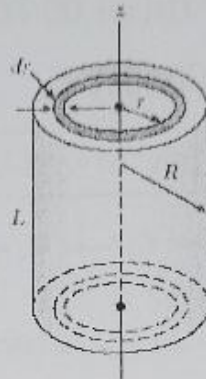


السؤال الأول: (17 درجة)

نقوم بتقسيم الأسطوانة إلى عدة قشر أسطوانية، كل منها لها نصف القطر r والسماكة dr والطول L ، كما هو واضح في الشكل الآتي:



أن الحجم dV لكل قشرة أسطوانية هو حاصل ضرب مقطعها العرضي بطولها:

$$dV = L dA = L(2\pi r) dr$$

حيث $A = \pi r^2$ وبالتالي $dA = 2\pi r dr$

إذا كانت الكتلة في واحدة الحجم هي ρ ، وبالتالي فإن كتلة هذا العنصر الحجمي التفاضلي هي:

$$dm = \rho dV = 2\pi \rho L r dr$$

لحساب عزم العطالة نطبق العلاقة:

$$I_z = \int r^2 dm$$

بالتعويض نحصل على:

$$I_z = \int_0^R r^2 (2\pi \rho L r dr) = 2\pi \rho L \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} \pi \rho L R^4$$

بما أن الحجم الكلي للأسطوانة $\pi R^2 L$ ، وبالتالي $\rho = M/V = M/(\pi R^2 L)$ بالتعويض نجد:

$$I_z = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{M}{\pi R^2 L} \right) L R^4 = \frac{1}{2} M R^2$$

لاحظ بأن النتيجة التي حصلنا عليها من أجل عزم العطالة لإسطوانة لا يعتمد على طول الأسطوانة L ، وبالتالي سوف لا يتأثر عزم العطالة للإسطوانة بتغير طولها.

السؤال الثالث: (28 درجة)

- (a) نعم تملك الرصاصة اندفاع زاوي حول المحور المار من خلال مفصلات الباب قبل التصادم. (3)
 (b) تصطدم الرصاصة بالباب عند موضع يبعد عن المفصلات مسافة: (3)

$$r = 1.00 \text{ m} - 0.100 \text{ m} = 0.900 \text{ m}$$

فيكون الاندفاع الزاوي الابتدائي:

$$\begin{aligned} L_i &= r p = m_B r v_i \\ &= (0.00500 \text{ kg})(0.900 \text{ m}) \\ &\quad \times (1.00 \times 10^3 \text{ m/s}) \\ &= \boxed{4.50 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}} \end{aligned} \quad (5)$$

- (c) الطاقة الميكانيكية لجملة باب - رصاصة غير ثابتة لأن الصدم غير مرنة وفي الصدم غير المرنة تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة داخلية. (3)

- (d) بما أنه لا يوجد عزوم خارجية مطبقة على جملة باب - رصاصة فالاندفاع الزاوي محفوظ، أي:

$$\sum \tau_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow L = \text{const}$$

$$L_i = L_f$$

$$0 + m_B r v_i = (I_d + I_B) \omega_f$$

$$m_B r v_i = \left(\frac{1}{3} M_d \ell^2 + m_B r^2 \right) \omega_f$$

حيث رمزنا للباب بالرمز d وللرصاصة بـ B . بالتعويض نجد:

$$\omega = \frac{m_B r v_i}{\frac{1}{3} M_d \ell^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.00500 \text{ kg})(0.900 \text{ m})(1.00 \times 10^3 \text{ m/s})}{\frac{1}{3}(18.0 \text{ kg})(1.00 \text{ m})^2 + (0.00500 \text{ kg})(0.900 \text{ m})^2} \\ &= \boxed{0.749 \text{ rad/s}} \end{aligned} \quad (5)$$

السؤال الثاني: (28 درجة)

لنوجد أولاً التسارع الزاوي:

$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_i + \alpha t \\ 10 \text{ rad/s} &= 0 + \alpha (6.00 \text{ s}) \\ \alpha &= \frac{10.00}{6.00} = 1.67 \text{ rad/s}^2\end{aligned}$$

⑤

(a)

$$\begin{aligned}\sum \tau &= 36.0 \text{ N.m} = I\alpha \\ \rightarrow I &= \frac{\sum \tau}{\alpha} = \frac{36.0 \text{ N.m}}{1.67 \text{ rad/s}^2} = 21.6 \text{ kg.m}^2\end{aligned}$$

⑤

(b)

$$\begin{aligned}\omega_f &= \omega_i + \alpha t \\ 0 &= 10.0 + \alpha (6.00) \\ \alpha &= -0.167 \text{ rad/s}^2 \\ |\tau| &= |I\alpha| = (21.6 \text{ kg.m}^2)(0.167 \text{ rad/s}^2) = 3.60 \text{ N.m}\end{aligned}$$

⑤

(c) خلال أول 6.00 s:

$$\begin{aligned}\theta_f &= \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \\ \theta_f &= \frac{1}{2} (1.67)(6.00)^2 = 30.1 \text{ rad}\end{aligned}$$

⑤

خلال 60.0 s التالية:

$$\theta_f = 10(60.0) - \frac{1}{2} (1.67)(60.0)^2 = 299 \text{ rad}$$

⑤

عدد الدورات الكلية:

$$\begin{aligned}\theta_{\text{total}} &= 30.1 + 299 = 329.1 \text{ rad} \\ &= 329.1 \left(\frac{1 \text{ rev}}{2\pi \text{ rad}} \right) = 52.4 \text{ rev}\end{aligned}$$

⑤

السؤال الرابع: (27 درجة)

(a) يقيس المراقب الأرضي الزمن الممدد وبالتالي:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_p}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \Delta t_p$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0.75c)^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0.75)^2}} = 1.51$$

نعوض في معادلة تمدد الزمن فنجد:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p = (1.51)(10 \text{ min}) = 15.1 \text{ min}$$

(b) بالنسبة للمراقب الأرضي تقطع السفينة مسافة (الطول الحقيقي):

$$d = v \Delta t = (0.75c)(15.1 \text{ min}) = (0.75)(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})(15.1 \text{ min} \times 60 \text{ s}) = 2.04 \times 10^{11} \text{ m}$$

أما بالنسبة للراكب فتقطع السفينة مسافة:

$$d = v \Delta t_p = (0.75c)(10 \text{ min}) = (0.75)(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})(10 \text{ min} \times 60 \text{ s}) = 1.35 \times 10^{11} \text{ m}$$

أو يقيس الراكب الطول المقلص:

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = L_p \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = \frac{2.04 \times 10^{11} \text{ m}}{1.51} = 1.35 \times 10^{11} \text{ m}$$
