - \frac{2p+4q+11}{6}\right) \ln\left(\frac{|\hat{L}\hat{L}' + \hat{\Psi}|}{|R|}\right)$$

$$= \left(150 - \frac{2(20)+4(4)+11}{6}\right) \ln\left(\frac{.00943}{.0057}\right) = 69.89$$

وبما أن $k < \chi^2_{.95}(116) = 142.14$ فإن القرار هو قبول H_0 .

11) نريد إجراء اختبار Hartovsky لاختبار $H_0: |\underline{\rho}| = 0$

$$k = \left(1 + \frac{2p+5}{6} - n\right) \ln(1 - |\underline{R}|)$$

$$= \left(1 + \frac{2(20)+5}{6} - 150\right) \ln(1 - .0057) = .81$$

$$(-141.5)(-.01) = .81$$

وبما أن $k = .81 < \chi^2_{.95}(190) = 223.16$

فإن القرار هو قبول H_0 أي أن المصفوفة $\underline{\rho}$ شاذة