

(25 درج) 1- - عند تطبيق حقل كهربائي على مادة معينة فإن شعاع الاستقطاب على المعادلة:

في حالة المواد القطبية نطبق المعادلة:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

حيث $\vec{P}$ شعاع الاستقطاب.

في حالة المواد اللاقطبية نستخدم:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

حقل تيار الانزياح

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$

حيث χ_e هو عنصر موجب يتعلق بطبيعة العازل والعوامل الفيزيائية ودرجة الحرارة ونسميه "الطواعية الكهربائية"

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi_e \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} (1 + \chi_e)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

حيث:

$$\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$$

ويمكن إيجاد سماحية (نفوذية) الخلاء من العلاقة:

$$\epsilon_0 = \frac{\epsilon}{\epsilon_r}$$

حيث:

النفوذية الكهربائية ϵ_r .

ملاحظة (2):

عند تطبيق حقل مغناطيسي على مادة يجب إضافة:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M}$$

$$\mu_0 \vec{M} = \mu_0 \chi_m \vec{H}$$

$$\chi_m \text{ الطواعية المغناطيسية}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} (1 + \chi_m) = \mu \vec{H}$$

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

حيث:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

السماحية المغناطيسية

(25) الطاقة الكهروستاتيكية (نظرية بوينتنغ):

لنأخذ معادلات ماكسويل:

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}$$

$$\vec{E}(\nabla \times \vec{H}) = \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{E} \vec{j}$$

$$\nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{E} \vec{j}$$

لكن لدينا:

$$\nabla(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B}(\nabla \times \vec{A}) - \vec{A}(\nabla \times \vec{B})$$

نطبق هذه العلاقة على الطرف الأيسر فتصبح المعادلة بالشكل:

$$\vec{H}(\nabla \times \vec{E}) - \nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{E} \vec{j}$$

لكن:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{H} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) - \nabla(\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{E} \vec{j}$$

ولدينا:

3

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{H} \left(-\frac{\partial \mu \vec{H}}{\partial t} \right) - \nabla (\vec{E} \times \vec{H}) = \vec{E} \frac{\partial \epsilon \vec{E}}{\partial t} + \vec{E} \vec{j} \quad |$$

$$-\nabla (\vec{E} \times \vec{H}) - \left[\mu \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \epsilon \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right] = \vec{E} \vec{j} \quad |$$

نلاحظ أن:

$$\mu \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \mu H^2 \right) \quad |$$

$$\epsilon \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 \right) \quad |$$

بالتعويض نجد:

$$-\nabla (\vec{E} \times \vec{H}) - \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \epsilon E^2 \right] = \vec{E} \vec{j} \quad |$$

يمثل المقدار:

كثافة الطاقة المغناطيسية:

$$W_m = \frac{1}{2} \mu H^2 \quad |$$

كثافة الطاقة الكهربائية:

$$W_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad |$$

إذاً الطاقة الكهرومغناطيسية:

$$W_{elm} = W_e + W_m \quad |$$

$$W_{elm} = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \quad |$$

يمثل الحد:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \mu H^2 + \frac{1}{2} \epsilon E^2 \right] \quad |$$

سرعة تغير طاقة الحقل الكهرومغناطيسية وازيادة كثافة الطاقة الكهربائية والمغناطيسية في واحدة الحجم بواحدة الزمن.

(4)

ف الايمن من العلاقة يمكن أن يكتب بالشكل:

$$\vec{J}\vec{E} = \gamma E^2$$

يمثل الطاقة الحرارية المتبددة في واحدة الزمن.

المقدار $(\vec{E} \times \vec{H})$ يسمى شعاعيوينتتغ $\vec{S}$ وهو شعاع كثافة تيار الطاقة واحدة W/m^2

وهو يمثل معدل تدفق الطاقة الكرويسية من وإلى السطحالذي يحوي هذا الحجم وهذا يعني جهة الانتشار لأن الطاقة تنتقل مع جهة انتشار الموجة.

إنشعاعيوينتتغ $\vec{S}$

$\vec{S} \perp \vec{B}$ و $\vec{S} \perp \vec{E}$ بالنالي تكتب المعادلة بالشكل:

$$\frac{\partial}{\partial t} W_{elm} + \nabla \vec{S} + \vec{J}\vec{E} = 0$$

$$W'_{elm} + \nabla \vec{S} + \vec{J}\vec{E} = 0$$

إذا كان المقدار:

$$\vec{J}\vec{E} = 0$$

يكون:

$$W'_{elm} + \nabla \vec{S} = 0$$

تسمى هذه المعادلة بمعادلة انحفاظ طاقة الحقل الكهروطيسي

3- (س ٢٠٢٠)

إن قيمة كل من الحقل الكهربائي والمغناطيسي قد لا تسمح لنا بتحديد قيمة وحيدة لكل من الكمون الشعاعي والسلمي لذلك ندخل مفهوم الكمون العياري بحيث يكون:

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla f$$

حيث:

(f) تابع يتعلق بالإحداثيات والزمان

$(\vec{A}')$ يصف حالة الحقل الكهربائي والمغناطيسي كما يصفها $\vec{A}$

لأثبات ذلك نجد أنه إذا كان:

$$\text{rot } \vec{A}' = \vec{B}$$

(5)

$$\begin{aligned} \text{rot}(\vec{A} + \nabla f) &= \vec{B} \\ \text{rot} \vec{A} + \text{rot}(\nabla f) &= \vec{B} \end{aligned}$$

$$\text{rot}(\nabla f) = 0$$

$$\text{rot}(\vec{A}) = \vec{B}$$

(ويكون الكمون السلمي أيضا بالشكل:

$$\phi' = \phi - \frac{\partial}{\partial t} f$$

(f)

(f) تابع يتعلق بالإحداثيات والزمن

(\phi') تصف الحقل الكهربائي والمغناطيسي كما \phi

ولإثبات ذلك نجد:

$$\vec{E} = -\frac{\partial A'}{\partial t} - \nabla \phi'$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (A + \nabla f) - \nabla \left(\phi - \frac{\partial}{\partial t} f \right)$$

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A} - \frac{\partial}{\partial t} \nabla f - \nabla \phi + \frac{\partial}{\partial t} \nabla f$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A} - \nabla \phi$$

العوازل المثالية (25) $\sigma = 0$ قيمة الناقلية

معامل الانتشار $\gamma = \sqrt{i\omega\mu(\sigma + i\omega\epsilon)}$

$$\gamma = \sqrt{i\omega\mu(i\omega\epsilon)}$$

$$\gamma = \sqrt{i^2 \omega^2 \mu \epsilon} = i\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

ليكن γ عدد عقدي أي $\gamma = \alpha + i\beta$

α ثابت التخميد و β ثابت الطور

فيكون $\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ و $\alpha = 0$

أي لا يوجد تخمد في الأوساط العازلة

- لإيجاد علاقة سرعة انتشار الموجة:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

6

2 - طول الموجة

$$-4\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{2\pi}{2\pi v\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{v\sqrt{\mu\epsilon}} \quad 2$$